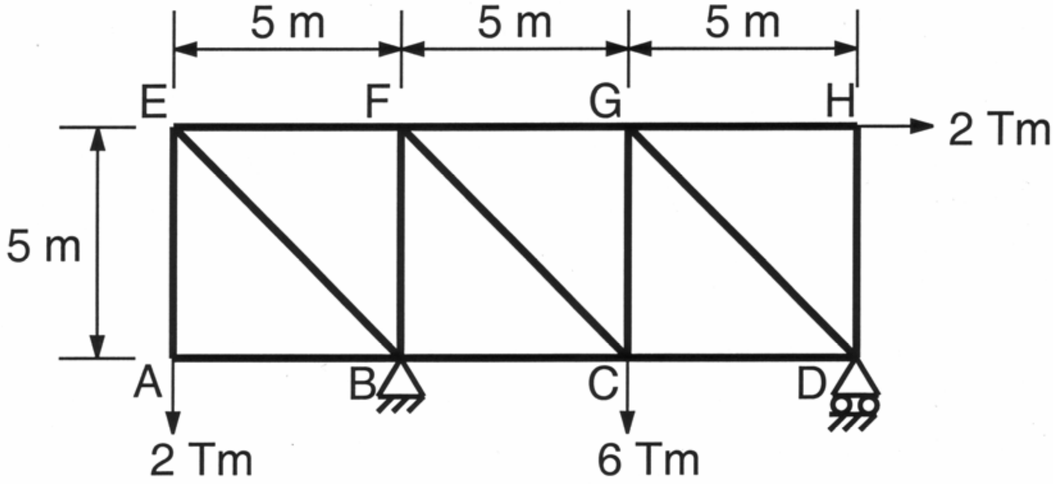
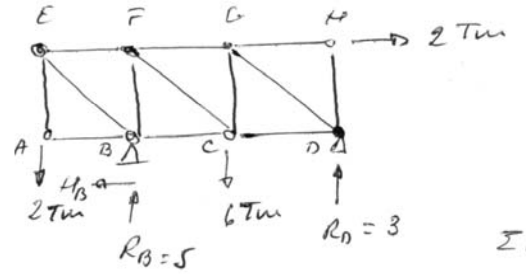
Febrero 2001 (examen parcial).
Problema 1

La estructura de la figura está cargada según se indica. Se pide:

a) Dibujar a escala el diagrama de Cremona de la estructura, determinando, a partir del diagrama, la tensión de cada barra. (Se recomienda tomar como escala 1 Tm = 1 cm).

b) Escoger el perfil angular de lados iguales a emplear si se utiliza el mismo perfil para todas las barras. σ_{adm}=2.100 kg/cm^2.





En primer lugar se calculan las reacciones en B y D mediante las ecuaciones de la estática.

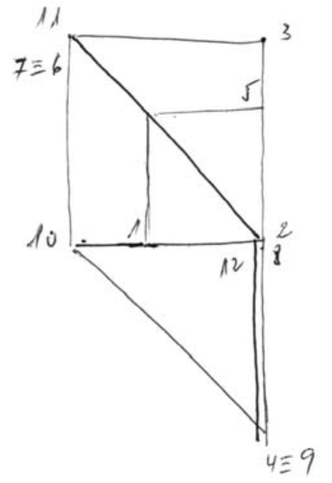
$\Sigma M_B = 0 \quad 6.5 + 2.5 - 2.5 - R_D \cdot 10 = 0$

$\boxed{R_D = 3 \text{ Tm}}$

$\Sigma F_V = 0 \quad R_B + R_D - 2 - 6 = 0 \Rightarrow \boxed{R_B = 5 \text{ Tm}}$

$\Sigma F_H = 0 \quad \boxed{H_B = 2 \text{ Tm}}$

A continuación se divide el espacio en regiones desde la 1 a la 12 y se traza el diagrama



En el diagrama de Cremona se observa que las barras más cargadas son la DG (11-12) y CF (9-10) con una Fuerza $F = 3\sqrt{2}$ Tm

