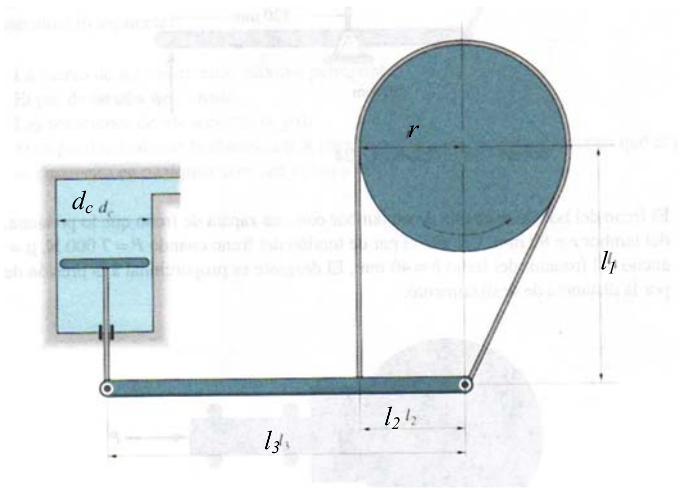
SISTEMAS MECÁNICOS

Septiembre 2002

El freno de cinta de la figura se activa por medio de un cilindro de aire comprimido con diámetro d_c. El cilindro se impulsa por presión de aire p=0,7 MPa. Calcular el momento de freno máximo posible si el coeficiente de fricción entre la banda y el tambor es 0,25. La fuerza de la masa sobre el brazo del tambor se desprecia. d_c=50 mm,r=200 mm, l_1=500 mm, l_2=200 mm y l_3=500 mm.



Fuerza que se ejerce sobre el brazo

$$F = p \times A = 0'7 \times 10^6 \times \frac{\pi (50 \times 10^{-3})^2}{4} = 1374'45\ N$$

Calculando momentos en la articulación del brazo

$$P_2 . l_2 - F . l_3 = 0$$

$$P_2 = \frac{F . l_3}{l_2} = \frac{1374'44 \times 0'5}{0'2} = 3436'125\ N$$

Ángulo abrazado por la cinta.

$$\sin \alpha = \frac{r}{l_1} \qquad \alpha = \arcsin \frac{200}{500} = 23'57^\circ = 0'41\ rad$$

$$\phi = \pi + 0'41 = 3'553 \qquad e^{\mu \phi} = 2'43$$

La fuerza máxima

$$P_1 = P_2\, e^{\mu \phi} = 2'43 \times 3436'1 = 8349'72\ N$$

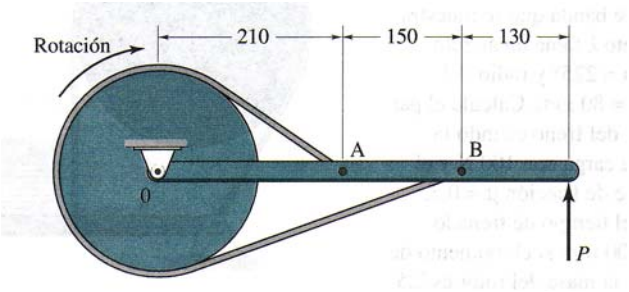
$$T = (P_1 - P_2)\, r = 982'71\ N.m$$

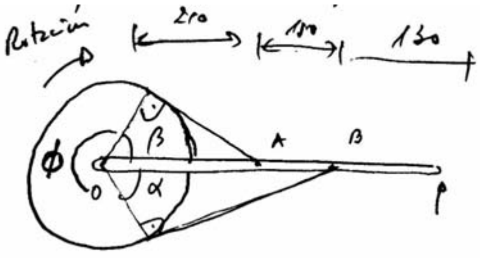
Junio 2002

El freno de cinta de la figura tiene las siguientes características: diámetro, *d*=350 mm.; presión máxima, 1.2 Mpa, μ=0.25 y ancho de la cinta, *b*=50 mm. Determinar:

a) El par de frenado, *T*.
b) La fuerza de accionamiento, *P*.
c) Las reacciones que se presentan en el perno *O*.

