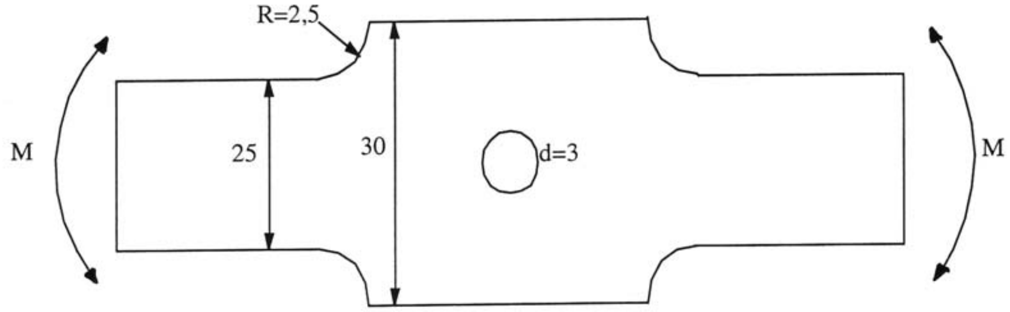
SISTEMAS MECÁNICOS

Abril 2000 (examen parcial).
Problema 1

La pieza representada en la figura trabaja sometida a un momento flector. Se trata de una pieza forjada de $S_u = 700$ MPa. Determinar el máximo momento M admisible para que la vida sea 200.000 ciclos. El espesor de la placa es de 10 mm y todas las medidas se encuentran en mm.



Abril 2010 — SISTEMAS MECÁNICOS

La pieza trabaja a flexión luego

$$S_{10^3} = 0'9 \times S_u = 0'9 \times 700 = 630\,MPa$$

$$S'_e = 0'5 \times S_u = 0'5 \times 700 = 350\,MPa$$

Forjado

$$k_a = a\,S_u^{\,b} = 272 \times 700^{-0'995} = 0'4$$

A Sección de la entalla:

* Factor de tamaño

Por trabajar a flexión alternadamente debemos emplear un diámetro equivalente

$$d_{eq} = 0'81\sqrt{b\,h} = 0'81\sqrt{10 \cdot 25} = 12'8$$

$$k_b = 1'189\,d_{eq}^{-0'097} = 0'9285$$

* Factor de concentración de tensiones

(fig A-15-5)

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{r}{d} = \dfrac{2'5}{25} = 0'1 \\ \dfrac{D}{d} = \dfrac{30}{25} = 1'2 \end{array}\right\} k_t = 1'7$$

(fig 5-16)

$$\left.\begin{array}{l} r = 2'5\,mm \\ S_u = 0'7\,GPa \end{array}\right\} q = 0'82$$

$$k_f = 1 + q\,(k_t - 1)$$

$$\boxed{k_f = 1 + 0'82\,(1'7 - 1) = 1'574}$$

Entonces

$$S_e = k_a\,k_b\,\frac{1}{k_f}\,S'_e = 0'4 \times 0'9285 \times \frac{1}{1'574} \times 350 = 82'58\,MPa$$

y la resistencia a 200.000 ciclos

$$\log S_{200.000} = \log 630 + \frac{\log 82'58 - \log 630}{3}\left(\log 200000 - 3\right) = 2'1224$$

$$\boxed{S_{2.10^5} = 132'58\,MPa}$$

$$\sigma = \frac{M \cdot r}{I} = S_{2.10^5} \Longrightarrow M = \frac{S_{2.10^5} \cdot I}{r} = \frac{132'58 \times 10^6 \times \dfrac{0'01 \cdot (0'025)^3}{12}}{0'0125}$$

$$\boxed{M = 138'104\;N \cdot m}$$

B Sección del agujero

* Factor de acabado superficial

$K_a = 0'4$ (como en el caso anterior)

* Factor de tamaño

$d_{ef} = 0'81\sqrt{bh} = 0'81\sqrt{10\,30} = 14'029$

$K_b = 1'189\, d_{ef}^{-0'097} = 0'92$

* Factor de concentración de tensiones

(fig A-15-1 al no haber una adecuada y por tomar rango)

$\frac{d}{w} = \frac{3}{30} = 0'1$
$\frac{d}{h} = \frac{3}{10} = 0'3$ $\Big\}$ $K_t = 2'5$

(fig 5-18)

$r = 2'5$
$S_u = 0'7\,GPa$ $\Big\}$ $q = 0'82$

$K_f = 1 + 0'82(2'5 - 1) = 2'23$

Límite de fatiga

$$S_e = K_a K_b \frac{1}{K_f} S_e' = 0'4 \times 0'92 \times \frac{1}{2'23} \times 350 = 57'75$$

Y la resistencia a 200.000 ciclos será

$$\log S_{2.10^5} = \log 630 + \frac{\log 57'75 - \log 630}{3}(\log 200.000 - 3) = 2'0033$$

$$\boxed{S_{2.10^5} = 100'7735\ MPa}$$

$$M = \frac{S_{2.10^5} \cdot I}{r} = \frac{100\,7735 \times 10^6 \times \frac{0'01\left[(0'030)^3 - (0'005)^3\right]}{12}}{0'015} =$$

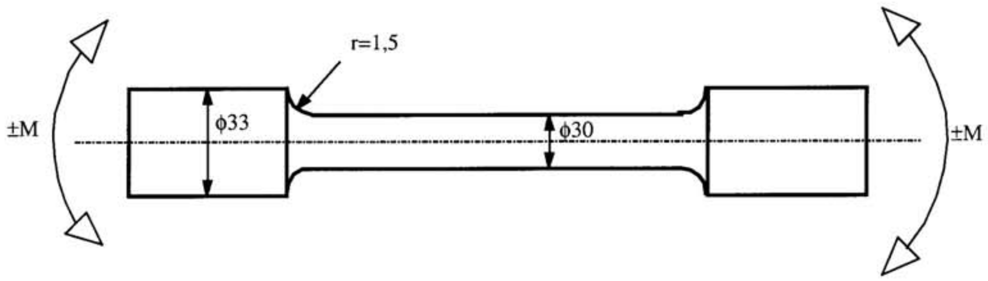
$$\boxed{M = 157'14\ N.m}$$

Luego el máximo momento que resistirá será de

$$\boxed{M = 138'104\ N.m}$$

1. La pieza de la figura tiene sección circular y está sometida a un momento flector alternado y se desea que su vida sea de 300.000 ciclos. Se obtiene por maquinado de un acero de S_u=550 MPa. Obtener el valor que podrá alcanzar como máximo el momento M.