En tracción la tensión se calcula como $\sigma = \frac{F}{A}$

Conocida $\sigma_{adm} = 2100$ kg/cm²

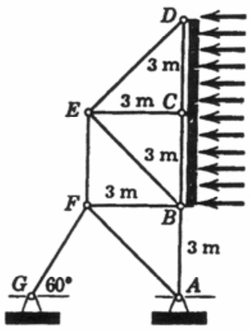
$A \geq \frac{F}{\sigma_{adm}} = \frac{3\sqrt{2} \times 1000}{2100} = 2'02 \text{ cm}^2$

Entonces el perfil angular escogido será el

$\boxed{\text{L } 25 \times 5}$

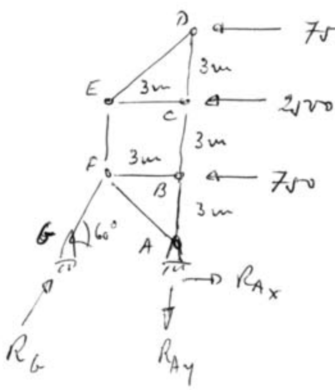
Septiembre 2000.
1er. parcial

1. La estructura de la figura está destinada a soportar un cartel publicitario. Para su construcción se utilizarán perfiles IPN. Para abaratar costes en el pedido se empleará el mismo perfil en cada una de las barras. En principio, la única fuerza que se supone en los cálculos es la que ejerce el viento sobre el cartel y que está estimada en 666,6 N/m. Se demuestra que el nudo C de la estructura soporta 5/8 de la carga que transmite el cartel. La tensión admisible del acero a emplear es σ_{adm}=750 Kp/cm^2.
Se pide determinar el perfil a emplear en la estructura.



La fuerza total que actúa sobre el cartel es $F = 666'6 \times 6 = 4000\ N$, que se reparten en los nudos. En el enunciado se indica que en el nudo C se absorben $\frac{5}{8}$ de la fuerza del cartel, luego su carga será: $4000 \times \frac{5}{8} = 2500\ N$.

El resto será distribuido entre D y B y valdrá: $\frac{1500}{2} = 750\ N$



Ahora, mediante las ecuaciones de la estática calculamos las reacciones en A y G.

En G sabemos que la reacción debe tener la misma dirección de la barra FG que es la única que llega allí.

$$\Sigma M_A = 0 \quad 3\times 750 + 6\times 2500 + 9\times 750 - R_G(3+\sqrt{3})\,\text{sen}\,60 = 0$$

$$\boxed{R_G = \frac{2250 + 15000 + 6750}{(3+\sqrt{3})\,\text{sen}\,60} = 5856'4\ N}$$

Calculamos la distancia $\overline{AG}$

$$FG\,\text{sen}\,60 = 3 \rightarrow FG = 2\sqrt{3}\ m$$

$$AG = 3 + FG\cos 60 = 3 + 2\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2} = 3+\sqrt{3}\ m.$$

$$\Sigma F_x = 0 \qquad R_G\cos 60 + R_{A_x} - 750 - 750 - 2500 = 0$$

$$\boxed{R_{A_x} = 1071'8\ N}$$

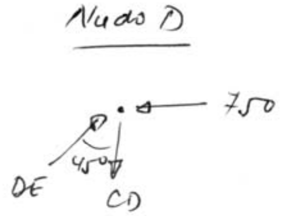
$$\Sigma F_y = 0 \qquad R_{G_y} + R_{A_y} = 0$$

$$\boxed{R_{A_y} = -R_{G_y} = -R_G\,\text{sen}\,60 = 5071'8\ N}$$

A continuación se estudia el equilibrio de los nudos. El nudo a estudiar sólo puede contener dos incógnitas.

