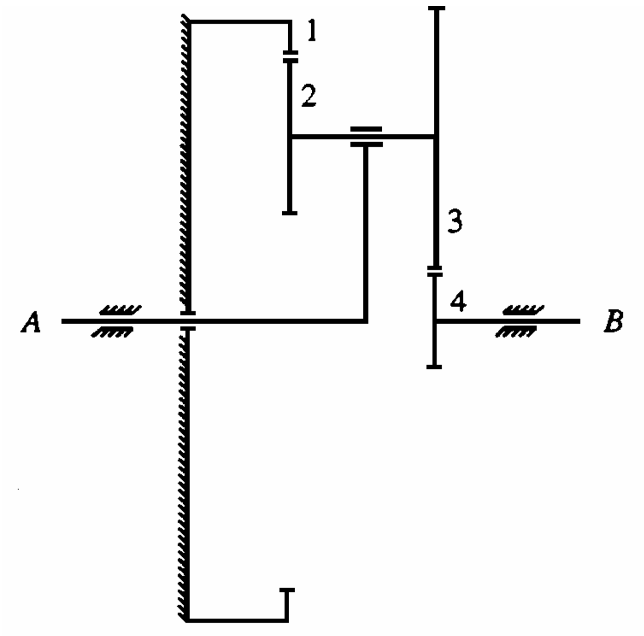
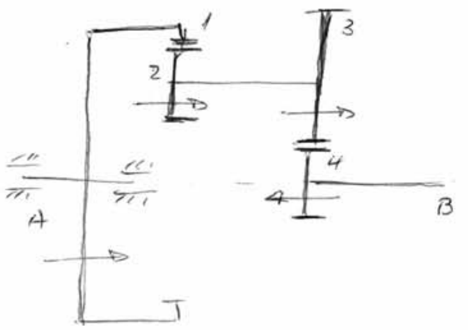
Junio de 2001

En el tren de engranajes de la figura todas las ruedas tienen módulo *m*=2 mm. Sabiendo que z_1=100, z_2=30 y que la relación $\omega_A/\omega_B = 9/149$ debe cumplirse **exactamente**, definir las ruedas 3 y 4 (determinar el número de dientes y las correcciones en el caso de que sean necesarias).



Tren fundamental



$$\frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{9}{149}$$

$m = 2$ mm

$z_1 = 100$

$z_2 = 30$

$$\frac{\overline{\omega}_B}{\overline{\omega}_A} = -\frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4}$$

$$\frac{\omega_B - \omega_A}{\cancel{\omega_1}^{0} - \omega_A} = -\frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4} = -\frac{10\cancel{0} \cdot z_3}{3\cancel{0} \cdot z_4}$$

$$1 - \frac{\omega_B}{\omega_A} = -\frac{10}{3} \cdot \frac{z_3}{z_4}$$

$$\frac{\omega_B}{\omega_A} = 1 + \frac{10}{3} \cdot \frac{z_3}{z_4} = \frac{149}{9}$$

$$\frac{1\cancel{0}}{\cancel{3}} \cdot \frac{z_3}{z_4} = \frac{149}{9} - 1 = \frac{14\cancel{0}}{\cancel{9}3}$$

$$\boxed{\frac{z_3}{z_4} = \frac{14}{3}}$$

$$\cancel{m}(z_1 - z_2) = \cancel{m}(z_3 + z_4)$$

$$100 - 30 = z_3 + z_4$$

$$\boxed{z_3 + z_4 = 70}$$

$$z_3 = \frac{14}{3} \cdot z_4$$

$$\frac{14}{3} z_4 + z_4 = 70$$

$$\frac{17}{3} z_4 = 70 \rightarrow z_4 = \frac{210}{17} = 12'35 \rightarrow$$

$$\boxed{z_4 = 12 \rightarrow z_3 = 56 \rightarrow d = 68}$$

$$z_4 = 15 \rightarrow z_3 = 70 \rightarrow d = 85$$

$$z_4 = 9 \rightarrow z_3 = 42 \rightarrow d = 51$$

Se deben corregir los engranajes puesto que no se cumple la ecuación de distancia.

$$d_v = 70 \qquad d = 68$$

$$\cos\varphi_v = \frac{d}{d_v}\cos\varphi \Rightarrow \varphi_v = 24'0981^\circ \qquad E_v(24'0981) = 0'0267 \quad E_v(20) = 0'0149$$

$$x_3 + x_4 = \frac{z_3 + z_4}{2\tan\varphi}\left[E_v(\varphi_v) - E_v(\varphi)\right]$$

$$x_3 + x_4 = 1'105$$

El engranaje 4 presenta problemas de interferencia de tallado. Luego buscamos la corrección necesaria.

$$x_4 \geq 1 - \frac{z}{2}\sin^2(\varphi) = 1 - 6\sin^2 20 = 0'29813$$

Por tanto tomamos $\boxed{x_4 = 0'3}$

$$\boxed{x_3 = 1'105 - 0'3 = 0'805}$$

Comprobando en ese engranaje la interferencia de tallado:

$$x_3 \geq 1 - \frac{z}{2}\sin^2\varphi = 1 - 28\sin^2 20 = -2'2753$$

Luego vale esa corrección.

