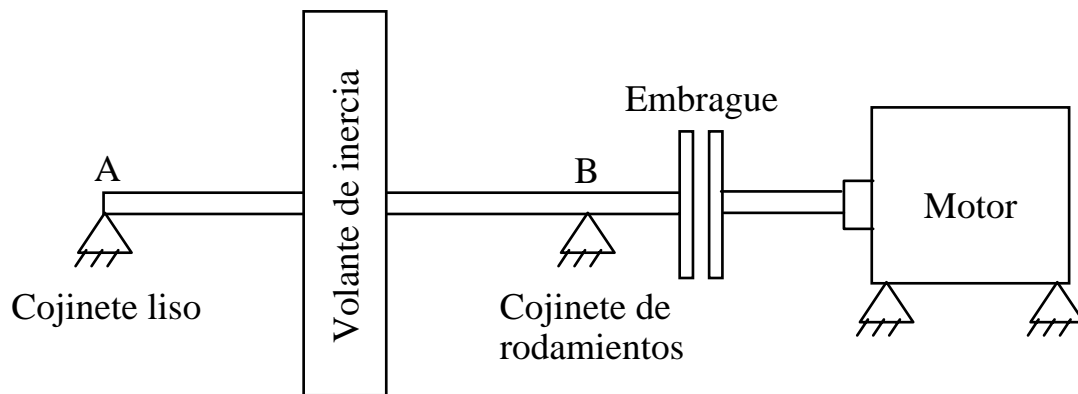


El dispositivo de la figura está formado por los siguientes elementos:

- Un motor, capaz de suministrar 20.25 CV.
- Un embrague de disco de acción axial, usado, de grafito sobre acero trabajando en seco, cuyos diámetros exterior e interior son, respectivamente, 130 y 100 mm. Su peso es despreciable.
- Un volante de inercia macizo, cortado en chapa de acero de densidad 7.89 Kg/dm³, con un radio de 40 cm y una anchura de 8 cm. Se halla situado en el punto medio entre los apoyos A y B.
- Un cojinete liso en A, completo, de 40 x 40 mm, con una relación de holgura de 700, que emplea aceite SAE 20 a la temperatura de funcionamiento de 50 °C.
- Un cojinete de rodamientos en B.



El volante, inicialmente en reposo, se pretende llevar a una cierta velocidad. Para ello se conecta el embrague, actuando el motor a su potencia máxima y suministrando un par igual al máximo que es capaz de transmitir el embrague.

Calcular:

- a) Velocidad de giro que alcanzará el volante en rpm.
- b) Par de rozamiento que opondrá al movimiento el cojinete liso en Nm. Para simplificar, se obtendrá este valor para la velocidad final del eje del volante (calculada en el apartado anterior), y se supondrá constante durante todo el tiempo de arranque.
- c) Tiempo en segundos que tardará el volante en alcanzar su velocidad final, admitiendo la simplificación realizada en el apartado anterior.
- d) Energía proporcionada por el motor durante el proceso, en julios.

(sigue detrás)

- e) Energía disipada por rozamiento en el embrague, en julios.
- f) Energía disipada por rozamiento en el cojinete liso, en julios.
- g) Energía ganada por el volante, en julios.
- h) Si toda la fuerza axial del embrague es absorbida por el apoyo B, ¿ qué tipo de cojinete de rodamientos convendría colocar en él ?

Nota: $1 \text{ CV} = 735.5 \text{ w}$

$$a) \dot{W}_{\text{motor}} = 20'25 \times 735'5 = 14894 \text{ w}$$

$$T_{\text{motor}} = T_{\text{embrague}}$$

$$T_{\text{embrague}} = \frac{\mu p_m \pi d}{8} (D^2 - d^2)$$

grafito sobre acero, en agua $\xrightarrow{\text{tabla 16-2}}$ $\left\{ \begin{array}{l} \mu = 0'25 \\ p_m = 2100 \text{ kPa} \end{array} \right.$

$$T_{\text{embrague}} = \frac{0'25 \times 2100 \cdot 10^3 \pi \cdot 0'1}{8} (0'13^2 - 0'1^2) = 142'25 \text{ Nm}$$

La velocidad de giro del motor (que será la que alcanzará el volante) es,

$$\omega = \frac{\dot{W}}{T} = \frac{14894}{142'25} = 104'7 \text{ } \frac{\text{rps}}{\text{s}} = 104'7 \frac{60}{2\pi} = \boxed{1000 \text{ rpm} = \omega}$$

b) Comenzamos calculando el número de Sommerfeld.

$$S = \left(\frac{r}{c}\right)^2 \frac{\mu N}{p}$$

$$\text{SAE 20 a } 50^\circ\text{C} \xrightarrow{\text{Fig 12-12}} \mu = 29 \text{ mPa}\cdot\text{s}$$

$$N \text{ en rps: } N = \frac{1000}{60}$$

$$p = \frac{W}{dL} = \frac{159 \times 9'8}{0'04 \times 0'04} = 973875 \text{ Pa}$$

$$W_T = \text{peso del volante} = \rho \pi R^2 b = 7'89 \cdot 10^3 \pi \cdot 0'4^2 \cdot 0'08 = 318 \text{ kg}$$

Por simetría, se va la mitad a cada apoyo, luego, $W = 159 \text{ kg}$.