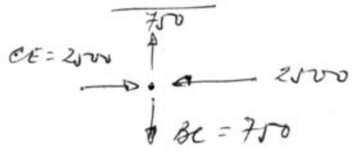
Nudo D

$$\Sigma F_x = 0 \quad DE\frac{\sqrt{2}}{2} - 750 = 0 \rightarrow \boxed{DE = 750\sqrt{2}\ N \text{ a Comp}}$$



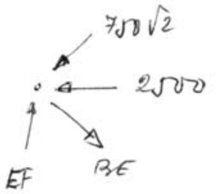
$$\Sigma F_y = 0 \quad DE\frac{\sqrt{2}}{2} - CD = 0 \rightarrow \boxed{CD = 750\ N \text{ a Tracción}}$$

Nudo C



$$\boxed{\begin{array}{l} CE = 2500\ N \text{ a Compresión} \\ BC = 750\ N \text{ a Tracción} \end{array}}$$

Nudo E



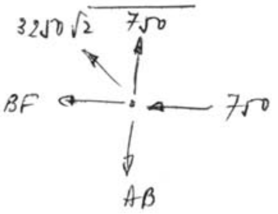
$\Sigma F_x = 0 \qquad BE \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 750\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 2500 = 0$

$\boxed{BE = 3250\sqrt{2}\ N \text{ a Tración}}$

$\Sigma F_y = 0 \qquad -EF - 750\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 3250\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

$\boxed{EF = 4000\ N \text{ a Compresión}}$

Nudo B



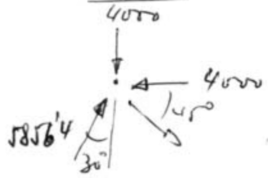
$\Sigma F_y = 0 \qquad 750 + 3250\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - AB = 0$

$\boxed{AB = 4000\ N \text{ a Tración}}$

$\Sigma F_x = 0 \qquad -BF - 750 - 3250\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

$\boxed{BF = 4000\ N \text{ a Compresión}}$

Nudo F



$\Sigma F_x = 0 \qquad AF \frac{\sqrt{2}}{2} + 5856'4 \cdot \frac{1}{2} - 4000 = 0$

$\boxed{AF = 1071'8\sqrt{2}\ N \text{ a Tración}}$

RESUMEN

Barra	Carga (N)	Trac/Comp
AB	4000	T
AF	1071'8√2	T
BC	750	T
BE	3250√2	T
BF	4000	C
CD	750	T
CE	2500	C
DE	750√2	C
EF	4000	C
FG	5856'4	N

Para dimensionar, buscamos la barra más cargada que es la FG. En ella la tensión debe ser menor que la admisible

$\sigma = \frac{F}{A} \leq \sigma_{adm}$

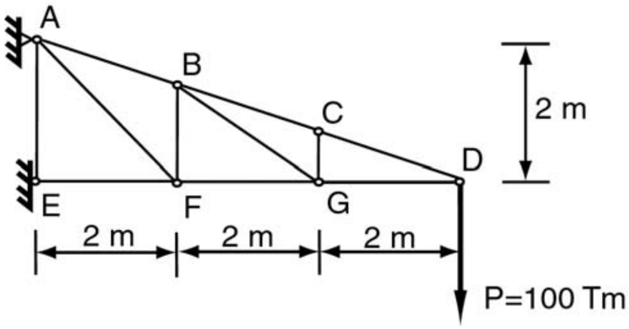
$A \geq \frac{F}{\sigma_{adm}} = \frac{5856'4/9'8}{750} = 0'796\ cm^2$

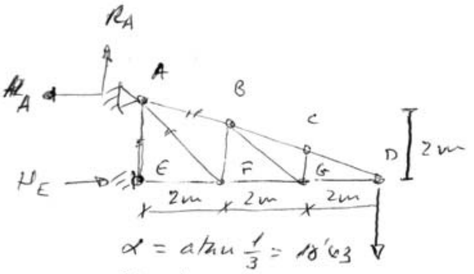
Cualquier perfil IPN posee un área mayor. Seleccionamos el menor

$\boxed{IPN\text{-}80}$

Marzo 2003 (examen parcial)

Calcular el perfil IPN necesario para soportar la carga de 100 Tm que está aplicada en el punto D de la estructura de la figura. Se empleará el mismo perfil, de acero A 42, para todas las barras. En aquellas barras que estén sometidas a compresión se deberá verificar también su resistencia a pandeo.



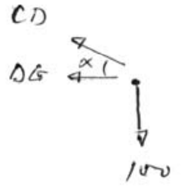


$\alpha = \operatorname{atan} \frac{1}{3} = 18'43$
$\operatorname{sen} \alpha = 0'316$
$\cos \alpha = 0'948$

Para dimensionar la estructura no es estrictamente necesario calcular las reacciones. Podemos comenzar a estudiar el equilibrio del nudo D.