Repartiendo las correcciones de manera inversamente proporcional al nº de dientes

$$\frac{z_3}{z_4} = \frac{x_4}{x_3} \longrightarrow x_4 = \frac{z_3}{z_4}\cdot x_3 = \frac{56}{12}\cdot x_3$$

$$x_3 + \frac{56}{12}x_3 = 1'105$$

$$\frac{68}{12}x_3 = \frac{17}{3}x_3 = 1'105$$

$$\boxed{x_3 = 0'195}$$

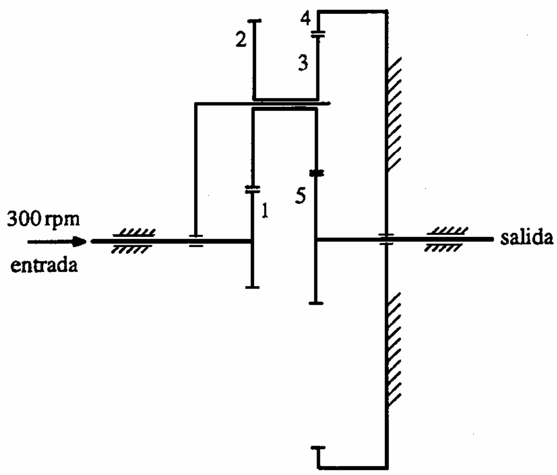
$$\boxed{x_4 = 1'105 - 0'195 = 0'91}$$

Ambas correcciones son superiores a las necesarias para evitar problemas de interferencia de tallado. Con este reparto se corrige más el engranaje que más lo necesita.

Septiembre de 2001

En el tren de engranajes de la figura todos los engranajes son normales (tallados a cero) y tienen el mismo módulo. Conocidos z_1=26, z_2=32, z_3=22, z_4=80, se pide:

a) Determinar el número de dientes del engranaje 5.
b) Calcular la velocidad angular de salida si la velocidad de entrada es de 300 r.p.m. En el sentido indicado en la figura.
c) Si la rueda 1 se cambia por otra de igual módulo y 27 dientes, obtener las correcciones que sería necesario efectuar en las ruedas 1 y 2 para lograr el correcto funcionamiento.



Fórmulas:

$$x \geq 1 - \frac{z}{2}\operatorname{sen}^2(\Psi)$$

$$Ev\left(\Psi_v\right) = Ev(\Psi) + 2\frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2}tan(\Psi)$$

$Z_1 = 26$

$Z_2 = 32$

$Z_3 = 22$

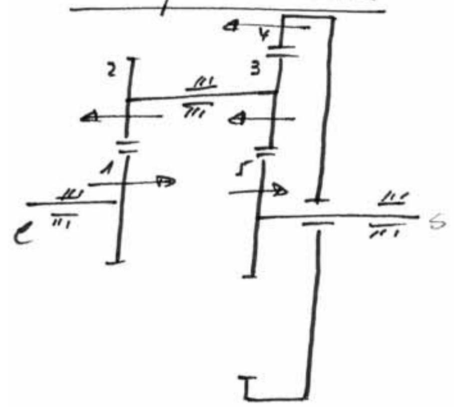
$Z_4 = 80$

a) $R_1 + R_2 = R_3 + R_5$

$z_1 + z_2 = z_3 + z_5$

$$\boxed{Z_5 = z_1 + z_2 - z_3 = 26 + 32 - 22 = 36}$$

b) Tren fundamental



$$\frac{\overline{\omega_s}}{\overline{\omega_e}} = + \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_5}$$

Necesitamos una nueva ecuación para obtener ω_p. Se puede plantear la relación de velocidades entre 4 (que inicialmente está parado) y la entrada.

$$\frac{\omega_s - \omega_p}{\omega_e - \omega_p} = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_5} \quad (1)$$

$$\frac{\overline{\omega_4}}{\overline{\omega_e}} = - \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4} \Rightarrow \frac{+\omega_p}{\omega_e - \omega_p} = + \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4}$$

$$\omega_p * \left(1 + \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4}\right) = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4} \omega_e \Rightarrow \omega_p = \frac{143}{783} \omega_e$$