Nota: todas las medidas están expresadas en mm.



Se trata de un problema de fatiga con flexión alternada
la unión más peligrosa será la central.

$S_{10^3} = 0'9 \times 550 = 495$ MPa

$S_e' = 0'5 \times 550 = 275$ MPa

Maquinado

$k_a = a\, S_u^{\,b} = 4'51 \cdot 550^{-0'265} = 0'847$

$k_b = 1'189\, d_{ef}^{-0'097} = 1'189 \cdot 11'1^{-0'097} = 0'94$

$d_{ef} = 0'37 \times 30 = 11'1$

Figura A-15-8

$r/d = \frac{1'5}{30} = 0'05$

$D/d = \frac{33}{30} = 1'1$

$K_t = 1'65$

Figura 5-16

$r = 1'5$

$S_u = 0'55$ GPa ; $q = 0'7$

$K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0'7(1'65 - 1)$

$K_f = 1'455$

$k_e = \frac{1}{K_f} = 0'687$

$S_e = k_a \cdot k_b \cdot k_e \cdot S_e' = 0'847 \cdot 0'94 \cdot 0'687 \cdot 275 = 150$ MPa

$\log S = \log S_{10^3} + \frac{\log S_e - \log S_{10^3}}{3} (\log 300.000 - 3)$

$\log S = \log 495 + \frac{\log 150 - \log 495}{3} (\log 300.000 - 3)$

$S_{3 \cdot 10^5} = 184'7$ MPa

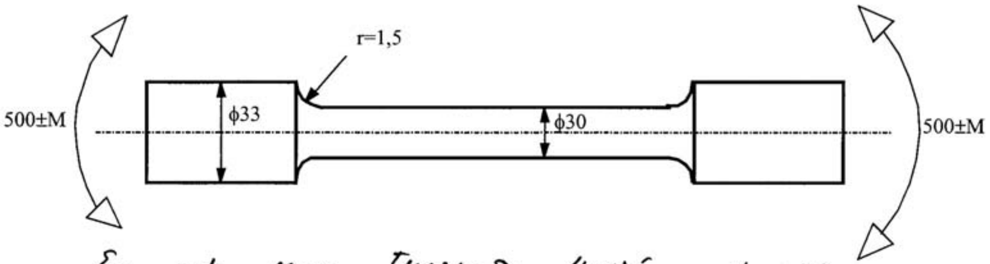
Para lograr esa tensión, el momento flector debe valer:

$$\sigma = \frac{M y}{I} \Rightarrow M = \frac{\sigma I}{y} = \frac{184'7 \cdot 10^{6} \cdot \frac{\pi}{4} (15 \cdot 10^{-3})^{4}}{15 \cdot 10^{-3}} = 489'5 \ N.m$$

$$\boxed{M = \pm 489'5 \ N.m}$$

Septiembre 2002

1. La pieza de la figura tiene sección circular y se ha obtenido por maquinado de un acero de S_u=550 MPa. Está sometida a un momento flector alternado M=500±M N.m y a un esfuerzo normal no indicado en la figura, F=1000±500 N. Se desea el valor máximo de la componente alterna del momento, M, si la pieza debe durar 100.000 ciclos.
Nota: todas las medidas están expresadas en mm. Para el esfuerzo axial, considerar $k_b = 0'6$.



En este caso tenemos flexión y tracción combinados.

<u>Flexión</u>

$S_{10^3} = 0'9 \times 550 = 495$ MPa

$S_e' = 0'5 \times 550 = 275$ MPa

Acabado superficial: maquinado

$k_a = a\, S_u^b = 4'51 \cdot 550^{-0'265} = 0'847$

$k_b = 1'189\, d_{eq}^{-0'097} = 1'189 \cdot 11'1^{-0'097} = 0'94$

$d_{eq} = 0'37 \times 30 = 11'1$

Figura A-15-8

$$\left.\begin{array}{l} r/d = \frac{1'5}{30} = 0'05 \\ D/d = \frac{33}{30} = 1'1 \end{array}\right\} K_t = 1'65$$

Figura 5-16

$$\left.\begin{array}{l} r = 1'5 \\ S_u = 0'55 \text{ GPa} \end{array}\right\} q = 0'7$$

$$K_f = 1 + q\,(K_t - 1) = 1 + 0'7\,(1'65 - 1)$$

$$K_f = 1'455$$

$$K_e = \frac{1}{K_f} = 0'687$$

$S_e = k_a \cdot k_b \cdot k_e\, S_e' = 0'847 \times 0'94 \times 0'687 \times 275 = 150$ MPa

$$\log S = \log S_{10^3} + \frac{\log S_e - \log S_{10^3}}{3}\,(\log 100.000 - 3)$$

$$\log S = \log 495 + \frac{\log 150 - \log 495}{3}\,(\log 100000 - 3) = 2'348$$

$S_{10^5} = 223$ MPa

Axial

$S_{10^3} = 0'75\, S_u = 0'75 \cdot 550 = 412'5$ MPa

$S_e' = 0'46\, S_u = 0'46 \cdot 550 = 253$ MPa

$K_a = 0'847$

Para el factor de tamaño ahora ya no hay que considerar el diámetro equivalente

$K_b = 0'6$

Figura A-15-7

$\frac{r}{d} = \frac{1'5}{30} = 0'05$
$\frac{D}{d} = \frac{33}{30} = 1'1$ $\Big\}\ K_t = 1'85$

Figura 5-16

$q = 0'7$

$K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0'7(1'85 - 1)$

$K_f = 1'595$

$K_e = \frac{1}{K_f} = 0'627$

$S_e = K_a K_b K_e S_e' = 0'847 \cdot 0'6 \cdot 0'627 \cdot 253 = 80'6$ MPa

$\log S = \log 412'5 + \frac{\log 80'6 - \log 412'5}{3}(5-3) = 2'142$

$S_{10^5} = 138'9$ MPa

Cálculo de los coeficientes α

$\alpha_f = \frac{S^f_{10^5}}{S^f_{10^5}} = 1 \qquad \alpha_a = \frac{S^f_{10^5}}{S^a_{10^5}} = \frac{223}{138'9} = 1'6$