Inicialmente, se supondrá, en las barras desconocidas, que están sometidas a tracción. En ese caso el signo negativo indicará que su carga es de compresión.

Nudo D



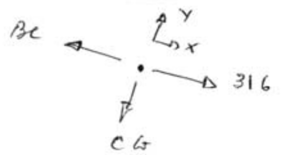
$\Sigma F_V = 0 \Rightarrow CD \operatorname{sen} \alpha = 100$

$CD = \dfrac{100}{0'316} = 3'16$ Tm a Tracción

$\Sigma F_H = 0 \Rightarrow -CD \cos \alpha - DG = 0$

$DG = -CD \cos \alpha = -316 \times 0'948 = -300$ Tm a Compresión

Nudo C

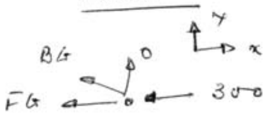


Para resolver este nudo resulta más adecuado situar los ejes de referencia según la dirección de BC

Entonces : $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow BC = 316$ Tm a ~~Comp.~~ Tracción

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow CG = 0$

Nudo G



$\Sigma F_V = 0 \Rightarrow BG = 0$

$\Sigma F_H = 0 \Rightarrow FG = -300$ Tm a Compresión

Barra	Fuerza (Tm)	T/C
AB	316	T
AE	0	
AF	0	
BC	316	T
BF	0	
BG	0	
CD	316	T
CG	0	C
DG	300	C
EF	300	C
FG	300	C

Ya no es necesario estudiar más nudos. Al igual que hemos observado en estos, sólo las barras de los cordones superior e inferior están cargadas. Los puntales y las diagonales no soportan ningún esfuerzo con esta distribución de fuerzas exteriores.

Las barras más cargadas son las del cordón superior con una carga de 316 Tn. Dimensionaremos partiendo de esta carga.

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq \sigma_{adm} \Rightarrow A \geq \frac{F}{\sigma_{adm}} = \frac{316\,000}{2000} = 158 \text{ cm}^2$$

El perfil IPN con área superior a la calculada es el IPN 500 que tiene $A = 180$ cm² e $i = 3'72$ cm. (i es el radio de giro de la sección).

Ahora comprobamos que las barras del cordón inferior soportan a pandeo la fuerza de 300 Tn

$L_p = L = 200$ cm La longitud de pandeo coincide con la de la viga por estar articulada en ambos extremos.

La esbeltez $\lambda = \frac{L_p}{i} = \frac{200}{3'72} = 53'76$ y la aproximamos por 54 para obtener de las tablas el coeficiente $\omega = 1'16$.

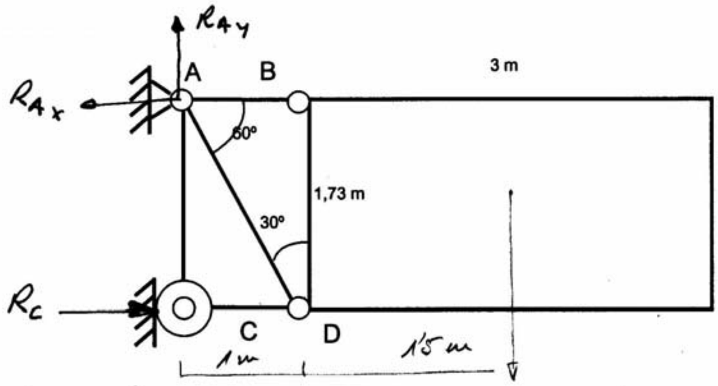
Entonces la carga crítica

$$P_{adm} = \frac{\sigma_{adm}\, A}{\omega} = \frac{2000 \cdot 180}{1'16} = 310.344 \text{ Kg.}$$

Por tanto, sí admitirá la carga de 300 Tn.

Junio 2003 (examen final).