Volviendo a (1)

$$\frac{\omega_s - \frac{143}{783} \omega_e}{\omega_e \left(1 - \frac{143}{783}\right)} = \frac{26 \cdot 22}{32 \cdot 36} \Rightarrow \boxed{\omega_s = 176'54 \text{ rpm}} \ (18'48 \text{ rad/s})$$

c)

$$d_v = \frac{m}{2}(26 + 32) = \frac{m}{2} 58$$

(La distancia anterior al cambio que hay que mantener)

$$d = \frac{m}{2}(27 + 32) = \frac{m}{2} 59 \qquad d_v \cos \varphi_v = d \cos \varphi$$

$$\varphi_v = \arccos \frac{d \cos \varphi}{d_v} = \arccos \frac{\frac{59}{2} m \cos 20}{\frac{58}{2} m} = 17'08^\circ$$

$$x_1 + x_2 = \frac{Ev(\varphi_v) - Ev(\varphi)}{2 \operatorname{tg} \varphi}(z_1 + z_2) = \frac{0'009189 - 0'014904}{2 \operatorname{tg} 20} \cdot 59 = -0'4632$$

Por ser la corrección negativa se reparte de manera directamente proporcional al nº de dientes.

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{z_1}{z_2} \rightarrow x_1 = \frac{z_1}{z_2} x_2 = \frac{27}{32} x_2$$

$$x_2\left(1 + \frac{27}{32}\right) = -0'4632 \rightarrow x_2 = -0'2512$$

$$x_1 = -0'212$$

Comprobamos que no haya interferencia de tallado

$$x_1 \geq 1 - \frac{27}{2} \operatorname{sen}^2 20 = -0'5792$$

$$x_2 \geq 1 - \frac{32}{2} \operatorname{sen}^2 20 = -0'8716$$

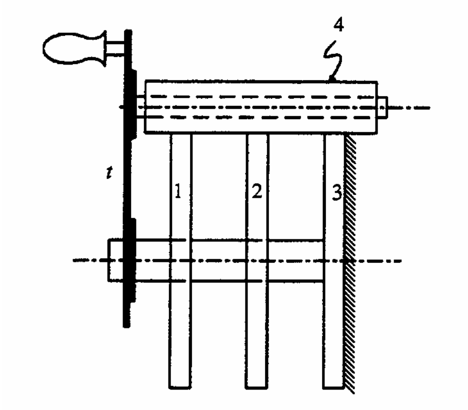
luego valen las correcciones propuestas.

Junio 2002

El tren de engranajes de la figura se conoce con el nombre de paradoja de Ferguson. El engranaje 3 está fijo, mientras que los engranajes 1 y 2 pueden girar libre e independientemente el uno del otro. Los engranajes 1, 2 y 3 tienen, respectivamente, 99, 101 y 100 dientes y engranan todos ellos con el engranaje 4 de 20 dientes, que está unido a la manivela t y puede girar alrededor de su eje. La paradoja consiste en que al girar la manivela en una dirección, la rueda 2 gira muy lentamente en la misma dirección, mientras que la rueda 1 gira muy lentamente en la dirección opuesta.

Se pide:

1) Dibujar el esquema de este tren de engranajes y a continuación el tren fundamental correspondiente.
2) Hallar las relaciones de velocidades ω_2/ω_t y ω_1/ω_t en función de z_1, z_2, z_3 y z_4. Una vez hecho esto, sustituir los valores numéricos de los números de dientes.
3) Determinar qué engranajes necesitan ser corregidos y el valor de dicha corrección.



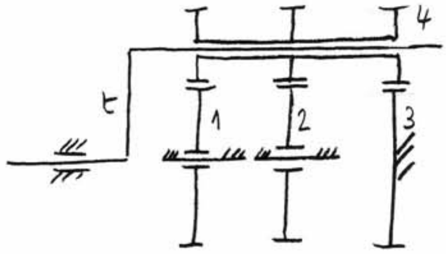
Nota: Todos los engranajes tienen módulo m=4mm. y ángulo de presión de 20º.