Tensiones medias y alternadas

$$\sigma_m = \frac{\cancel{M} \cdot r}{I} + \frac{N}{A} = \frac{500 \cdot 0'015}{\frac{\pi (0'015)^4}{4}} + \frac{1000}{\pi(0'015)^2} = 188'6 + 1'4 = 190 \text{ MPa}$$

$$\sigma_a = \frac{M \cdot 4}{\pi (0'015)^3} + \frac{500}{\pi(0'015)^2} = 0'37\, M + 0'7$$

$$\sigma_a^* = 0'37\, M + \alpha_a\, 0'7 = 0'37M + 1'12$$

Aplicando el criterio de Goodman modificado

$$\frac{\overline{\sigma_m}}{S_u} + \frac{\overline{\sigma_a}^*}{S_f} = \frac{1}{C_s}$$

$$\frac{150}{550} + \frac{0'37M + 1'12}{223} = 1$$

$$M = \frac{1}{0'37}\left[223\left(1 - \frac{150}{550}\right) - 1'12\right] = 391'46 \ N.m$$

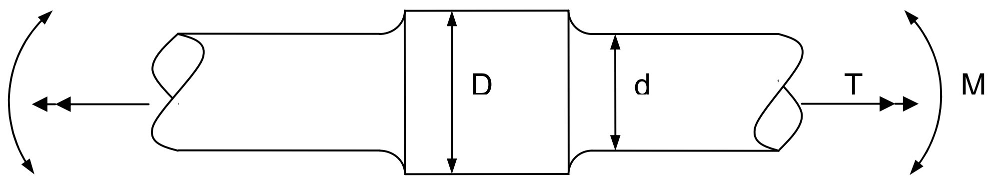
Comprobamos que con ese momento flector no se excede la tensión de fluencia.

$$\sigma_a = 0'37 \times 391'46 + 0'7 = 145'5 \ MPa$$

$$\sigma_m + \sigma_a = 150 + 145'5 = 335'5 \ MPa < S_y = 460 \ MPa$$

Abril 2003 (examen parcial)

La pieza de la figura tiene sección circular. La sección central tiene diámetro D=31,5 mm y el resto tiene un diámetro d=30 mm., los radios de acuerdo tienen un valor r=1,5 mm. Está sometida a un momento flector alternado y a un momento torsor de valor 200±50 N·m según se muestra en la figura. La pieza está fabricada con un acero templado de S_u=1000 MPa y S_y=800 MPa. Toda la pieza está acabada por rectificado. Calcular el momento flector si se desea conseguir una vida de 200.000 ciclos.



Primero calculamos la resistencia a flexión y torsión para una vida de 200.000 ciclos.

Flexión

$S_{10^3} = 0'9 \times 1000 = 900$ MPa   Valores del ensayo. Se les aplican los coeficientes:

$S_e' = 0'5 \times 1000 = 500$ MPa

$K_a = a\, S_u^{b} = 1'58 \times 1000^{-0'085}$ Acabado por rectificado.

$K_b = 1'189\, d^{-0'097} = 1'189 \times 11'1^{-0'097} = 0'941$

Al tratarse de flexión alternada debemos calcular el diámetro equivalente.

$d_{eq} = 0'37 \times 30 = 11'1$ mm.

Figura A-15-9

$\left.\begin{array}{l} \frac{r}{d} = 0'05 \\ \frac{D}{d} = 1'05 \end{array}\right\} K_t = 1'8$

Figura 5-16

$\left.\begin{array}{l} r = 1'5 \text{ mm} \\ S_u = 1 \text{ GPa} \end{array}\right\} q = 0'85$

$K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0'85(1'8 - 1)$

$K_f = 1'68$

$K_e = \dfrac{1}{K_f} = 0'595$

Finalmente, el límite de fatiga, será:

$S_e = K_a K_b . K_e S_e' = 0'878 \times 0'941 \times 0'595 \times 500 = 245'8$ MPa

Y la resistencia a 200.000 ciclos:

$\log S = \log 900 + \dfrac{\log 245'8 - \log 900}{3} (\log 200000 - 3) = 2'521$

$S^f_{200.000} = 332'58$ MPa

Torsión

$S_{10^3} = 0'72 \times 1000 = 720$ MPa

$S'_e = 0'577\, S'_e = 0'577 \cdot 500 = 288'6$ MPa

$k_a = 0'878$ (como en flexión)

$k_b = 1'189\, d^{-0'097} = 1'189 \times 30^{-0'097} = 0'85$

Figura A-15-8

$\left.\begin{array}{l} \dfrac{r}{d} = 0'05 \\ \dfrac{D}{d} = 1'05 \end{array}\right\} k_t = 1'2$

Figura 5-17

$\left.\begin{array}{l} H_B > 200 \\ r = 1'5 \end{array}\right\} q = 0'93$

$k_f = 1 + q(k_t - 1) = 1 + 0'93 \cdot 0'2$

$k_f = 1'186$

$k_e = \dfrac{1}{1'186} = 0'84$

$S_e = 0'878 \times 0'85 \times 0'84 \times 288'6 = 180'92$ MPa

$\log S = \log 720 + \dfrac{\log 180'92 - \log 720}{3} (\log 2.10^5 - 3) = 2'397$

$\boxed{S = 249'6 \text{ MPa}}$

Tensiones

Debido al momento flector

Alternado con inversión completa.

$\sigma_m = 0$

$\sigma_a = \dfrac{M\, 15.10^{-3}/2}{\dfrac{\pi (15.10^{-3})^4}{4}} = \dfrac{4M}{\pi (15.10^{-3})^3} = 377257\, M$

Debido al momento torsor

$\tau_m = \dfrac{M_{tm}\, r}{I_0} = \dfrac{200.\, (15.10^{-3})}{\dfrac{\pi}{2} (15.10^{-3})^4} \cdot 10^{-6} = 37'72$ MPa

$\tau_a = \dfrac{M_{ta} \cdot r}{I_0} = \dfrac{50\, (15.10^{-3})}{\dfrac{\pi}{2} (15.10^{-3})^4} \cdot 10^{-6} = 9'43$ MPa

Coeficiente de ponderación

$\alpha_t = \dfrac{S^f}{S^t} = \dfrac{332'58}{249'6\sqrt{3}} = 0'77$

Las tensiones son:

$$\overline{\sigma_m} = \sqrt{\sigma_{mf}^2 + 3\tau_m^2} = \sqrt{3} \times 37'72 = 65'33 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma_a} = \sqrt{\sigma_{af}^2 + 3\tau_a^2} = \sqrt{\sigma_{af}^2 + 3 \cdot 9'43^2}$$

$$\overline{\sigma_a}^* = \sqrt{\sigma_{af}^2 + 3(\alpha_t \tau_{a})^2} = \sqrt{\sigma_{af}^2 + 3(0'77 \cdot 9'43)^2}$$