Todas las dimensiones de la figura están expresadas en mm.





$$\cos\alpha = \frac{d/2}{\overline{OB}} = \frac{350/2}{210+150} = 0'48$$

$$\alpha = 60'9 = 1'06$$

$$\cos\beta = \frac{d/2}{\overline{OA}} = \frac{175}{210} = 0'83$$

$$\beta = 33'6 = 0'58 \text{ rad}$$

$$\phi = 2\pi - \alpha - \beta = 2\pi - (1'06 + 0'58) = 4'64 \text{ rad}$$

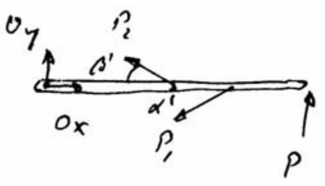
$$\boxed{P_1} = \text{presión} \cdot b \cdot r = 1'2\times10^6 \cdot 50\cdot10^{-3} \cdot 175\cdot10^{-3} = \boxed{10500 \text{ N}}$$

$$P_1 = P_2\, e^{+\mu\phi} \rightarrow \boxed{P_2} = \frac{P_1}{e^{+\mu\phi}} = \frac{10500}{e^{+1'16}} = \boxed{3291'6 \text{ N}}$$

Por tanto, el par de frenado será

$$\boxed{T} = (P_1 - P_2)\frac{d'}{2} = (10500 - 3291'6)\times 175\times10^{-3} = \boxed{1261'47 \text{ Nm}}$$

c)



$$\boxed{\alpha'} = \frac{\pi}{2} - \alpha = \frac{\pi}{2} - 1'06 = 0'51 \text{ rad} = \boxed{29'1°}$$

$$\boxed{\beta'} = \frac{\pi}{2} - \beta = \frac{\pi}{2} - 0'58 = 0'99 \text{ rad} = \boxed{56'4°}$$

$$\Sigma M_O = 0$$

$$P\times(210+150+130) + P_2 \operatorname{sen}\beta' \cdot 210 - P_1 \operatorname{sen}\alpha'(210+150) = 0$$

$$P \cdot 490 + 175\times 3291'6 - 10500\times175 = 0$$

$$P = \frac{175\,(10500 - 3291'6)}{490} = 2574'4 \text{ N}$$

$$O_x = +P_1\cos\alpha' + P_2\cos\beta' = 10500\cdot\cos(29'1) + 3291'6\cos(56'4) =$$

$$O_x = 10996'15 \text{ N}$$

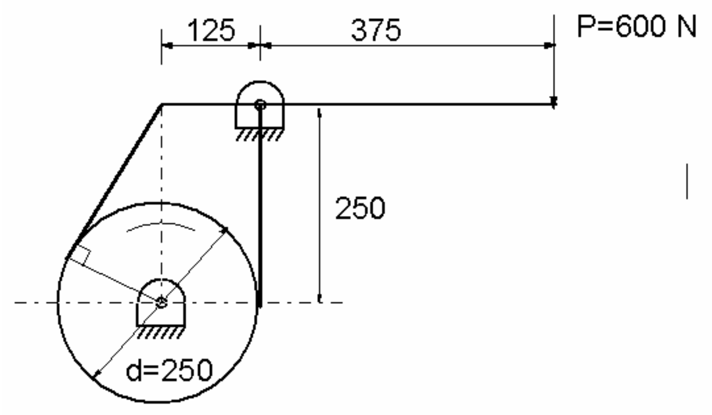
$$O_y = P + 3291'6 \operatorname{sen}(56'4) - 10500 \operatorname{sen}(29'1) = 209'52 \text{ N}$$

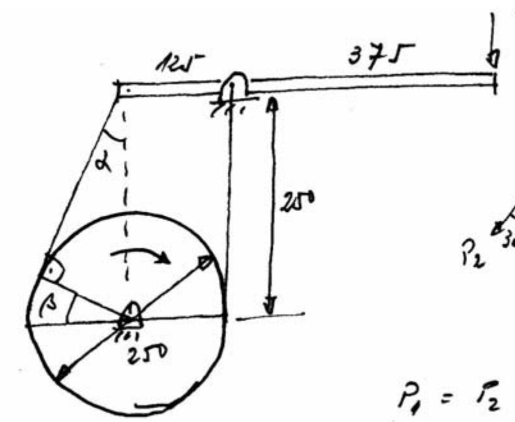
Septiembre 2001

En la figura se representa un freno de cinta. El ancho de la cinta es de 50 mm y el coeficiente de fricción μ=0,3. Se aplica al freno una fuerza P=600 N. Se desea calcular la presión máxima en la cinta y el par de frenado.