1. Antonio es un antiguo alumno de la EUDI. Hoy está de santo y en su primer trabajo profesional le han encargado que dimensione la estructura de un cartel publicitario. El cartel pesa, con todo el bastidor y demás, 200 kg y tiene las dimensiones de la figura. Como estructura se le ha ocurrido la que está representada.
   Ahora le falta escoger el perfil IPN para la estructura. Utilizará un coeficiente de seguridad 4, por si acaso, y sabe que la tensión de fluencia del acero que va a emplear es de 4.200 kg/cm^2.
   Calcular la tensión que soportarán las barras e indicar el perfil seleccionado.



Lo primero, es determinar las reacciones que suponemos según se indican en la figura. El peso se supone en el centro del cartel. Tenemos que calcular la distancia AB.

$$tg\ 60° = \frac{1'73}{\overline{AB}} \rightarrow \overline{AB} = \frac{1'73}{tg\ 60} = 1$$

Ahora planteamos las ecuaciones de la estática:

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow 200 \cdot 2'5 - R_C \cdot 1'73 = 0$$

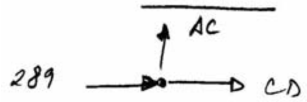
$$\boxed{R_C = \frac{200 \cdot 2'5}{1'73} = 289 \text{ Kg.}}$$

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow -R_{Ax} + R_C = 0 \rightarrow \boxed{R_{Ax} = 289 \text{ Kg}}$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow R_{Ay} - 200 = 0 \rightarrow \boxed{R_{Ay} = 200 \text{ Kg}}$$

Ahora podemos estudiar el nudo C, puesto que sólo tiene dos barras incógnita. Suponemos que los esfuerzos desconocidos son de tracción. Así, un signo negativo nos indicará que la barra está sometida a compresión.

Nudo C

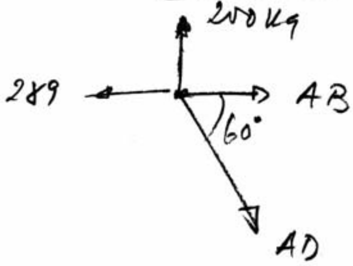


$\Sigma F_x = 0 \quad 289 + CD = 0 \rightarrow \boxed{CD = -289 \text{ Kg}}$

A compresión

$\Sigma F_y = 0 \quad \boxed{AC = 0}$

Nudo A



$\Sigma F_y = 0$

$200 - AD \operatorname{sen} 60 = 0 \qquad \boxed{AD = \frac{200}{\operatorname{sen} 60} = 231 \text{ Kg}}$

$\Sigma F_x = 0$

$-289 + AB + 231 \cos 60 = 0$

$\boxed{AB = +289 - 230 \, \frac{1}{2} = 174 \text{ Kg}}$

Así pues, la barra más cargada es la CD, que además está sometida a compresión.

Primero la dimensionamos teniendo en cuenta el esfuerzo normal.

$$\sigma = \frac{N}{A} < \sigma_{adm} \longrightarrow A \geq \frac{N}{\sigma_{adm}} = \frac{289}{1050} = 0'275 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{adm} = \frac{S_y}{4} = \frac{4200}{4} = 1050 \text{ Kg/cm}^2$$

El perfil más pequeño, IPN-80 tiene ya $A = 7'58 \text{ cm}^2$ de sección. También serviría el angular de lados iguales L 20×3.

Comprobación de pandeo con IPN-80 (puesto que la barra está sometida a compresión) aunque la barra es muy corta y se podía omitir.

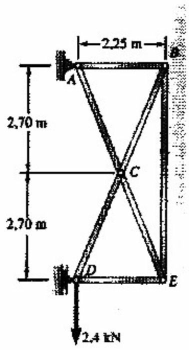
$$\lambda = \frac{L_p}{i_{min}} = \frac{100 \text{ cm}}{1'05 \text{ cm}} = 95'2 \xrightarrow{A\text{-}42} \omega = 1'86$$

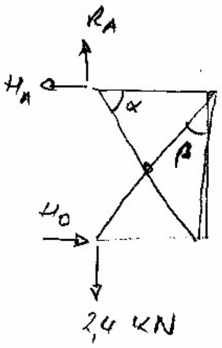
$$P_{cri} = \frac{1050 \cdot 7'58}{1'86} = 4279 \text{ Kg.}$$

Luego no hay problema.