Aplicamos Goodman modificado

$$\frac{\overline{\sigma_m}}{S_u} + \frac{\overline{\sigma_a}^*}{S^f_{2\cdot 10^5}} = 1$$

$$\overline{\sigma_a}^* = S^f_{2\cdot 10^5}\left(1 - \frac{\overline{\sigma_m}}{S_u}\right) = 332'58\left(1 - \frac{65'33}{1000}\right) = 310'85 \text{ MPa}$$

$$310'85^2 = \sigma_{af}^2 + 3(0'77 \cdot 9'43)^2$$

$$\sigma_{af} = \sqrt{310'85^2 - 3(0'77 \cdot 9'43)^2} = \sqrt{310'85^2 - 158'17} = 310'5 \text{ MPa}$$

$$310'5 \cdot 10^6 = 377256 \, M$$

$$M = \frac{310'5 \cdot 10^6}{377256} = 823'04 \text{ N.m}$$

Comprobación de la fluencia

$$\sigma_a = \sqrt{310'5^2 + 3 \cdot 9'43^2} = 310'9 \text{ MPa}$$

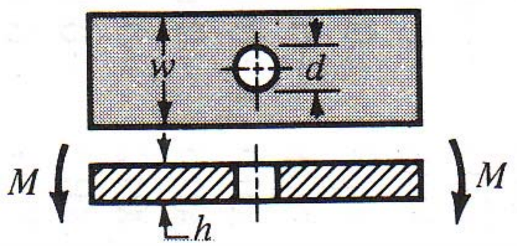
$$\overline{\sigma_m} + \overline{\sigma_a} = 65'33 + 310'9 = 376'23 \text{ MPa} < 800 = S_y$$

No hay problema de que se alcance antes la fluencia.

Junio 2003 (examen final)

La placa de la figura, tiene dimensiones *d*=10 mm, *w*=30 mm y *h*=20 mm. Está sometida a un momento flector alternativo, *M*=±200 N·m y fabricada con un acero de *Su*=1000 MPa y toda ella está acabada por rectificado. Calcular el número de ciclos de duración de la placa.

Se recomienda utilizar la expresión del momento de inercia *I* indicada en las gráficas.



Primero determinamos los valores de resistencia a fatiga para la placa:

$S_{10^3} = 0'9\ Su = 900 \text{ MPa}$

$S_e' = 0'5\ Su = 500 \text{ MPa}$

- Factor de acabado superficial.

Acabado por rectificado $k_a = 1'58 \times 1000^{-0'085} = 0'878$

- Factor de tamaño. Tenemos que calcular el diámetro equivalente por tratarse de sección cuadrada y flexión alternada.

$d_{eq} = 0'81\sqrt{b.h} = 0'81\sqrt{20.30} = 19'84 \text{ mm}$, entonces

$k_b = 1'189\ d^{-0'097} = 0'889$

- Factor de concentración de tensiones (vid. figura A-15-2)

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{w} &= \frac{10}{30} = 0'33 \\ \frac{d}{h} &= \frac{10}{20} = 0'5 \end{aligned}\right\} k_t = 2$$

El coeficiente de sensibilidad a la muesca (vid. figura 5-16)

$$\left.\begin{aligned} r &= 5 \text{ mm} \\ Su &= 1 \text{ GPa} \end{aligned}\right\} q = 0'9$$

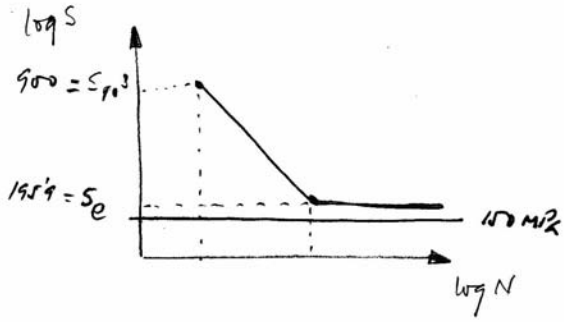
$K_f = 1 + q\,(K_t - 1) = 1'9$ y $k_e = \dfrac{1}{K_f} = 0'502$

Finalmente, el límite de fatiga

$S_e = k_a . k_b . k_e . S_e' = 0'878 . 0'889 . 0'502 . 500 = 195'9 \text{ MPa}$

Basta ahora con interpolar logarítmicamente, sabiendo que la pieza está sometida a una tensión

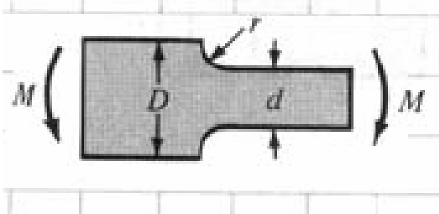
$$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{M\,\frac{h}{2}}{(w-d)\frac{h^3}{12}} = \frac{200 \cdot \frac{0'02}{2}}{(0'03-0'01)\frac{0'02^3}{12}} = \frac{1200}{0'02^3} = 150\ MPa$$



Como se observa en la gráfica, no es necesario interpolar.
La placa trabaja con vida infinita.

Septiembre 2003

La placa de la figura, tiene dimensiones *d*=100 mm, *D*=200 mm y espesor *t*=5 mm. Está sometida a un momento flector alternativo, *M*=±4000 N·m y fabricada con un acero de *Su*=1000 MPa y toda ella está acabada por rectificado. Calcular el número de ciclos de duración de la placa.
Se recomienda utilizar la expresión del momento de inercia *I* indicada en las gráficas.



Determinemos los valores de resistencia a fatiga:

$S_{10^3} = 0'9\ Su = 900\ MPa$

$Se' = 0'5\ Su = 500\ MPa$

Estos son los valores del ensayo de fatiga para ese acero. Para determinar los de la pieza, calculemos los factores de corrección.

- Factor de acabado superficial

Acabado por rectificado $k_a = 1'58 \times 1000^{-0'085} = 0'878$

- Factor de tamaño. Por ser flexión alternada y sección cuadrada, calculemos un diámetro equivalente.