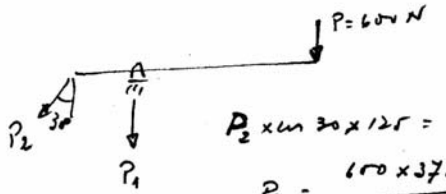
¿Cuánto tardará, aplicando el par obtenido anteriormente, en detener un eje de momento de inercia I=82;8 Kg.m^2 si la velocidad de giro del eje es de 3000 r.p.m.?

Nota: todas las medidas indicadas en la figura están expresadas en mm.





$$\alpha = \text{arsen}\ \frac{125}{250} = 30^\circ$$



$$P_2 \times \cos 30 \times 125 = 600 \times 375$$

$$P_2 = \frac{600 \times 375}{\cos 30 \times 125} = 2078'46\ N$$

$$P_1 = P_2\, e^{\mu\phi} = 2078'46 \times e^{0'3 \cdot \frac{210 \cdot \pi}{180}} = 6241'12\ N$$

$$\phi = 180 + \beta = 180^\circ + 30^\circ = 210^\circ$$

$$\boxed{P_{max} = \frac{P_1}{b \cdot r} = \frac{6241'12}{50 \cdot 10^{-3} \times 125 \times 10^{-3}} = 998'579\ kPa}$$

$$\boxed{T = (P_1 - P_2)\, r = 520'3\ N.m}$$

$$\alpha = \frac{T}{I} = \frac{520'3}{82'8} = 6'283\ rad/s^2$$

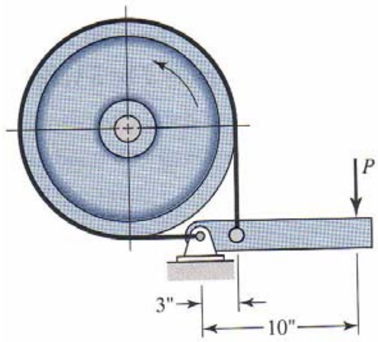
$$0 = \omega_0 - \alpha t \Rightarrow \boxed{t = \frac{\omega_0}{\alpha} = \frac{2\pi\, \frac{3000}{60}}{6'283} = 50\,s}$$

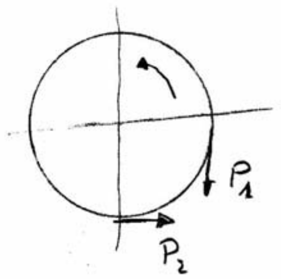
Junio 2003

La figura representa un freno de cinta cuyo eje gira con una velocidad de 200 r.p.m. en sentido antihorario. El eje tiene un diámetro d= 16” y la cinta tiene un ancho de 3”, el coeficiente de fricción es μ=0.2 y la presión máxima que soporta la cinta son 70 psi. Determinar:

d) El par de frenado, *T*.
e) La fuerza de accionamiento, *P*.
f) Las reacciones que se presentan en la articulación de la barra.

Todas las dimensiones de la figura están expresadas en pulgadas.





Al ser la rotación en sentido antihorario la fuerza mayor en la cinta, P_1, estará en el tramo de la derecha, según se ve en la figura. Además, sabemos que

$$P_1 = p_{máx}\, b \cdot r = 70 \cdot 3 \cdot 8 = 1680 \text{ lbf}$$

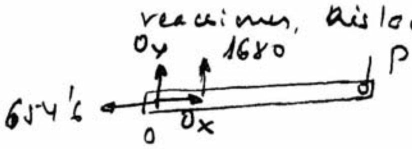
Entonces, con $\phi = 270° = \frac{3\pi}{2}$

$$P_2 = \frac{P_1}{e^{\mu\phi}} = P_1 e^{-\mu\phi} = 1680\, e^{-0'2\frac{3\pi}{2}} = 654'6 \text{ lbf}$$

