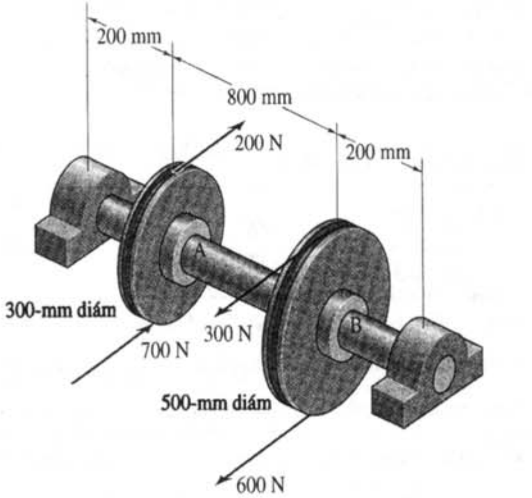
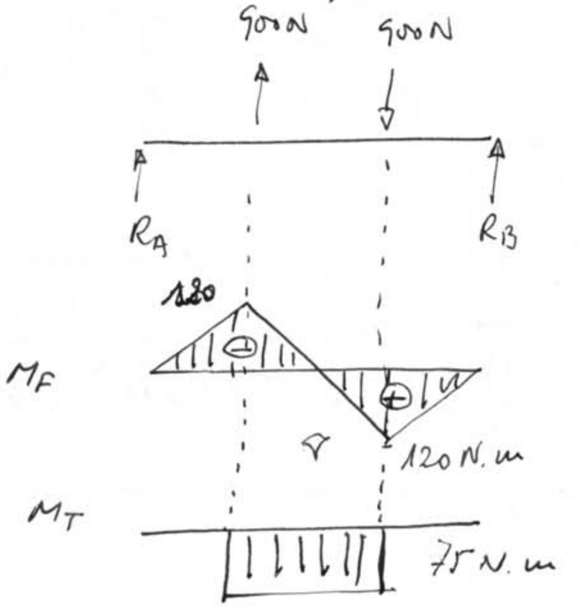
2º Problema

El eje de la figura está accionado por una correa en la polea A y transmite ese movimiento a la polea en B. El diámetro de la polea de transmisión A es 300 mm y el de la polea arrastrada es 500 mm. La distancia entre las poleas es de 800 mm, y la distancia desde cada polea hasta el cojinete más cercano es 200 mm. Las correas son horizontales y cargan el eje en direcciones opuestas. Se pide:

a) Determinar el diámetro del eje aplicando el Método General de Fatiga, si se emplea un acero con S_y=1.600 kg/cm^2 y S_e=575 kg/cm^2. Utilícese un coeficiente de seguridad de 3.
b) Comprobar que la deflexión en los cojinetes no excede de 0,001.



Lo primero es trazar los diagramas de solicitaciones para obtener el momento flector y el torsor con los que dimensionamos.
Si nos fijamos únicamente en el plano en que se aplican las fuerzas exteriores, el esquema de las fuerzas es:



Aplicando las ecuaciones de la estática

$\Sigma F = 0 \quad R_A + R_B = 0$

$\Sigma M_A = 0 \quad 900 \cdot 200 - 900 \cdot 1000 + R_B \cdot 1200 = 0$

$R_B = \dfrac{900\,(1000-200)}{1200} = \dfrac{7200}{12} = 600\ N$

$R_A = -600\ N$ (sentido contrario al supuesto).

Los diagramas de flector y torsor son los representados.

A la vista de los diagramas, tendremos una tensión $\sigma_a = \dfrac{32\,M}{\pi d^3}$ y $\tau_m = \dfrac{16\,T}{\pi d^3}$

Para aplicar el método general de fatiga, suponemos inicialmente que $\tau_m < 0'5\, S_{ys}$, con lo cual

$$d^3 = \frac{32\ M\, C_s}{\pi\, S_e} = \frac{32.(120).3}{\pi\ 57'5.\,10^6} = 6'37 \times 10^{-5}$$

$$S_e = 575\ Kg/_{cm^2} \simeq 57'5\ MPa$$

$$d = 0'0399 \simeq 4\ cm$$

y la tensión media de cortadura

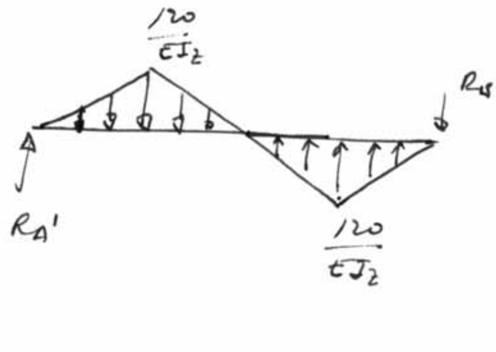
$$\tau_m = \frac{16\ T}{\pi\, d^3} = \frac{16.\ 75}{\pi\ 0'04^3} = 5968310'4 \simeq 5'96\ MPa.$$

Que no supera el valor de la fluencia, que es:

$$S_{ys} = 0'5\ S_y = 0'5.\ 160\ MPa = 80\ MPa.$$

Luego vale el diámetro calculado

Ahora deseamos comprobar la deflexión. Empleamos el 1er teorema de la viga conjugada. La viga conjugada será la de la figura.