Fórmulas:

$$x \geq 1 - \frac{z}{2}\operatorname{sen}^2(\Psi)$$

$$Ev(\Psi_v) = Ev(\Psi) + 2\frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2}tan(\Psi)$$

El esquema del tren es el siguiente:



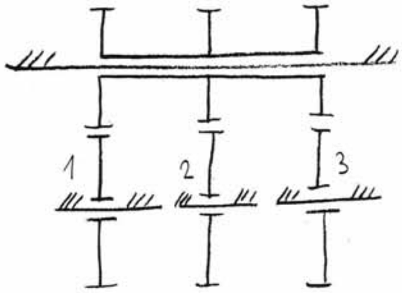
$z_1 = 99$

$z_2 = 101$

$z_3 = 100$

$z_4 = 20$

a) Parando el portasatélites tenemos el tren fundamental.



$$\left\{ \begin{array}{ll} \dfrac{\bar{\omega}_3}{\bar{\omega}_1} = \dfrac{z_1}{z_3} & (1) \\[2ex] \dfrac{\bar{\omega}_3}{\bar{\omega}_2} = \dfrac{z_2}{z_3} & (2) \end{array} \right.$$

$$(1) \quad \frac{\cancel{\omega_3} - \omega_t}{\omega_1 - \omega_t} = \frac{z_1}{z_3} \longrightarrow \frac{\omega_t - \omega_1}{\omega_t} = \frac{z_3}{z_1} \longrightarrow 1 - \frac{\omega_1}{\omega_t} = \frac{z_3}{z_1}$$

$$\boxed{\frac{\omega_1}{\omega_t} = 1 - \frac{z_3}{z_1}} \Longrightarrow \frac{\omega_1}{\omega_t} = 1 - \frac{100}{99} = \boxed{-\frac{1}{99} = \frac{\omega_1}{\omega_t}}$$

$$(2) \quad \frac{\cancel{\omega_3} - \omega_t}{\omega_2 - \omega_t} = \frac{z_2}{z_3} \longrightarrow \frac{\omega_t - \omega_2}{\omega_t} = \frac{z_3}{z_2} \longrightarrow 1 - \frac{\omega_2}{\omega_t} = \frac{z_3}{z_2}$$

$$\boxed{\frac{\omega_2}{\omega_t} = 1 - \frac{z_3}{z_2}} \Longrightarrow \frac{\omega_2}{\omega_t} = 1 - \frac{100}{101} = \boxed{\frac{1}{101} = \frac{\omega_2}{\omega_t}}$$

b) Tomaremos 3 y 4 sin corrección: $\boxed{x_3 = 0 \; ; \; x_4 = 0.}$
Entonces, la distancia entre ejes será,

$$d = \frac{m}{2}(z_3 + z_4) = \frac{4}{2}(100 + 20) = 240 \text{ mm}$$

Sin embargo, los engranajes 1 y 2 necesitarán corrección para engranar con 4 a esa distancia.

<u>Engranaje 1</u>

$$d_{14} = \frac{m}{2}(z_1 + z_4) = \frac{4}{2}(99 + 20) = 238 \text{ mm}$$

$$d_v = 240 \text{ mm}$$

$$d \cos \varphi = d_v \cos \varphi_v$$

$$238 \cos 20 = 240 \cos \varphi_v \Rightarrow \varphi_v = 21'273^\circ$$

$$x_1 + x_4 = \left[Ev(\varphi_v) - Ev(\varphi)\right] \frac{z_1 + z_4}{2 \operatorname{tg} \varphi}$$

$$x_1 + x_4 = \left[Ev(21'273) - Ev(20)\right] \frac{99 + 20}{2 \operatorname{tg} 20} = 0'5154$$

Como hemos tomado $x_4 = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = 0'5154}$

<u>Engranaje 2</u>

$$d_{24} = \frac{m}{2}(z_2 + z_4) = \frac{4}{2}(101 + 20) = 242 \text{ mm}$$

$$d_v = 240 \text{ mm}$$

$$d \cos \varphi = d_v \cos \varphi_v$$

$$242 \cos 20 = 240 \cos \varphi_v \Rightarrow \varphi_v = 18'644^\circ$$

$$x_2 + x_4 = \left[Ev(18'644) - Ev(20)\right] \frac{101 + 20}{2 \operatorname{tg} 20} = -0'4839$$

Como $x_4 = 0 \Rightarrow \boxed{x_2 = -0'4839}$

Septiembre 2002

Se desea conectar dos ejes, separados una distancia de 140 mm por medio de un tren ordinario de engranajes. La relación de velocidades entre la entrada y la salida debe ser $\frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{1}{5}$, positiva. Los engranajes tendrán módulo m=2mm y todos ellos serán de dentado exterior. Los ejes de todos los engranajes estarán alineados.