El par de frenado se calcula ahora fácilmente

$$T = (P_1 - P_2)\, r = (1680 - 654'6)\, 8 = 8203'2 \text{ lbf. pulg}$$

Para hallar la fuerza de accionamiento y las reacciones, aislamos la barra y se plantea el equilibrio



$$\Sigma M_0 = 0 \quad P \cdot 10 - 1680 \cdot 3 = 0 \Rightarrow P = 504 \text{ lbf}$$

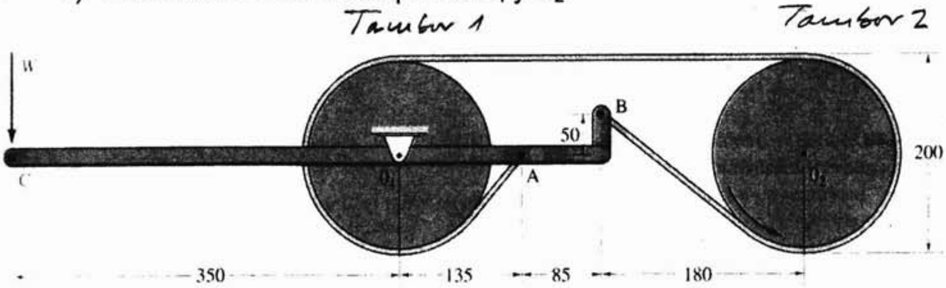
$$\Sigma F_y = 0 \quad O_y + 1680 - P = 0 \Rightarrow O_y = -1176 \text{ lbf}$$

$$\Sigma F_x = 0 \quad O_x - 654'6 = 0 \Rightarrow O_x = 654'6 \text{ lbf}$$

Septiembre 2003

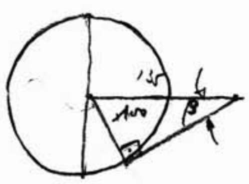
El freno de cinta de la figura tiene un ancho de 40 mm y su presión máxima puede llegar a 1.1 MPa. Todas las dimensiones se dan en milímetros. El coeficinte de fricción es μ=0.3. Se pide:

a) La fuerza de accionamiento máxima permisible.
b) El par de torsión de frenado.
c) Las reacciones de los soportes O_1 y O_2.



Lo primero es obtener el ángulo que abraza la banda sobre el tambor 2 y el ángulo de incidencia de la banda en A.

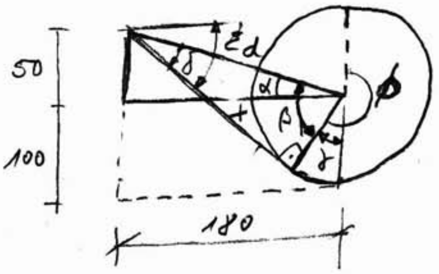
Tambor 1



$$\operatorname{sen} \beta = \frac{100}{135} \rightarrow \beta = 47'8^\circ$$

El tambor 2 sólo tiene como misión asegurar que la cinta incide en el tambor 1 y en la palanca de la forma indicada. La presión en la banda será la misma a la entrada y a la salida para no crear un par y mantener el equilibrio.

Tambor 2



$$d^2 = 180^2 + 50^2 \rightarrow d = 186'82 \text{ mm}$$

$$186'82^2 = 100^2 + x^2 \rightarrow x = 157'80 \text{ mm}$$

$$\alpha = \operatorname{atg} \frac{50}{180} \rightarrow \alpha = 15'52$$

$$\beta = \operatorname{acos} \frac{100}{d} \rightarrow \beta = 57'63$$

$$\beta - \alpha + \gamma = 90^\circ$$

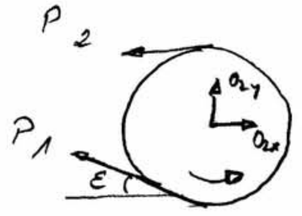
$$\gamma = 90 + \alpha - \beta = 47'89^\circ$$