Calculamos las reacciones.

$$R_A' - R_B' = 0$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$\frac{L}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{L}{2}\cdot\frac{120}{EI_z}\right) - \frac{3L}{4}\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{L}{2}\cdot\frac{120}{EI_z}\right) + R_B'\cdot L = 0$$

$$R_B' = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\,\frac{L}{2}\,\frac{120}{EI_z}\right) = \frac{18}{EI_z}$$

$$R_A' = \frac{18}{EI_z}$$

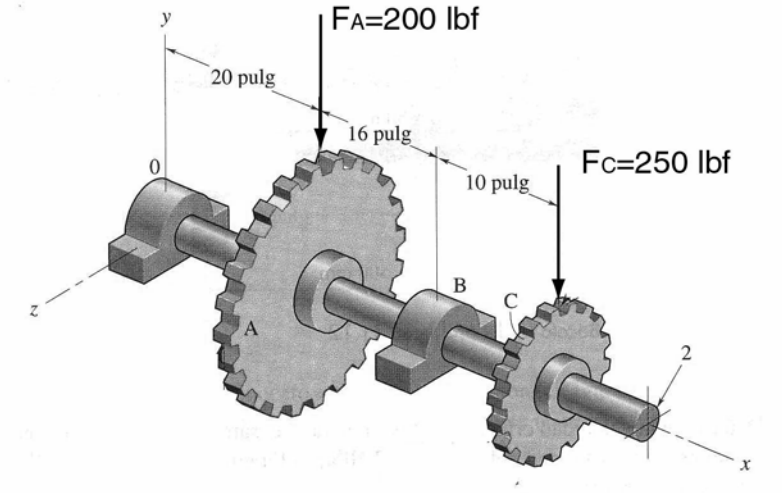
Según el 1er teorema de la viga conjugada, el ángulo girado en una sección de la primitiva es igual al esfuerzo cortante en la misma sección de la conjugada. Por tanto:

$$\theta_A = V_A' = R_A' = \frac{18}{EI_z} = \frac{18}{2'1.\,10^6.\ \dfrac{\pi\,(0'04)^4}{64}} = 1'8 \times 10^{-4} < 0'007$$

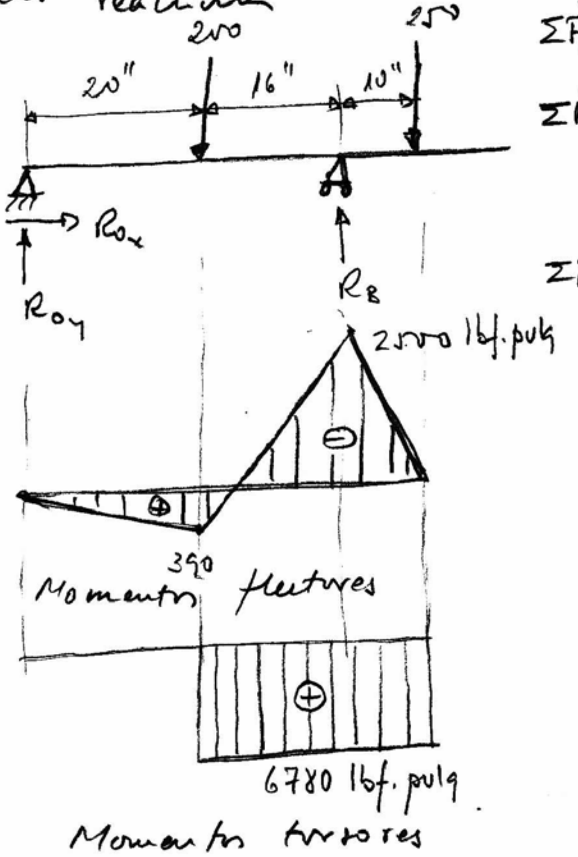
La deflexión en B es igual pero en sentido contrario.

