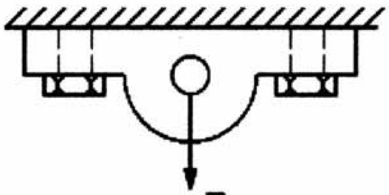
Junio 2004 (examen final)

El material de los dos tornillos de la figura tiene una tensión de rotura de 2.000 kg/cm^2 y un límite de fatiga de 1.000 kg/cm^2. Las áreas netas del tornillo y de la pieza son 0,9 cm^2 y 4 cm^2 respectivamente. La fuerza F aplicada varía de forma continua entre 0 y 1.000 kg. Calcular:

a) Valor mínimo de la precarga inicial en cada uno de los tornillos para evitar la pérdida de compresión de la pieza.
b) Coeficiente de seguridad para el tornillo si la precarga inicial en cada tornillo es de 500 kg.
c) Fuerza mínima en la pieza si la precarga es de 500 kg.



Las fuerzas en el tornillo y la pieza son:

$$F_t = F_i + f_j \cdot F_e$$
$$F_j = F_i - (1-f_j)\,F_e$$

Siendo: - F_i la precarga,
- F_e la fuerza exterior aplicada
- f_j el factor de la junta.

Calculemos, primero, el factor de la junta

$$f_j = \frac{\frac{\cancel{E_t} A_t}{\cancel{L}}}{\frac{\cancel{E_t} A_t}{\cancel{L}} + \frac{\cancel{E_j} A_j}{\cancel{L}}} = \frac{A_t}{A_t + A_j} = \frac{0'9}{4'9} = 0'18$$

a) El valor mínimo de la precarga será aquel que, cuando la fuerza exterior sea máxima, anule la fuerza soportada por la junta.
No se debe olvidar que la fuerza exterior se reparte entre ambos tornillos.

$$F_j = F_i - (1-f_j)F_e = 0$$
$$F_i = (1-f_j)F_e = (1-0'18)\,500 = 410 \text{ kg.}$$

b) Con precarga de 500 kg en cada tornillo, las fuerzas máximas y mínimas en el tornillo son:

$F_{máx} = 500 + 0'18 \cdot 500 = 590$ kg / $F_m = 545$ kg
$F_{mín} = 500 + 0'18 \cdot 0 = 500$ kg / $F_a = 45$ kg

$$\sigma_m = \frac{545}{0'9} = 605'5 \ \text{kg/cm}^2$$

$$\sigma_a = \frac{45}{0'9} = 50 \ \text{kg/cm}^2$$

El criterio de Goodman, aplicado al caso es

$$\frac{\sigma_m}{S_u} + \frac{\sigma_a}{S_e} = \frac{1}{c_s} \rightarrow \frac{605'5}{2000} + \frac{50}{1000} = 0'35 = \frac{1}{c_s}$$

$c_s = 2'85$ que es el coeficiente de seguridad

c) Con una precarga de 500 kg la fuerza mínima en la pieza será la absorbida por la junta cuando se aplica la carga máxima. Será

$$F_j = F_i - (1-f_j) F_e = 500 - (1-0'18)\,500 = 90 \ \text{kg}.$$

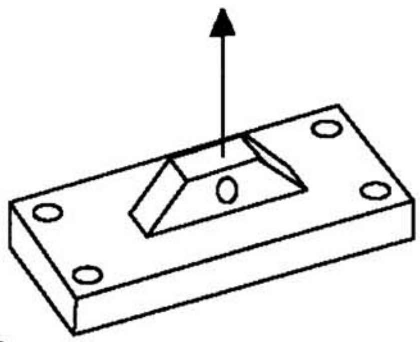
Septiembre 2004

El soporte de la figura recibe una carga variable, con un valor mínimo de 1000 kg y un valor máximo de 3000 kg. Se pretende sujetarlo al suelo con cuatro tornillos de tensión de rotura S_R=80 kg/mm^2, tensión de fluencia S_E=64 kg/mm^2 y límite de fatiga S_e=13,14 kg/mm^2. Si se admite la aproximación de que cada junta tiene un diámetro doble que su tornillo, determinar:

a) Precarga necesaria en los tornillos para que la junta no se separe, con un coeficiente de seguridad de 1,35.

b) Diámetro requerido de los tornillos para que en el trabajo a fatiga el coeficiente de seguridad sea también 1,35.

c) Tensión máxima que soportará cada tornillo.



a) La carga máxima que soportará cada tornillo será de 750 kg. La precarga necesaria para que el soporte no se separe del suelo la calculamos haciendo

$$\bar{F}_j = F_i - (1-f_j)F c_s = 0$$

El factor de la junta lo calculamos teniendo en cuenta que la junta es circular, de diámetro doble del tornillo

$$f_j = \frac{\frac{EA_t}{L}}{\frac{EA_t}{L}+\frac{EA_j}{L}} = \frac{A_t}{A_t+A_j} = \frac{\frac{\pi d^2}{4}}{\frac{\pi d^2}{4}+\frac{\pi}{4}(D^2-d^2)} = \frac{d^2}{d^2+3d^2} = 0'25$$