$$\phi = 180 + \gamma = 227'89^\circ$$

$$\delta = 90 - \beta = 32'37^\circ$$

$$\Sigma = \alpha + \delta = 15'52 + 32'37 = 47'89^\circ$$

Ahora, aislando el tambor 2 que gira en sentido antihorario

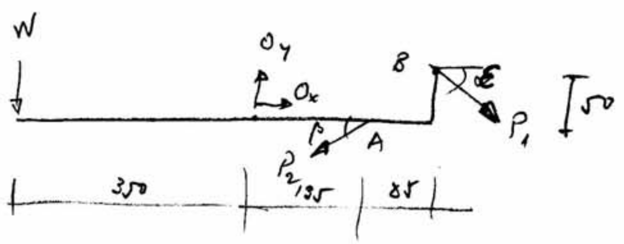


$P_1 = P_{máx} \cdot b \cdot r = 1.1 \times 10^6 \times 0'04 \times 0'1 = 4400 N$

$P_2 = P_1 e^{-\mu\phi} = 4400 \cdot e^{-0'3 \frac{227'89}{180} \cdot \pi} = 1334 N$

La fuerza P_2 es la que llega a través de la cinta al punto A.

Aislando la palanca



Tomando momentos en O se obtiene la fuerza de accionamiento.

$W \cdot 350 - P_2 \operatorname{sen}\beta \times 135 - P_1\, 220 \operatorname{sen} \varepsilon - P_1\, 50 \cos\alpha = 0$

a) $W = \dfrac{1334 \times 135 \times \operatorname{sen} 47'8 + 4400 \times 220 \operatorname{sen} 47'89 + 4400 \times 50 \cos 47'89}{350}$

$\boxed{W = 2854'4\ N}$

b) El par de frenado es

$P = (P_1 - P_2) \cdot r = (4400 - 1334) \times 0'1 = 306,6\ N.m$

c) Reacciones en O_1

$O_x = P_1 \cos\varepsilon - P_2 \cos\beta = 4400 \cos 47'89 - 1334 \cos 47'8 = 2054'3 N$

$O_y = W + P_2 \operatorname{sen}\beta + P_1 \operatorname{sen}\varepsilon = 2854'4 + 1334 \operatorname{sen} 47'8 + 4400 \operatorname{sen} 47'89$

$O_y = 7106'81\ N$

Reacciones en O_2

$O_{2x} = P_1 \cos\varepsilon + P_2 = 4400 \cos 47'89 + 1334 = 4284'4 N$

$O_{2y} = -P_1 \operatorname{sen}\varepsilon = -3264'18 N$

Diciembre 2003

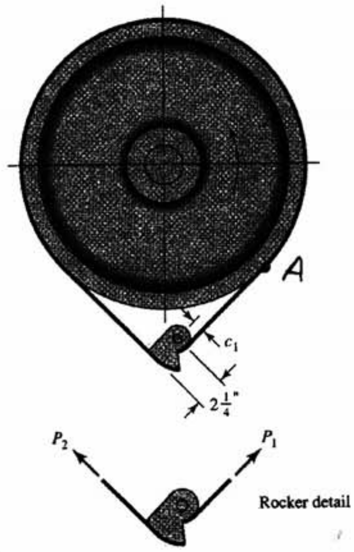
El freno de cinta de la figura tiene un ancho de cinta $b = 2\frac{1}{8}$ *inch*, la cinta abraza el tambor en un ángulo *φ=270º* y el coeficiente de fricción es *μ=0,2* , diámetro del tambor *d=10 inch*. Cuando el tambor gira en sentido antihorario, se pide:

a) Ajustar la longitud c_1 (en pulgadas) del pivote para que la capacidad del freno sea *T=150 ft·lb*. La otra longitud tiene un valor de $2\frac{1}{4}$ *inch*.

b) En las condiciones anteriores, determinar la carga en ambos extremos de la cinta y la presión máxima a la que está sometido, indicando en qué punto se producirá.