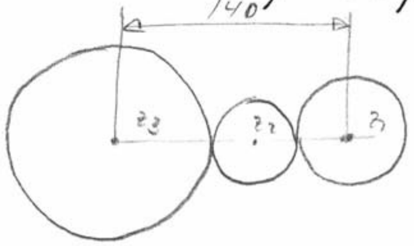
Se pide diseñar un tren de engranajes que satisfaga estas condiciones definiendo completamente (número de dientes y correcciones) los engranajes que lo compongan y situando los ejes de los engranajes intermedios que haya que añadir a juicio del proyectista.

Fórmulas:

$$x \geq 1 - \frac{z}{2}\operatorname{sen}^2(\Psi)$$

$$Ev(\Psi_v) = Ev(\Psi) + 2\frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2}tan(\Psi)$$

Si todos los engranajes deben tener dentado exterior y la relación de velocidades debe ser positiva, se puede lograr conectar los ejes mediante un tren ordinario con un número impar de engranajes. El tren más sencillo será de tres engranajes. Del enunciado podemos escribir las siguientes ecuaciones



$$d = 140 = \frac{m}{2}(z_1 + 2z_2 + z_3)$$

$$\frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{z_1}{z_3} = \frac{1}{5}$$

El número de dientes de un engranaje queda a juicio del diseñador. Si se escriben z_2 y z_3 en función de z_1 y tanteamos

$$z_3 = 5z_1$$

$$z_2 = \frac{140 - z_1 - z_3}{2} = \frac{140 - 6z_1}{2} = 70 - 3z_1$$

z_1	18	17	19
z_2	16	19	13
z_3	90	85	95

De cara a la interferencia de tallado, la mejor elección es:

$z_1 = 17$, $z_2 = 19$ y $z_3 = 85$

Escogiendo estos engranajes debemos corregir puesto que z_1 podría tener problemas de interferencia de tallado. Sin embargo, como estamos cumpliendo bien las distancias, las correcciones serán las mínimas para evitar la interferencia de tallado.

$$x_1 \geq 1 - \frac{17}{2} \sin^2 20 = 0'0057$$

$$x_2 = -0'0057 \quad y \quad x_3 = 0'0057$$

Ahora debemos comprobar que el engranaje 2 admite esa corrección negativa.

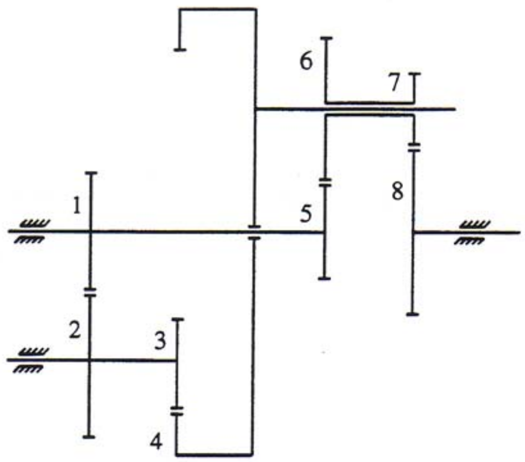
$$x_2 \geq 1 - \frac{19}{2} \sin^2 20 = -0'111$$

Luego sí admite esa corrección y definitivamente

$$x_1 = 0'0057$$
$$x_2 = -0'0057$$
$$x_3 = 0'0057$$

Diciembre 2002
En el tren de engranajes de la figura z_1=20, z_2=22, z_3=18, z_5=15, z_6=28 y z_8=25, y todos los engranajes son de módulo m=2 mm.
Se pide:

4) Determinar el número de dientes necesario para los engranajes 4 y 7.
5) Si ω_1=100 rpm, obtener la velocidad de engranaje 8.
6) Corregir los pares de engranajes que se estime necesario.



Fórmulas:

$$x \geq 1 - \frac{z}{2}\operatorname{sen}^2(\Psi)$$

$$Ev(\Psi_v) = Ev(\Psi) + 2\frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2}tan(\Psi)$$

1) $R_4 = R_1 + R_2 + R_3$

$\boxed{Z_4 = z_1 + z_2 + z_3 = 20 + 22 + 18 = 60}$

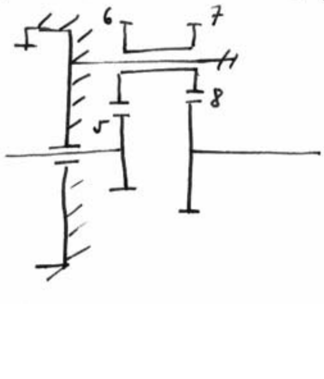
$R_7 + R_8 = R_5 + R_6$

$\boxed{Z_7 = z_5 + z_6 - z_8 = 15 + 28 - 25 = 18}$

2) El portasatélite sólo afecta a los engranajes 5, 6, 7 y 8. Las relaciones de velocidades entre los engranajes anteriores son constantes y no dependen del portasatélites. Entonces, se puede escribir:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = -\frac{z_1}{z_2} \quad y \quad \frac{\omega_3}{\omega_4} = \frac{z_4}{z_3}$$