Junio 2003

1. Un eje lleva montados dos engranajes según se muestra en la figura. En el engrane, el engranaje A recibe una fuerza vertical F_A=200 lbf y un par de 6780 lbf·pulg. El engranaje en C absorbe ese par y recibe una fuerza vertical de F_C=250 lbf. Se pide:
   a) Trazar los diagramas de momentos flectores y torsores del eje.
   b) Si la tensión de fluencia del eje es S_y=71 kpsi y la tensión última es S_u=85 kpsi, obtener el diámetro del eje aplicando el método general de fatiga, utilizando un coeficiente de seguridad de 4.



Para dibujar los diagramas, lo primero es obtener las reacciones



$\sum \vec{F}_x = 0 \Rightarrow R_{Ox} = 0$

$\sum \vec{M}_O = 0 \Rightarrow 200 \cdot 20 - R_B \cdot 36 + 250 \cdot 46 = 0$

$\boxed{R_B} = \dfrac{4000 + 11500}{36} = 430'5 \text{ lbf}$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_{Oy} + R_B = 450$

$\boxed{R_{Oy} = 450 - 430'5 = 19'5 \text{ lbf}}$

Con estos resultados, se pueden trazar los diagramas adjuntos. Se observa que los esfuerzos a considerar son:

$M_f = 2500$ lb. pulg.

$T = 6780$ lb. pulg.

Para aplicar el Método general de fatiga, suponemos inicialmente $\tau_m < 0'5\, S_{ys}$. Después habrá que verificarlo. En este caso:

$$\frac{32\, M_f}{\pi d^3} = \frac{S_e}{C_s}$$

A falta de datos sobre el eje $S_e = 0'5\, S_u = 42'5$ kpsi y $C_s = 4$

$$d^3 = \frac{32\, M_f\, C_s}{\pi\, S_e} = \frac{32 \cdot 2500 \cdot 4}{\pi \cdot 42500} = 2'39 \rightarrow d = 1'34 \text{ pulg.}$$

Ahora hay que verificar la hipótesis hecha:

$$\tau_m = \frac{16\, T}{\pi d^3} = \frac{16 \cdot 6780}{\pi \cdot 2'39} = 14447'8 \text{ psi} = 14'447 \text{ kpsi}$$

$$S_{ys} \simeq 0'5\, S_y = 0'5 \cdot 71 = 35'5 \text{ kpsi}$$

Entonces $\tau_m < 0'5\, S_{ys} = 17'75$

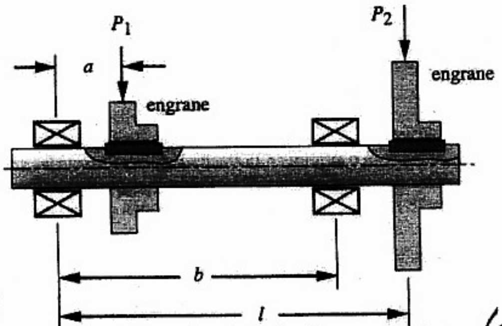
Luego vale la hipótesis hecha.

Abril 2004

El eje de la figura está accionado por un engranaje en A y transmite ese movimiento a otro engranaje en B. El diámetro del engranaje A es 250 mm y el del el del engranaje arrastrado es 500 mm. La distancia a=200 mm, b=500 mm y l=700 mm. El engranaje en A recibe una carga radial de P_1=250 kg y una carga tangencial (que produce el par de giro y no representada en la figura) de 1.000 Kg. El engranaje B soporta una carga radial P_2=500 Kg y una tangencial (que absorbe el par de giro de A y no representada en la figura) también de 500 Kg. Se pide:

a) Determinar el diámetro del eje aplicando el Método General de Fatiga, si se emplea un acero con S_y=1.600 Kg/cm^2, S_e=575 Kg/cm^2 y E=2,1·10^6 Kg/cm^2. Utilícese un coeficiente de seguridad de 3.

b) Comprobar que la deflexión en los cojinetes no excede de 0,001.

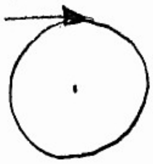


Nota: En el cálculo solo se tendrán en cuenta los pares inducidos por las fuerzas tangenciales y no las fuerzas que estas transmiten al eje.

En primer lugar calculamos los momentos a los que está sometido el eje.