Nota: *1 ft = 12 inch*

$$e^{\mu\phi} = e^{0'2 \frac{270}{180}\pi} = 2'56$$



a) Sabemos que

$$P_1 = P_2\, e^{\mu\phi}$$

Además, por el brazo de palanca:

$$P_1 . c_1 = P_2 . 2'25$$

$$P_1 = P_2 \frac{2'25}{c_1} = P_2\, e^{\mu\phi}$$

$$c_1 = \frac{2'25}{e^{\mu\phi}} = \frac{2'25}{2'56} = 0'878 \text{ inch.}$$

Independientemente del valor del par.

b)

$$T = (P_1 - P_2) . r$$

$$(P_1 - P_2) = P_2 (e^{\mu\phi} - 1) = \frac{T}{r}$$

$$P_2 = \frac{T}{r(e^{\mu\phi}-1)} = \frac{150 \times 12}{5 . 1'56} = 230'76 \text{ lb}$$

$$P_1 = 2'56 . 230'76 = 590'76 \text{ lb}$$

La presión máxima será

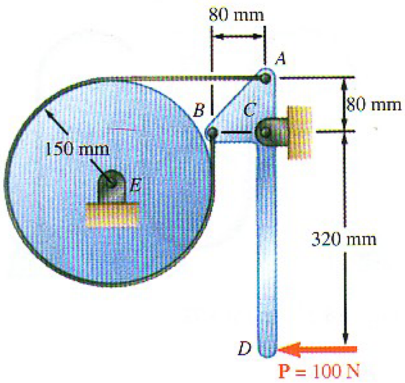
$$p_{máx} = \frac{P_1}{br} = \frac{590'76}{2'125 \times 5} = 55'6 \text{ lb/inch}^2$$

Se producirá en el punto A.

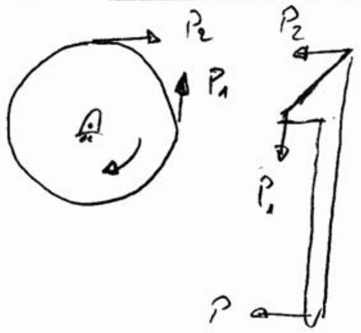
Junio 2004

Se emplea un freno de cinta para controlar, como se muestra, el movimiento de un eje. Hallar el módulo del par que el freno aplica al eje, sabiendo que el coeficiente de rozamiento entre la cinta y el eje es 0,25. Determinar:

g) El par de frenado, *T* si el eje gira en sentido horario y en sentido antihorario.
h) El ancho de la cinta si la presión máxima *P* = 5 kg/cm^2.
i) Las reacciones que se presentan en la articulación *C* de la barra cuando el eje gira en sentido horario.



a) Sentido horario.



$P_1 = P_2\, e^{\mu\phi}$

El ángulo que la cinta abraza el disco es $\phi = 270° = \frac{3\pi}{2}$

Entonces

$P_1 = P_2\, e^{0'25 \times \frac{3\pi}{2}} = 3'25\, P_2$

Aplicando la ecuación de momentos en la palanca del freno

$\Sigma M_C = 0 \qquad P.\, 0'32 - P_1 .\, 0'08 - P_2 .\, 0'08 = 0$

$4P - P_1 - P_2 = 0$

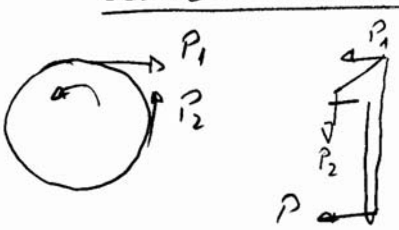
$4P - 3'25 P_2 - P_2 = 0 \rightarrow \boxed{P_2 = \frac{4P}{4'25} = 94'1\ N}$

$\boxed{P_1 = 3'25\, P_2 = 305'8\, N}$

El par de frenado

$\boxed{T = (P_2 - P_1) .\, r = (305'8 - 94'1).\, 0'15 = 31'75\ N.m}$

Sentido antihorario



Nuevamente $P_1 = 3'25 P_2$ y la ecuación de los momentos es igual, Por tanto

$P_1 = 305'8\ N$ y $P_2 = 94'1\ N$

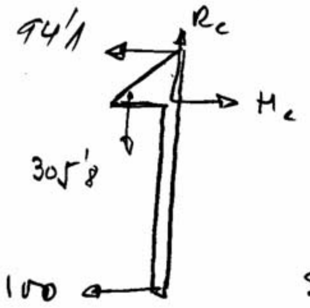
También

$T = 31'75\ N.m$

b) Como $P_{máx} = \frac{P_1}{b\,r} \Rightarrow b = \frac{P_1}{P_{máx}\cdot r} = \frac{305'8/9'81}{5\cdot 15} =$

$b = 0'41$ cm.

c) Las reacciones en C, sí dependen del sentido de giro. En sentido horario.