Entonces,

$$F_i = (1-f_j)c_s F = (1-0'25)1'35 \cdot 750 = 759'35 \text{ kg}$$

Para tener en cuenta el coeficiente de seguridad hemos introducido la carga máxima multiplicada por C_s.

b) La carga sobre cada tornillo es,

$$F_t = F_i + f_j F$$

Entonces la carga máxima y mínima en cada tornillo,

$F_{máx} = 759'375 + 0'25 \times 750 = 946'875$ Kg

$F_{mín} = 759'375 + 0'25 \times 250 = 821'875$ Kg

Las fuerzas media y alternada son:

$$F_m = \frac{946'875 + 821'875}{2} = 884'375 \text{ Kg.}$$

$$F_a = \frac{946'875 - 821'875}{2} = 62'5 \text{ Kg.}$$

Entonces, las tensiones valdrán

$$\sigma_m = \frac{F_m}{A_t} = \frac{884'375}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{1126'02}{d^2}$$

$$\sigma_a = \frac{F_a}{A_t} = \frac{62'5}{\frac{\pi d^2}{4}} = 79'57$$

Aplicando el criterio de Goodman modificado

$$\frac{\sigma_m}{S_R} + \frac{\sigma_a}{S_e} = \frac{1}{c_s} \rightarrow \frac{\frac{1126'02}{d^2}}{80} + \frac{\frac{79'57}{d^2}}{13'14} = \frac{1}{1'35}$$

$d^2 = 27'17 \text{ mm}^2 \rightarrow d = 5'2$ mm.

c/ Entonces la tensión máxima en el tornillo será

$$\sigma_{máx} = \frac{F_{máx}}{A_t} = \frac{946'875}{\frac{\pi d^2}{4}} = 44'37 \text{ Kg/mm}^2$$

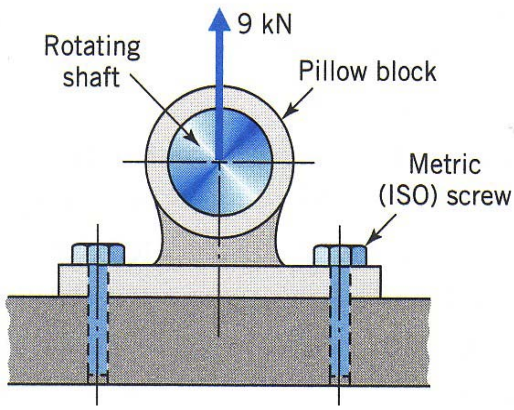
Diciembre 2004

La junta de la figura soporta el extremo de un eje rotativo. El eje ejerce una fuerza estática de 9 kN sobre el apoyo según se muestra en la figura. Si el área de la junta es de 2 cm^2 bajo cada tornillo, seleccionar un tornillo apropiado de la tabla adjunta para que baste con una precarga de 1 kN para evitar la pérdida de compresión de la pieza.

Basic Dimensions of ISO Metric Screw Threads

Nominal Diameter d (mm)	Coarse Threads: Pitch p (mm)	Minor Diameter d_r (mm)	Stress Area A_t (mm^2)
3	0.5	2.39	5.03
3.5	0.6	2.76	6.78
4	0.7	3.14	8.78
5	0.8	4.02	14.2
6	1	4.77	20.1
7	1	5.77	28.9
8	1.25	6.47	36.6
10	1.5	8.16	58.0
12	1.75	9.85	84.3
14	2	11.6	115
16	2	13.6	157
18	2.5	14.9	192
20	2.5	16.9	245
22	2.5	18.9	303
24	3	20.3	353
27	3	23.3	459
30	3.5	25.7	561
33	3.5	28.7	694
36	4	31.1	817
39	4	34.1	976

Note: Metric threads are identified by diameter and pitch as "M8 × 1.25."



Primeramente, conviene recordar que la fuerza de 9 kN se reparte entre los dos tornillos. Debido a la simetría, cada tornillo se cargará con 4,5 kN.
Entonces, se perderá la compresión en el tornillo cuando:

$$F_i - (1 - f_j)\cdot F_e = 0$$

Si queremos que la compresión se pìerda para una precarga F_i=1kN, entonces:

$$1 - (1 - f_j)\cdot 4,5 = 0$$

De donde se deduce que el factor de junta debe valer tener un valor f_j=0,77.
La expresión del factor de junta es,

$$f_j = \frac{A_t}{A_j + A_t}$$

Por tanto, si el área de la junta bajo cada tornillo es de 2 cm2, entonces, para obtener el factor de junta requerido,

$$A_t = (2 + A_t)\cdot 0,77$$

$$A_t = \frac{1,54}{0,23} = 6,69\ cm^2 = 669 mm^2$$

Debemos escoger un tornillo con un área resistente mayor o igual a la requerida para cumplir las condiciones. Por tanto, el tornillo escogido será el de rosca M33 con A_t=694 mm^2.