Momento torsor

$F_1 = 1000$ Kg

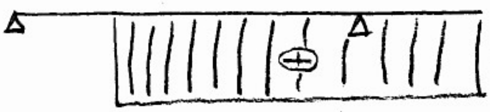


$$M_T = F_1 \cdot R_1 = 1000 \cdot \frac{0'250}{2} = 125 \text{ Kg}\cdot\text{m}$$

Se verifica, en el engranaje 2

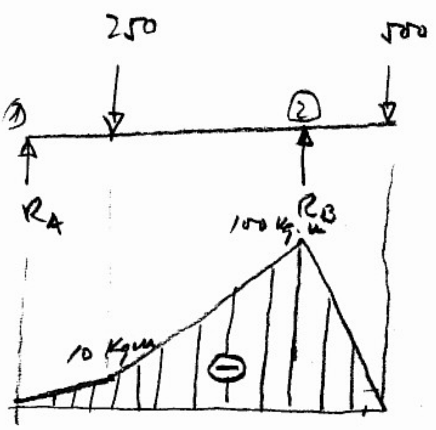
$$M_T = F_2 \cdot R_2 = 500 \cdot \frac{0'5}{2} = 125 \text{ Kg}\cdot\text{m}$$

De esta forma, el diagrama de momentos torsores resulta



Nota: el signo, a falta de datos, se ha supuesto positivo.

Momento flector



Calculamos las reacciones en los apoyos, R_A y R_B (supuestas inicialmente en las direcciones de la figura), mediante las ecuaciones de la estática

$$\Sigma M_1 = 0 \quad 0'2 \cdot 250 + 0'7 \cdot 500 - 0'5 \cdot R_B = 0$$

$$R_B = 800 \text{ Kg}$$

$$\Sigma F_V = 0 \quad R_A + R_B = 750 \rightarrow R_A = -50 \text{ Kg}$$

El diagrama de momentos flectores resultante se muestra en la figura

Los momentos máximos que actúan sobre el eje son $M = 100$ Kg.m $= 10.000$ Kg.cm y $T = 125$ Kgm

<u>Dimensionamiento del eje</u>

Al aplicar el método general de fatiga tenemos que suponer, inicialmente, que $\tau_m < 0'5\, S_{ys}$

Entonces

$$d^3 = \frac{32\, M\, c_s}{\pi\, S_e} = \frac{32 \times 10000 \times 3}{\pi\, 575} = 531 \rightarrow d = 8{,}1 \text{ cm}$$

Verificamos que se cumple la suposición

$$\tau_m = \frac{16\, T}{\pi d^3} = \frac{16 \times 12500}{\pi\, 531} = 119'89 \text{ Kg/cm}^2$$

La tensión de fluencia en torsión, aplicando el criterio de Tresca

$$S_{ys} = 0'5\, S_y = 800 \text{ Kg/cm}^2 \quad \text{y} \quad 0'5\, S_{ys} = 400 \text{ Kg/cm}^2$$

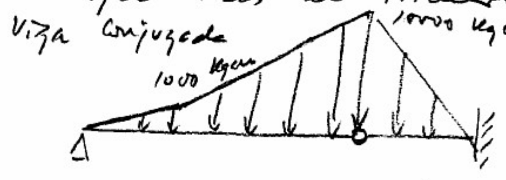
Luego se verifica que $\tau_m < 0'5\, S_{ys}$

<u>Deflexión en los cojinetes</u>

Al no haber simetría ni conocer el estado de ningún punto después de la deformación no podemos aplicar el Primer Teorema de Mohr.

Aplicamos el Primero de la Viga conjugada

Viga conjugada



El momento

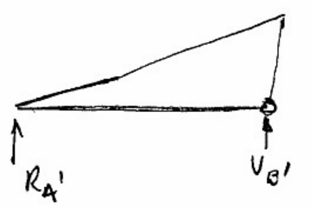
$$M_B = 0$$

$$R_A \cdot 500 - \frac{1}{2} 200 \cdot 1000 \left(300 + \frac{200}{3}\right) - 300 \cdot 1000 \left(\frac{300}{2}\right) - \frac{1}{2} 300 \cdot 9000 \left(\frac{200}{3}\right) = 0$$

cortando por la rótula

$$I_z = \frac{\pi R^4}{4} = 211'3 \text{ cm}^4$$

$$R_A = \frac{38'6 \times 10^6 + 45 \times 10^6 + 135 \times 10^6}{500\, E I_z} = \frac{433200}{E I_z}$$



$$R_A' = \frac{433200}{E I_z}$$

$$\Sigma F_v = 0$$

$$V_B' = \frac{\frac{1}{2} 200 \cdot 1000 + 300 \cdot 1000 + \frac{1}{2} 300 \cdot 9000}{E I_z} - \frac{433200}{E I_z} = \frac{1316800}{E I_z}$$

$$\theta_A = R_A' = \frac{433200}{E I_z} = \frac{433200}{2{,}1 \times 10^6 \times 211'3} = 9'76 \times 10^{-4} \text{ rad} < 0'007$$

$$\theta_B = V_B' = \frac{1316800}{E I_z} = \frac{1316800}{2{,}1 \times 10^6 \times 211'3} = 2'96 \times 10^{-3} \text{ rad} > 0'007$$