$R_c = 305'8\ N$

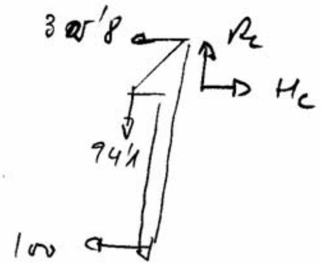
$H_c = 100 + 94'1 = 194'1\ N$

El módulo de la reacción será

$R = \sqrt{R_c^2 + H_c^2} = 362'2\ N = 36'92$

Si $\tau_{adm} = 500\ Kg/cm^2 \quad \tau_{adm} > \frac{36'92}{\frac{\pi d^2}{4}} \rightarrow d > 0'3$ cm

En sentido antihorario



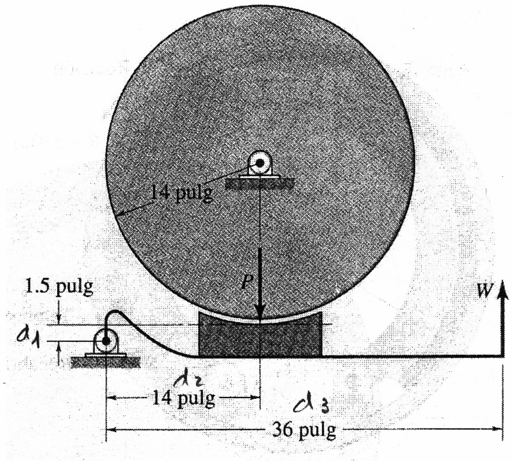
$R_c = 94'1\ N$

$H_c = 405'8\ N$

Junio 2005 (examen final).

El tambor de un freno con radio *14 pulg* hace contacto con una **zapata corta** como la de la figura, y mantiene un par de torsión de *2000 lbf-pulg* a *500 rpm*. El coeficiente de fricción es *0,3*. Calcular:

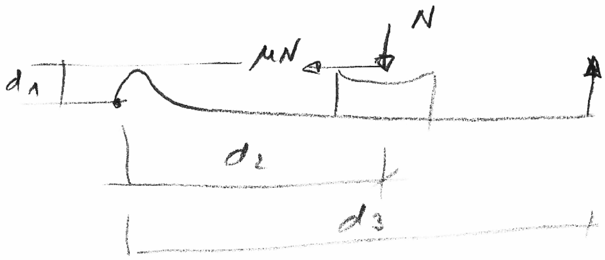
1. La fuerza normal que actúa sobre la zapata.
2. La fuerza de accionamiento *W* que se requiere cuando el tambor tiene rotación en sentido horario.
3. Cuánto debe cambiar la distancia de *1,5 pulg* para que ocurra el autobloqueo si las otras dimensiones no cambian.



1.- El par de frenado $T = \mu N . r$. Luego la Normal valdrá:

$$N = \frac{T}{\mu r} = \frac{2000}{0,3 . 14} = 476,19 \text{ lb}$$

2.- Si aislamos la palanca, al girar el tambor en sentido horario, la fuerza de fricción irá hacia la izquierda. Para determinar W tomamos momentos en la articulación



$$\Sigma M = 0$$

$$\mu N d_1 + W d_3 - N d_2 = 0$$

$$W = \frac{N d_2 - \mu N d_1}{d_3}$$

$$W = \frac{476,19 . 14 - 0,3 . 476,19 . 1,5}{36} = 179,2 \text{ lb}$$

3.- El autobloqueo se presenta para $W = 0$. Entonces

$$N d_2 - \mu N d_1 = 0$$

$$d_2 - \mu d_1 = 0$$

$$d_1 = \frac{d_2}{\mu} = \frac{14}{0,3} = 46,6 \text{ pulg.}$$