Parando el portasatélite, el tren fundamental que resulta es:



$$\frac{\overline{\omega_8}}{\overline{\omega_5}} = \frac{z_5 \cdot z_7}{z_6 \cdot z_8} = \frac{\omega_8 - \omega_4}{\omega_1 - \omega_4} \quad (1)$$

Además, de las relaciones anteriores:

$$\omega_4 = \frac{z_3}{z_4} \cdot \omega_3 = -\frac{z_3 \cdot z_1}{z_4 \cdot z_2}\omega_1 = -0'27\,\omega_1 \quad (2)$$

Sustituyendo (2) en (1) y operando, se obtiene finalmente:

$$\omega_8 = 0'217\ \omega_1$$

Y para $\omega_1 = 100$ rpm , $\boxed{\omega_8 = 21'7 \text{ rpm}}$.

3) El engranaje 5 solamente tiene 15 dientes. Al tallarlo se producirá interferencia de tallado a menos que se corrija. Sin embargo, se tiene que cumplir que la distancia entre ejes de 5 y 6, sea la misma que entre 7 y 8. Por tanto, se dará al engranaje 5 toda la corrección mínima que evite la interferencia en tallado. El engranaje 6 habrá que corregirlo con la misma corrección de signo contrario.

$$d_{56v} = d_{78} \rightarrow \alpha_v = \alpha$$

$$x_5 + x_6 = 0$$

$$x_5 \geq 1 - \frac{15}{2}\operatorname{sen}^2 20 = 0'1226$$

Y $x_6 = -0'1226$. Hay que comprobar que el engranaje admite esa corrección.

$x_6 \geq 1 - \dfrac{28}{2}\operatorname{sen}^2 20 = -0'637$, luego sí la admite.

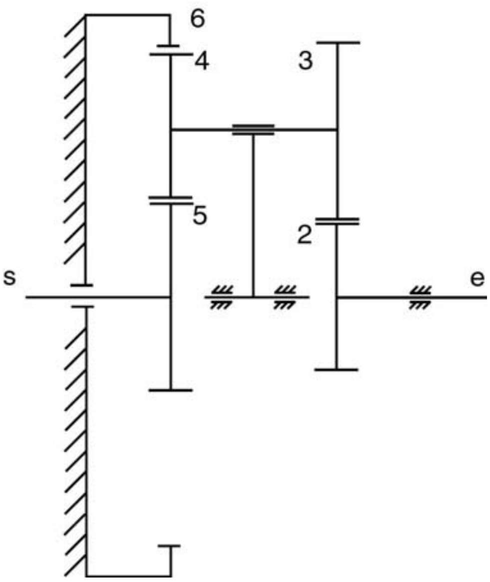
En definitiva

$$\boxed{\begin{array}{l} x_5 = 0'1226 \\ x_6 = -0'1226 \end{array}}$$

Junio 2003

En el tren de engranajes de la figura se conocen z_2=20, z_3=65 y z_4=15. Todos los engranajes son de módulo m=2 mm y ω_2=2.000 rpm. Se pide:

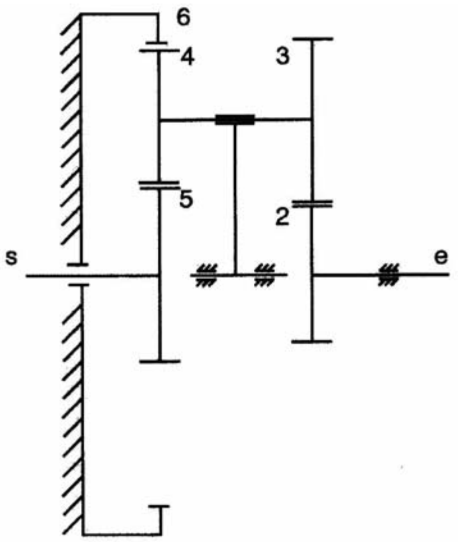
a) Obtener el número de dientes de los engranajes 5 y 6.
b) Calcular la velocidad de salida del tren ω_5.
c) Corregir los engranajes que se considere necesario, de tal forma que ninguna padezca interferencia de tallado.