$d_{eq} = 0'81\sqrt{D.t} = 0'81\sqrt{200 \cdot 5} = 25'6$

$k_b = 1'189 \cdot d^{-0'097} = 0'868$

- Factor de concentración de tensiones (vid. figura A-15-6)

$r = \dfrac{D-d}{2} = \dfrac{200-100}{2} = 50mm$

$\left.\begin{array}{l} \dfrac{D}{d} = \dfrac{200}{100} = 2 \\ \dfrac{r}{d} = \dfrac{50}{100} = 0'5 \end{array}\right\}\ k_t = 1'4$

El coeficiente de sensibilidad a la muesca (vid. figura 5-16)

$\left.\begin{array}{l} r = 50mm \\ Su = 1\ GPa \end{array}\right\}\ q = 0'9$

$k_f = 1 + q(k_t - 1) = 1'36$ y $k_e = \dfrac{1}{k_f} = 0'73$

El límite de fatiga para la pieza será

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot S_e' = 0'878 \cdot 0'868 \cdot 0'73 \cdot 500 = 278\ MPa$$

La pieza está sometida a una tensión

$$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{M\frac{d}{2}}{\frac{td^3}{12}} = \frac{4000\ \frac{0'1}{2}}{\frac{0'005 \cdot 0'1^3}{12}} = 480\ MPa$$

Para calcular el número de ciclos hacemos una interpolación logarítmica.

$$\log 480 = \log 900 + \frac{\log 278 - \log 900}{3}(\log N - 3)$$

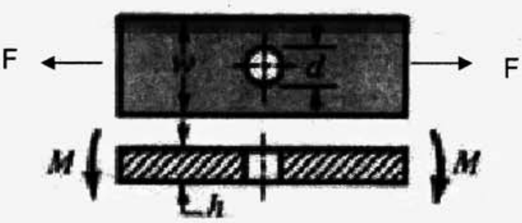
y despejando

$$\log N = 3 + 3\ \frac{\log 480 - \log 900}{\log 278 - \log 900} = 4'6$$

$N = 40.300$ ciclos de vida.

Diciembre 2003.

La placa de la figura, tiene dimensiones *d*=10 mm, *w*=40 mm y espesor *h*=5 mm. Está sometida a un momento flector alternativo, *M*=±100 N·m y a una fuerza de tracción F=±10000 N. Ha sido fabricada con un acero de *Su*=1000 MPa y toda ella está acabada por rectificado. Estimar la vida de la pieza.
Se recomienda utilizar la expresión del momento de inercia *I* indicada en las gráficas. En axial, tomar K_b=1. En flexión, para calcular el diámetro **equivalente, utilícese la expresión** $d_{eq} = 0.81\sqrt{(w-d)h}$.



Determinamos los valores de resistencia a fatiga del ensayo

Flexión $\begin{cases} S_{10^3} = 0'9 \cdot 1000 = 900 \text{ MPa} \\ S_e' = 0'5\ Su = 500 \text{ MPa} \end{cases}$ Axial $\begin{cases} S_{10^3} = 0'75\ Su = 750 \text{ MPa} \\ Se' = 0'46\ Su = 460 \text{ MPa} \end{cases}$

Calculamos los coeficientes de corrección para obtener la resistencia de la pieza.

- Factor de acabado superficial:
  Acabado por rectificado $k_a = 1'58 \times 1000^{-0'085} = 0'878$
- Factor de tamaño. Al tratarse de flexión alternada y área rectangular, necesitamos un diámetro equivalente

$$d_{eq} = 0'81\sqrt{(w-d)h} = 0'81\sqrt{(40-10)5} = 9'92 \text{ mm}$$

$$k_b = 1'189 \cdot 9'92^{-0'097} = 0'95$$

En axial tomamos $k_b = 1$.

- Factor de concentración de tensiones
  A flexión: Fig. A-15-2

$\left.\begin{array}{l} d/h = \frac{10}{5} = 2 \\ d/w = \frac{10}{40} = 0'25 \end{array}\right\} k_t = 1'6$

Sensibilidad a la muesca Fig. 5-16

$\left.\begin{array}{l} Sur = 1 \text{ GPa} \\ r = 5 \text{ mm} \end{array}\right\} q = 0'9$

$k_f = 1 + q(k_t - 1)$

$k_f = 1'54$

$k_e = \dfrac{1}{k_f} = 0'65$

Bajo carga axial A-15-1

$d/w = \frac{10}{40} = 0'25 \rightarrow K_t = 2'45$

$q = 0'9$

$k_f = 1 + 0'9(1'45)$
$k_f = 2'3$

$k_e = \frac{1}{k_f} = 0'43$

Ahora ya podemos calcular los distintos límites de fatiga

Flexión

$S_e = k_a k_b k_e S_e' = 0'878 \cdot 0'95 \cdot 0'65 \cdot 500 = 271 \text{ MPa}$

Axial

$S_e = k_a k_b k_e S_e' = 0'878 \cdot 1 \cdot 0'43 \cdot 460 = 173'6 \text{ MPa}$

Las tensiones a las que está sometida la pieza son:

- debido al momento flector

$\sigma_a = \frac{Mc}{I} = \frac{100 \cdot \frac{5}{2} \cdot 10^{-3}}{3'125 \cdot 10^{-10}} = 800 \text{ MPa}$

$I = \frac{(w-d)h^3}{12} = \frac{30 \cdot 10^{-3} \cdot (5 \cdot 10^{-3})^3}{12} = 3'125 \cdot 10^{-10}$

- debido a la tracción

$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{10000}{150 \cdot 10^{-3}} = 66'6 \text{ kPa}$

$A = (w-d)\,h = 30 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 150 \cdot 10^{-3}$

Para poder sumarlas, al ser ambas tensiones alternadas, necesitamos un coeficiente de ponderación. Tomamos como base la flexión

$\alpha_a = \frac{S_e^f}{S_e^a} = \frac{271}{173} = 1'57$

$\sigma_a^* = 800 + 1'57 \cdot 66'6 \times 10^{-3} \simeq 800'1 \text{ MPa}$ luego el esfuerzo axial apenas afecta.

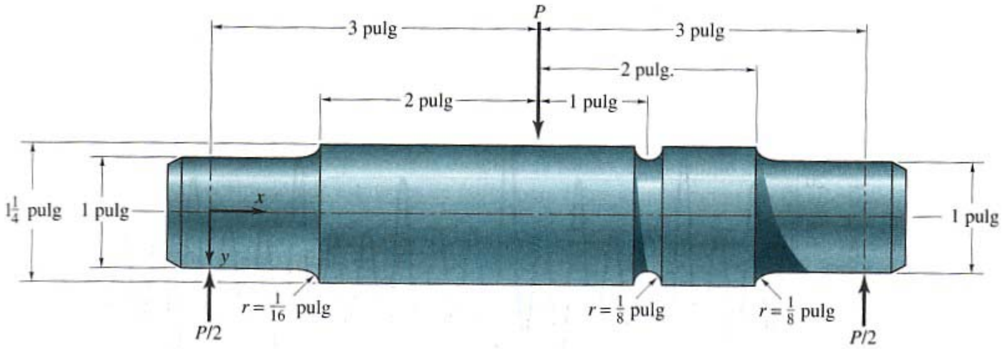
Podemos calcular la vida de la pieza interpolando con los valores de la flexión.