Junio 2004 (examen final)

1. Escoger el perfil IPN para la estructura empleando un coeficiente de seguridad de 4. La tensión de fluencia del acero a emplear es de 4.000 kg/cm^2. Calcular la fuerza que soportará cada una de las barras e indicar el perfil seleccionado.





En primer lugar hallamos las reacciones, utilizando las ecuaciones de la estática.

$\Sigma \vec{F_V} = 0$ $\quad \boxed{R_A = 2,4 \text{ kN}}$

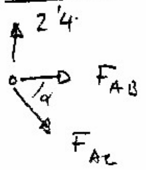
$\Sigma \vec{F_H} = 0$ $\quad H_D - H_A = 0 \rightarrow \boxed{H_D = 0}$

$\Sigma \vec{M_D} = 0$ $\quad H_A \cdot 5'4 = 0 \rightarrow \boxed{H_A = 0}$

A continuación se pasa a determinar la tensión planteando el equilibrio de los nudos. Previamente, se calculan los ángulos α y β.

$\text{tg}\,\alpha = \frac{2'70}{2'25/2} \rightarrow \alpha = 67'38 \qquad \beta = 90 - \alpha = 22'62$

Nudo A



$\Sigma F_V = 0 \quad 2'4 - F_{AC} \,\text{sen}\,\alpha = 0 \rightarrow F_{AC} = \frac{2'4}{\text{sen}\,\alpha} = 2'6 \text{ kN}$

$\Sigma F_H = 0 \quad F_{AB} + F_{AC} \cos\alpha = 0 \rightarrow F_{AB} = -2'6 \cos\alpha = -1 \text{ kN}$

Nudo B

$\Sigma F_H = 0 \quad 1 - F_{BC} \cdot \text{sen}\,\beta = 0 \rightarrow F_{BC} = \frac{1}{\text{sen}\,\beta} = 2'6 \text{ kN}$

$\Sigma F_V = 0 \quad -F_{BC} \cos\beta - F_{BE} = 0 \rightarrow F_{BE} = -F_{BC} \cos\beta = -2'4 \text{ kN}$

A partir de aquí, por simetría, se obtiene

$F_{CD} = F_{AC} = 2'6 \text{ kN} \qquad F_{DE} = F_{AB} = 1 \text{ kN}$

$F_{CE} = F_{BC} = 2'6 \text{ kN}$

Las barras más cargadas soportan una fuerza de 2'6 kN = 265 kg

La tensión admisible será la de fluencia dividida por el coeficiente de seguridad.

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_y}{cs} = \frac{4000}{4} = 1000 \text{ kg.}$$

Ahora determinamos la mínima sección necesaria. Las cargas son de tracción y compresión, por tanto:

$$\sigma_{adm} \geq \frac{F_{max}}{A_i} \rightarrow A_{min} \geq \frac{F_{máx}}{\sigma_{adm}} = \frac{265}{1000} = 0'265 \text{ cm}^2$$

El perfil más pequeño, IPN 80, nos proporciona un área $A = 7'58$ cm², y radio de giro $i = 0'91$ cm.

Se comprueba que no pandee ninguna barra: La más peligrosa es la BE.

$$L_p = L = 5'4 \text{ m} = 540 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{L_p}{i} = \frac{540}{0'91} = 593$$

Como $\lambda_{máx} = 250$, hace falta un perfil que proporcione un radio de giro

$$i \geq \frac{540}{250} = 2'16$$. El IPN 240 tiene

$A = 46,1$ cm² e $i = 2'20$

$$\lambda = \frac{540}{2'2} = 245'5 \rightarrow \omega = 10'04$$

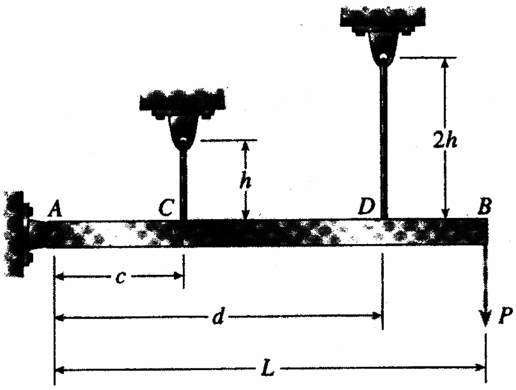
$$P_{cri} = \frac{1.000 \times 46,1}{10'04} = 4591 \text{ Kp} >> 2'6 \text{ KN}$$