Fórmulas:

$$x \geq 1 - \frac{z}{2}\text{sen}^2(\Psi)$$

$$Ev(\Psi_v) = Ev(\Psi) + 2\frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2}tan(\Psi)$$



a) Se debe verificar

$$d_{23} = d_{45}$$

Entonces

$$\frac{m}{2}(z_2 + z_3) = \frac{m}{2}(z_4 + z_5)$$

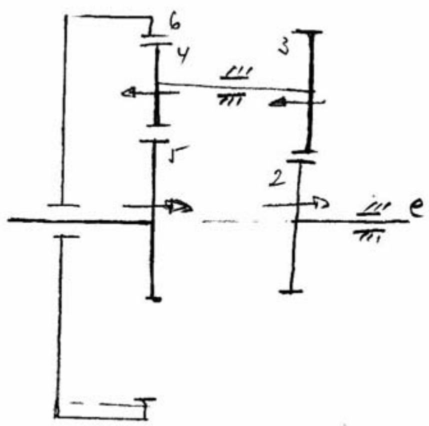
$$\boxed{z_5 = z_2 + z_3 - z_4 = 20 + 65 - 15 = 70}$$

Además, el radio de 6 es igual al radio de 5 más el diámetro de 4.

$$R_6 = R_5 + 2R_4$$

$$\boxed{z_6 = z_5 + 2z_4 = 70 + 2 \cdot 15 = 100}$$

b) Para calcular la velocidad de salida, ω_5, detenemos el portasatélites restando a todos los engranajes la velocidad del portasatélites, obteniendo así el tren fundamental.



$$\frac{\overline{\omega_5}}{\overline{\omega_2}} = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_3 \cdot z_5} = \frac{\omega_5 - \omega_p}{\omega_2 - \omega_p} \quad (1)$$

Para eliminar ω_p de la expresión necesitamos otra ecuación. La podemos obtener de relacionar 2 y 6, puesto que sabemos que $\omega_6 = 0$.

$$\frac{\overline{\omega_6}}{\overline{\omega_2}} = -\frac{z_2 \cdot z_4}{z_3 \cdot z_6} = \frac{\omega_6 - \omega_p}{\omega_2 - \omega_p} = -\frac{3}{65}$$

De donde $\omega_p = \frac{3}{68}\omega_2$.

Introduciendo este resultado en (1) y operando se obtiene,

$$\frac{\omega_5 - \frac{3}{68}\omega_2}{\omega_2 - \frac{3}{68}\omega_2} = \frac{6}{91}$$

y finalmente $\omega_5 = 214'3$ rpm

c) El engranaje 4 sólo posee 15 dientes por lo que es necesario corregirlo para evitar la interferencia de tallado. Además, las distancias entre ejes se deben mantener por lo que la corrección que se haga en 4, debe hacerse con signo contrario en 5 y 6.

La corrección de 4 debe ser, al menos, la mínima para evitar la interferencia de tallado.

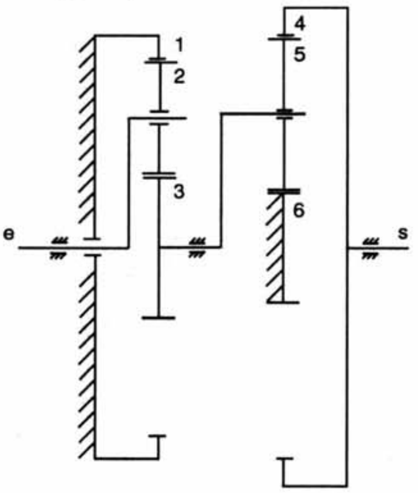
$$\boxed{x_4} \geq 1 - \frac{15}{2}\,\text{sen}^2 20 = \boxed{0'1226.}$$

Entonces $\boxed{x_5 = x_6 = -0'1226}$. Verificamos que los engranajes admiten esa corrección

$$\left.\begin{array}{l} x_5 \geq 1 - \frac{70}{2}\,\text{sen}^2 20 = -3'09 \\ x_6 \geq 1 - \frac{100}{2}\,\text{sen}^2 20 = -4'84 \end{array}\right\} \text{Luego sí la admiten.}$$

Septiembre 2003

En el tren de engranajes de la figura se conocen $z_1=45$, $z_3=15$, $z_4=60$ y $z_6=30$. Todos los engranajes son de módulo m=2 mm y $\omega_e=100$ rpm. Se pide:



a) Número de dientes de los engranajes 2 y 5.
b) Obtener la velocidad del eje de salida, ω_s, en rpm.
c) Corregir los engranajes que se considere necesario, de tal forma que ninguna padezca interferencia de tallado. En el caso de que no sea posible corregir algún engranaje, proponer alguna solución razonada que respete la relación de velocidades.