$\log N = 3 + 3\,\frac{\log 800 - \log 271}{\log 900 - \log 271} = 5'705$

$N = 507700$ ciclos

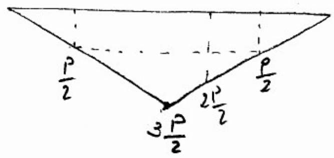
Abril 2004

El eje de la figura gira a alta velocidad mientras que las cargas impuestas permanecen estáticas. El eje es maquinado de acero al alto carbono rectificado (AISI 1080). Determinar el valor de la carga que producirá una falla por fatiga después de 500.000 ciclos e indicar en qué sección se producirá la falla.



El acero AISI 1080 tiene unas propiedades (tabla A-20) $S_u = 112$ kpsi (770 MPa), $S_y = 61'5$ kpsi.

La carga a la que está sometido el eje produce el diagrama de Momentos flectores de la figura. En él se indican, en función del valor de P, los valores del momento flector en las secciones más peligrosas desde el punto de vista de la fatiga que son:



- La central donde está aplicada la carga puesto que el momento flector ahí es máximo.
- La de la acanaladura puesto que ahí se producirá concentración de tensiones
- Las correspondientes a los cambios de sección.

Para resolver el problema, primero calcularemos los coeficientes que afectan al límite de fatiga

$$S_{10^3} = 0'9\, S_u = 0'9 \times 112 = 100'8 \text{ kpsi}$$

$$S'_e = 0'5 \cdot S_u = 0'5 \times 112 = 56 \text{ kpsi}$$

- Factor de acabado superficial (maquinado):

$$K_a = a\, S_u^{\,b} = 4'51\,(770)^{-0'265} = 0'775$$

- Factor de tamaño. Se trata de flexión rotativa

En la sección central:

$$K_b = 1'189\,(25'4 \times 1'25)^{-0'097} = 0'85$$

Resto de secciones

$$K_b = 1'189\,(25'4)^{-0'097} = 0'86$$

Factor de concentración de tensiones

- En la sección central $K_t = 1 \rightarrow K_e = 1$
- Sección de la acanaladura Figura A-15-14

$$\left.\begin{array}{l} \frac{r}{d} = \frac{1/8}{1} = \frac{1}{8} = 0'125 \\ \frac{D}{d} = \frac{1\,1/4}{1} = 1'25 \end{array}\right\} K_t = 1'6$$

Sensibilidad a la entalla
$S_u = 112$ kpsi ; $q = 0'85$
$r = 1/8$

$$K_f = 1 + 0'85\,(1'6 - 1) =$$
$$K_f = 1'51$$

- Cambios de sección

izquierda

$$\left.\begin{array}{l} \frac{r}{d} = \frac{1/16}{1} = \frac{1}{16} = 0'0625 \\ \frac{D}{d} = \frac{1\,1/4}{1} = 1'25 \end{array}\right\} K_t = 1'85$$

$$r = \frac{1}{16} \rightarrow q = 0'82$$

$$K_f = 1 + 0'82\,(1'85 - 1)$$
$$K_f = 1'697$$

derecha

$$\left.\begin{array}{l} \frac{r}{d} = \frac{1}{8} = 0'125 \\ \frac{D}{d} = 1'25 \end{array}\right\} K_t = 1'55$$
$$q = 0'85$$

$$K_f = 1 + 0'85\,(1'55 - 1)$$
$$K_f = 1'467$$

El de la izquierda penaliza más.
A partir de ahora, no tenemos en cuenta el de la derecha. La razón es, puesto que ahí el momento flector es superior.

Cálculo del límite de fatiga y resistencia a 500.000 ciclos

<u>Sección central</u>

$$S_e = K_a K_b K_e S_e' = 0'775 \times 0'85 \times 1 \times 56 = 36'89$$

$$\log S = \log S_{10^3} + \frac{\log S_e - \log S_{10^3}}{3} (\log 500.000 - 3)$$

$$\log S = \log 100'8 + \frac{\log 36'89 - \log 100'8}{3} (5'698 - 3) = 1'61$$

$$S_{500.000} = 40'8 \text{ kpsi}$$

<u>Sección de la acanaladura</u>

$$S_e = 0'775 \times 0'86 \times \frac{1}{1'51} \times 56 = 24'71$$

$$\log S = \log 100'8 + \frac{\log 24'71 - \log 100'8}{3} (5'698 - 3) = 1'45$$

$$S_{500.000} = 28'42 \text{ kpsi}$$

<u>Cambio de sección izquierda</u>

$$S_e = 0'775 \times 0'86 \times \frac{1}{1'697} \times 56 = 21'99$$

$$\log S = \log 100'8 + \frac{\log 21'99 - \log 100'8}{3} (5'698 - 3) = 1'408$$

$$S_{500.000} = 25'6 \text{ kpsi}$$

El momento flector que resiste la sección de la ranura es doble que en el cambio de sección y las resistencias son próximas. Luego ya no tenemos en cuenta la sección de cambio de diámetro.

Ahora calculamos el valor de P en la sección central y en la de la acanaladura.

<u>Sección central</u> $M = \frac{3}{2} P$

$$\sigma = \frac{M \cdot d/2}{\frac{\pi d^4}{64}} = \frac{32\left(\frac{3}{2}P\right)}{\pi d^3} \rightarrow P = \frac{\pi d^3}{48} S_{5000.000} = \frac{\pi (1'25)^3}{48} \cdot 40'8$$

$P = 5.215'16$

Sección de la acanaladura $M = P$

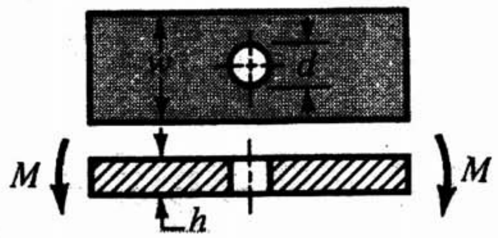
$$\sigma = \frac{M \cdot d/2}{\frac{\pi d^4}{64}} = \frac{32 P}{\pi d^3} \rightarrow P = \frac{\pi d^3}{32} S_{5000.000} = \frac{\pi \cdot 1}{32} \cdot 28'46$$