Febrero 2005

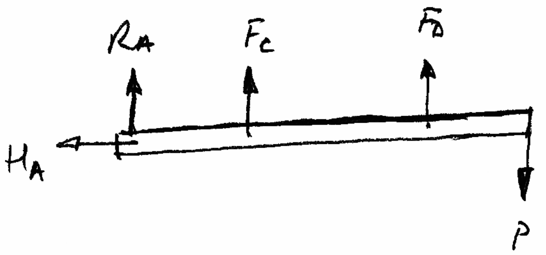
Una barra **rígida** AB de $L=1600\ mm$ de longitud está articulada a una pared en A y soportada por dos alambres verticales fijos en los puntos C y D. Los alambres tienen la misma área transversal ($A=16\ mm^2$) y están hechos del mismo material (módulo $E=200\ GPa$). El alambre en C tiene que $h=0{,}4\ m$ de longitud y el fijo en D tiene el doble que el anterior. Las distancias horizontales son $c=0{,}5\ m$ y $d=1{,}2\ m$.

a) Calcular las tensiones de tracción σ_C y σ_D en los alambres, debidos a la carga $P=9700\ N$, que actúa en el extremo B de la barra.

b) Obtener el desplazamiento hacia abajo, δ_B , del extremo B de la barra.



a) El primer paso es aislar la barra AB, representando las fuerzas que actúan sobre ella y se aplican las ecuaciones de equilibrio estático.



$$\Sigma F_H = 0 \rightarrow H_A = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma F_V = 0 \rightarrow R_A + F_C + F_D - P = 0 \quad (2)$$

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow F_C \cdot c + F_D \cdot d - P \cdot L = 0 \quad (3)$$

Necesitamos otra tercera ecuación. La obtenemos del hecho de que la barra es rígida y, entonces, los alargamientos de las barras deben ser proporcionales a su distancia a la articulación.

$$\frac{\delta_C}{c} = \frac{\delta_D}{d} \rightarrow \delta_C = \frac{c}{d}\,\delta_D \rightarrow \frac{F_C \cancel{h}}{\cancel{AE}} = \frac{c}{d}\,\frac{F_D \cdot 2\cancel{h}}{\cancel{AE}}$$

Finalmente $F_C = 2\,\dfrac{c}{d}\,F_D$ (4)

Sustituyendo en (3)

$$2\,\frac{c^2}{d}\,F_D + F_D\, d - P \cdot L = 0 \rightarrow F_D = \frac{P L d}{2c^2 + d^2}$$

$$F_C = \frac{2 P L c}{2c^2 + d^2} \quad y \quad R_A = P\left(1 - \frac{L(2c+d)}{2c^2 + d^2}\right)$$

Sustituyendo las longitudes por sus valores numéricos resulta:

$F_D = 9600\ N$; $F_C = 8000\ N$ y $R_A = -7900\ N$ (hacia abajo)

Las tensiones en los alambres son:

$$\boxed{\sigma_c = \frac{F_c}{A} = \frac{8000}{16 \times 10^{-6}} = 500\ MPa} \quad \boxed{\sigma_D = \frac{F_D}{A} = \frac{9600}{16 \times 10^{-6}} = 600\ MPa}$$

b) Para calcular δ_B basta con calcular δ_C o δ_D e imponer la proporcionalidad de los desplazamientos.

$$\delta_C = \frac{F_C \cdot h}{A\, E} = \frac{8000 \times 0'4}{16 \cdot 10^{-6}\ 200 \times 10^9} = 0'001\ m = 1\ mm$$

$$\frac{\delta_C}{c} = \frac{\delta_B}{L} \rightarrow \boxed{\delta_B = \frac{L}{c}\,\delta_C = \frac{1600}{500} \cdot 1 = 3'2\ mm}$$