Fórmulas:

$$x \geq 1 - \frac{z}{2}\mathrm{sen}^2(\Psi)$$

$$Ev(\Psi_v) = Ev(\Psi) + 2\frac{x_1+x_2}{z_1+z_2}tan(\Psi)$$

a) $z_1 = z_3 + 2z_2$

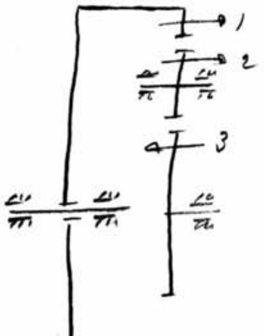
$$\boxed{z_2} = \frac{z_1 - z_3}{2} = \frac{45-15}{2} = \boxed{15}$$

$z_4 = z_6 + 2z_5$

$$\boxed{z_5} = \frac{z_4 - z_6}{2} = \frac{60-30}{2} = \boxed{15}$$

b) Se puede descomponer el tren en dos. El primero, desde la entrada hasta el engranaje 3 (e-1-2-3), y en el segundo, consideramos como entrada la salida del anterior. Así, los trenes fundamentales correspondientes son:

Tren fundamental (1)



$$\frac{\bar{\omega}_3}{\bar{\omega}_1} = -\frac{z_1}{z_3} \quad y \quad \omega_1 = 0$$

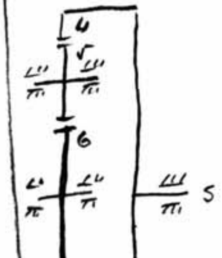
$$\frac{\omega_3 - \omega_e}{-\omega_e} = -\frac{z_1}{z_3}$$

$$1 - \frac{\omega_3}{\omega_e} = -\frac{z_1}{z_3}$$

$$\frac{\omega_3}{\omega_e} = 1 + \frac{z_1}{z_3}$$

$$\omega_3 = \left(1 + \frac{z_1}{z_3}\right)\omega_e$$

Tren fundamental (2)



$$\frac{\bar{\omega}_s}{\bar{\omega}_6} = -\frac{z_6}{z_4} \quad y \quad \omega_6 = 0$$

$$\frac{\omega_s - \omega_3}{-\omega_3} = -\frac{z_6}{z_4}$$

$$1 - \frac{\omega_s}{\omega_3} = -\frac{z_6}{z_4}$$

$$\omega_s = \left(1 + \frac{z_6}{z_4}\right)\omega_3$$

$$\omega_s = \left(1 + \frac{z_6}{z_4}\right)\left(1 + \frac{z_1}{z_3}\right)\omega_e$$

$$\omega_s = \left(1 + \frac{30}{60}\right)\left(1 + \frac{45}{15}\right)100$$

$$\boxed{\omega_s = 600\ rpm}$$

c) Para evitar la interferencia de tallado, hemos de corregir aquellos engranajes con nº de dientes menor de 18. Como no hay ningún otro tipo de limitación (distancia entre ejes, etc.), nos fijamos sólo en la corrección para que no se produzca interferencia de tallado.

Engranaje 5

$$x_5 \geq 1 - \frac{z}{2} \operatorname{sen}^2 20 = 0'1226$$

Damos a 5 la corrección $x_5 = 0'123$ y, para que no haya que desplazar los ejes, a 4 y 6

$x_4 = -0'123$ $\quad x_4 > 1 - \frac{30}{2} \operatorname{sen}^2 20 = -0'75$ luego vale.

$x_6 = -0'123$ $\quad x_6 > 1 - \frac{60}{2} \operatorname{sen}^2 20 = -2'5$ luego vale.

Engranajes 2 y 3

Los engranajes interiores no es conveniente tratarlos exactamente igual que los interiores. No es conveniente proporcionarles correcciones muy fuertes. Además, en ningún sitio nos impiden variar la distancia entre ejes, con lo que lo más adecuado puede resultar cambiar el número de dientes

De esta forma podemos, en la fase de diseño, cambiar los números de dientes. Para que no cambie la relación de velocidades basta con que la relación $\frac{z_1}{z_3}$ se mantenga igual que antes.

Antes $\quad \frac{z_1}{z_3} = \frac{45}{15} = 3$

Si escogemos $z_2 = z_3 = 20$ y $z_3 = 60$, solucionamos el problema con engranajes normales. A cambio, las distancias son mayores.