$P = 2794'05$ lb

Luego fallaría en la sección de la acanaladura con una carga de $2794'05$ lb $\simeq 1265$ kg

Junio 2004 (examen final)

La placa de la figura, tiene dimensiones *d*=10 mm, *w*=30 mm y *h*=20 mm. Está sometida a un momento flector alternativo, *M*=±200 N·m y a una fuerza axial no indicada en la figura F=30000 ± 10000 N y fabricada con un acero de *Su*=1000 MPa y toda ella está acabada por rectificado. Calcular el número de ciclos de duración de la placa.
Se recomienda utilizar la expresión del momento de inercia *I* indicada en las gráficas. En carga axial, utilícese $K_b = 1$



La placa está sometida a esfuerzos de flexión y tracción.
La resistencia a fatiga y los coeficientes se encuentran calculados en el examen de Junio de 2003 y son los siguientes

Flexión

$K_a = 0'878$ $\qquad S_{10^3} = 900$ MPa

$K_b = 0'889$ $\qquad S_e^f = 205'5$ MPa

$K_e = 0'52$ $\quad (q = 0'9)$

Axial

$K_a = 0'878$

$K_b = 1$

Concentración de tensiones

Figura A-15-1

$\frac{d}{w} = \frac{10}{30} = 0'33 \rightarrow K_t = 2'3$; $K_f = 1 + q(K_t - 1)$

$= 1 + 0'9(2'3-1) = 2'17$

$q = 0'9$

$K_e = \frac{1}{K_f} = \frac{1}{2'17} = 0'46$

$S_{10^3} = 0'75\ Su = 750$ MPa

$S_e' = 0'46\ Su = 460$ MPa

$S_e^a = K_a \cdot K_b \cdot K_e \cdot S_e' = 0'878 \cdot 1 \cdot 0'46 \cdot 460 = 185'7848$ MPa

Al tener esfuerzos combinados de flexión y axial debemos tomar como referencia uno de los dos y calcular los coeficientes α.
Como referencia, escogemos la flexión

$$\alpha_f = \frac{S_e^f}{S_e^f} = 1 \qquad \alpha_a = \frac{S_e^f}{S_e^a} = \frac{205'5}{185'78} = 1'10$$

Ahora calculamos las tensiones medias y alternadas para aplicar el criterio de Goodman.

Flexión

$$\sigma_m^f = 0$$

$$\sigma_a^f = \frac{M \cdot c}{I} = \frac{M\frac{h}{2}}{(w-d)\frac{h^3}{12}} = \frac{200\,\frac{0'02}{2}}{(0'03-0'01)\frac{0'02^3}{12}} = 150\ MPa$$

Axial

$$\sigma_m^a = \frac{F_m}{A} = \frac{30000}{(w-d)\,h} = \frac{30000}{(0'03-0'01)\,0'02} = 75\ MPa$$

$$\sigma_a^a = \frac{F_a}{A} = \frac{10000}{(0'03-0'01)\,0'02} = 25\ MPa$$

Las tensiones combinadas son:

$$\overline{\sigma_m} = \sigma_m^f + \sigma_m^a = 0 + 75\ MPa = 75\ MPa$$
$$\overline{\sigma_a} = a_a^f + \sigma_a^a = 150 + 25 = 175$$
$$\overline{\sigma_a}^* = \sigma_a^f + \alpha_a \sigma_a^a = 150 + 1'10 \cdot 25 = 177'5\ MPa$$

Ahora, en el criterio de Goodman, podemos calcular el límite de fatiga con el que rompe para estas tensiones, S_e^N

$$\frac{\overline{\sigma_m}}{S_u} + \frac{\overline{\sigma_a}^*}{S_e^N} = 1 \rightarrow S_e^N = \frac{\sigma_a^*}{1-\frac{\overline{\sigma_m}}{S_u}} = \frac{177'5}{1-\frac{75}{1000}} = 191'9\ MPa$$

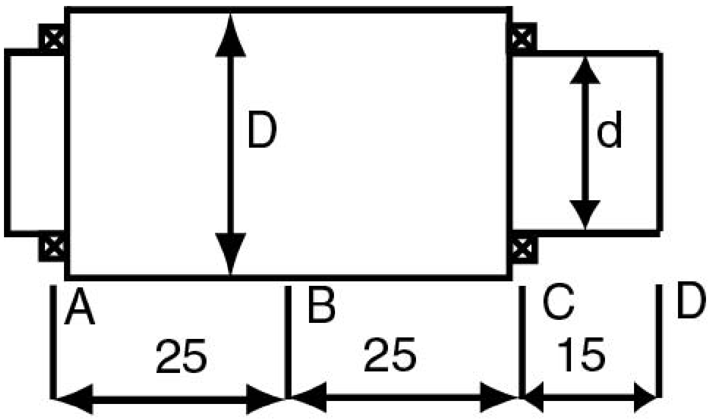
$$S_e^N = 191'9\ MPa$$

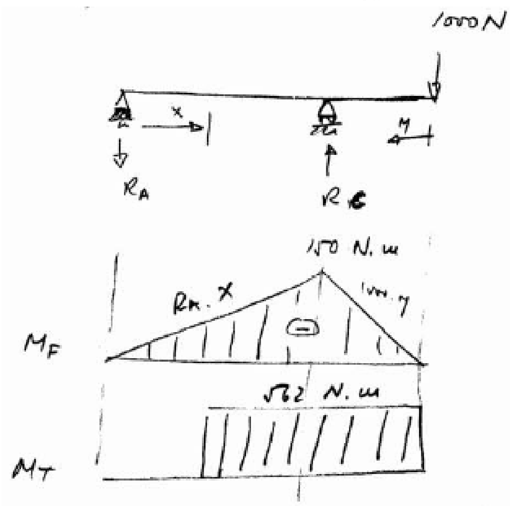
Como se puede observar, esta tensión, que determina la frontera de fallo con ese nivel de tensiones, es inferior al límite de fatiga real de flexión que hemos tomado como referencia. Por tanto, la vida del elemento será infinita.
Utilizando el límite de fatiga verdadero $S_e^f = 195'9$ MPa, el coeficiente de seguridad obtenido es mayor.

Septiembre 2004.

El árbol de la figura, en el que las medidas están expresadas en *cm*., está soportado por dos rodamientos en *A* y *C*. El eje recibe una fuerza radial, constante, de 1000 *N*, aplicada en la sección *D*. Entre las secciones *B* y *D* transmite un potencia de 20 *CV* de forma continua a 250 rpm. Se pide:

a) Trazar los diagramas de momentos flectores y torsores del eje.
b) Calcular el límite de fatiga a flexión. El límite de fluencia del eje es S_y=800 *MPa* y la tensión última es S_u=1000 *MPa*. En el entalle circunferencial la relación *D/d*=1,10 y el radio de acuerdo es *r/d*=0,10. El eje se obtendrá por maquinado. Considérese K_b=0,7 y *q*=0,88.
c) Obtener el diámetro del eje, *d*, aplicando el método general de fatiga y empleando un coeficiente de seguridad de 1,5.





a) En primer lugar calculamos las reacciones en los apoyos Ay C.

$$\sum M_A = 0 \quad 50 \cdot R_C - 1000 \cdot 65 = 0$$

$$R_C = 1300\,N$$

$$\sum F_y = 0 \quad R_C - R_A - 1000 = 0$$

$$R_A = 300\,N$$

El momento flector máximo estará localizado en el punto *C* y tendrá como valor

$$M_C = R_A \cdot 50 = 1500\ Ncm = 150\ Nm$$

A partir de la potencia que transmite el árbol, podemos calcular del momento torsor.

$$20\,CV = 14715\,W \qquad \omega = \frac{2\pi n}{60} = 26{,}18\,rad/s$$

$$Pot = N \cdot \omega \qquad N = \frac{Pot}{\omega} = \frac{14715}{26{,}18} = 562\ Nm$$

b) Cálculo del límite de fatiga.

$S_{10^3} = 0,9 \cdot Su = 0,9 \cdot 1000 = 900\ MPa$

$S_e' = 0,5 \cdot Su = 0,5 \cdot 1000 = 500\ MPa$

- Factor de acabado superficial por maquinado

$K_a = a \cdot Su^b = 4,51 \cdot 1000^{0,265} = 0,723$

- Factor de tamaño

$K_b = 0,7$ (por indicación del enunciado)

- Concentración de tensiones. Empleamos la tabla A-15-9 y para la sensibilidad a la entalla se considera como valor más probable q=0,88.

$$\left.\begin{aligned}\frac{D}{d} = 1,1\\ \frac{r}{d} = 0,1\end{aligned}\right\} k_t = 1,6 \qquad k_f = 1 + q\left(k_t - 1\right) = 1,528 \qquad k_e = \frac{1}{k_f} = 0,654$$

Finalmente, el valor del límite a fatiga será:

$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_e \cdot S_e' = 0,723 \cdot 0,7 \cdot 0,654 \cdot 500 = 165,5\ MPa$

c) Finalmente, para el dimensionamiento del eje, nos fijamos en el cojinete situado en C puesto que en él tenemos un valor máximo del momento flector junto con momento torsor.

Inicialmente suponemos, para aplicar el método general de fatiga que $\tau_m \le 0,5 \cdot S_{ys}$.

Entonces, $$d^3 = \frac{32 \cdot M \cdot cs}{\pi \cdot S_e} = \frac{32 \cdot 150 \cdot 1,5}{\pi \cdot 165,5.10^6} = 1,38.10^{-5}\ m^3$$

d=0,024 m=24 mm

Ahora debemos verificar el cumplimiento de la hipótesis.

$$\tau_m = \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot d^3} = \frac{16 \cdot 562}{\pi \cdot 0.024^3} = 207\ MPa$$

La tensión de fluencia en torsión, mediante el criterio de Tresca es

$S_{ys} = 0,5 \cdot S_y = 0,5 \cdot 800 = 400\ MPa$

Entonces, $\tau_m = 207\ MPa > 0,5 \cdot S_{ys} = 200\ MPa$ y debemos recalcular el diámetro como

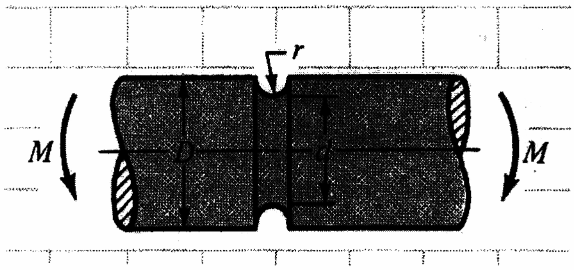
$$d^3 = \frac{32 \cdot cs}{\pi}\left[\frac{M}{S_e} + \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{T}{S_y}\right] = \frac{32 \cdot 1,5}{\pi}\left[\frac{150}{165,5.10^6} + \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{562}{800.10^6}\right] = 2,31.10^{-5}\ m^3$$

y, finalmente,

$$d = 0.028\ m = 2,8\ cm$$

Junio 2005 (examen final).

El eje de la figura está fabricado en un acero forjado de *Su=1000 MPa* y presenta una ranura circunferencial de radio *r=0,25 cm*, diámetro *d=2 cm* y diámetro exterior *D= 3 cm*. Se desea saber el valor del momento rotativo máximo que puede soportar si la vida del elemento debe ser de 300.000 ciclos.



Se trata de un caso de flexión rotativa. Entonces,

$S_{10^3} = 0,9 \cdot Su = 900$ MPa

$S_e' = 0,5\, Su = 500$ MPa

Ahora calculamos los factores K que reducen la resistencia a fatiga.

$K_a = a\, Su^b = 272\,(1000)^{-0,995} = 0,281$ (FORJADO)

$K_b = 1,189 \cdot 20^{-0,097} = 0,889$

Figura A-15-14

$\frac{D}{d} = \frac{3}{2} = 1,5$

$\frac{r}{d} = \frac{0,25}{2} = 0,125$

$K_t = 1,8$

$K_f = 1 + q\,(K_t - 1)$

$K_f = 1 + 0,9\,(1,8 - 1) = 1,72$

$K_e = \frac{1}{1,72}$

$q = 0,9$ (figura 5-16)

Entonces, el límite de fatiga será:

$S_e = 0,281 \cdot 0,889 \cdot \frac{1}{1,72} \cdot 500 = 72,6$ MPa

Y la resistencia a 300.000 ciclos:

$\log S_{3.10^5} = \log 900 + \frac{\log 72,6 - \log 900}{3}\,(\log 300.000 - 3) = 2,051$

$\boxed{S_{3.10^5} = 112,588 \text{ MPa}}$

El valor del momento será

$\boxed{M = \frac{S_{3.10^5} \cdot I}{c} = \frac{112,588 \cdot 10^6 \cdot \frac{\pi (0,02)^4}{64}}{\frac{0,02}{2}} = 88,4 \text{ N.m}}$