$$\text{Entonces, } S = 700^2 \frac{29 \cdot 10^{-3} \times \frac{1000}{60}}{973875} = 0'243$$

$$S = 0'121 \rightarrow \frac{r}{c} f = 3'22$$

$$S = 0'264 \rightarrow \frac{r}{c} f = 5'79$$

$$\left. \begin{array}{l} S = 0'121 \rightarrow \frac{r}{c} f = 3'22 \\ S = 0'264 \rightarrow \frac{r}{c} f = 5'79 \end{array} \right\} S = 0'243 \rightarrow \frac{r}{c} f = 5'41, f = 0'0077$$

$$T_{\text{roz}} = f W r = 0'0077 \times 159 \times 9'8 \times 0'02 = \boxed{0'24 \text{ Nm} = T_{\text{roz}}}$$

c) Hay que calcular la inercia del volante.

$$I = \frac{1}{2} M R^2 = \frac{1}{2} 318 \times 0'4^2 = 25'44 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

La ecuación de la Dinámica es,

$$T_{\text{motor}} - T_{\text{coj}} = I\alpha$$

$$142'25 - 0'24 = 25'44 \alpha \Rightarrow \alpha = 5'58 \text{ r/s}^2$$

$$\omega = \alpha t^* \Rightarrow t^* = \frac{104'7}{5'58} = 18'76 \text{ s} = t^*$$

$$d) E_{\text{motor}} = T_{\text{motor}} \omega t^* = 142'25 \times 104'7 \times 18'76 = 279403 \text{ J} = E_{\text{motor}}$$

$$e) E_{\text{embreque}} = \int_0^{t^*} T_{\text{embreque}} \omega_r dt = \int_0^{t^*} T_{\text{emb}} (\omega - \alpha t) dt = T_{\text{emb}} \left(\omega t^* - \alpha \frac{t^{*2}}{2} \right) =$$
$$= 142'25 \left(104'7 \times 18'76 - 5'58 \frac{18'76^2}{2} \right) = 139727 \text{ J} = E_{\text{embreque}}$$

$$f) E_{\text{coj}} = \int_0^{t^*} T_{\text{coj}} \alpha t dt = T_{\text{coj}} \alpha \frac{t^{*2}}{2} = 0'24 \times 5'58 \times \frac{18'76^2}{2} = 236 \text{ J} = E_{\text{coj}}$$

$$g) E_{\text{vol}} = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} 25'44 \times 104'7^2 = 139437 \text{ J} = E_{\text{vol}}$$

Comprobamos el balance de energías,

$$E_{\text{motor}} = E_{\text{embreque}} + E_{\text{coj}} + E_{\text{volante}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 279403 \\ 139727 + 236 + 139437 \end{array} \right.$$

279403

279400

Se ve casi perfecto. La diferencia se debe a los decimales copiados en los cálculos.

h) De bolas, de contacto angular de doble fila

De rodillos esféricos.

De rodillos cónicos.

Nombre

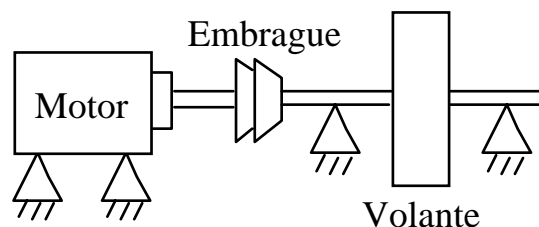
El sistema de la figura está formado por:

- Un motor, cuya potencia habrá que determinar.
- Un embrague cónico de ángulo 12° y acción axial, nuevo, de asbesto impregnado sobre acero, trabajando en seco, con diámetro exterior 120 mm y diámetro interior 100 mm.
- Un volante de inercia macizo, cortado en chapa de acero de densidad 7.89 Kg/dm^3 , con un radio de 35 cm y una anchura de 7 cm.

Se pretende llevar el volante de inercia desde el reposo en que se halla inicialmente hasta una velocidad de giro de 600 rpm. Para ello, se conecta el eje del motor al eje del volante mediante el embrague, y se hace trabajar al motor a su máxima potencia hasta que se alcanza la velocidad deseada en el volante.

Determinar:

- a) Potencia que ha de poseer el motor, en CV.
- b) Tiempo en segundos que tardará el volante en alcanzar las 600 rpm.
- c) Energía proporcionada por el motor durante la operación, en julios.
- d) Energía disipada por rozamiento en el embrague, en julios.
- e) Energía ganada por el volante, en julios.



a) El motor suministrará un par igual al máximo que puede transmitir el embrague.

Por ser un embrague cónico nuevo,

$$T = \frac{\mu \pi p_m}{12 \sin \alpha} (D^3 - d^3) = \frac{0.32 \pi \cdot 10^6}{12 \sin 12^\circ} (0.12^3 - 0.1^3) = 293.34 \text{ Nm}$$

Entonces, como el motor ha de girar a 600 rpm,

$$\dot{W} = T\omega = 293.34 \times 600 \frac{2\pi}{60} = 18431 \text{ watis} = \underline{25.06 \text{ CV}}$$

b) Lo primero es calcular el momento de inercia del volante respecto a su centro.

$$I = \frac{1}{2} MR^2 = \frac{1}{2} \rho \pi R^4 b = \frac{1}{2} 7.89 \cdot 10^3 \pi 0.35^4 0.07 = \\ = 13.02 \text{ kg m}^2$$

Entonces, la ecuación dinámica nos dice que,

$$T = I\alpha$$

$$293.34 = 13.02 \alpha \Rightarrow \alpha = 22.53 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

Con esta aceleración angular, el tiempo que tardará el volante en pasar del reposo a 600 rpm cumplirá,

$$\omega = \alpha t^*$$

$$600 \frac{2\pi}{60} = 22.53 t^* \Rightarrow \underline{t^* = 2.79 \text{ s}}$$

c) El motor proporciona una potencia constante durante el proceso, en lo que la energía total aportada vale,

$$E_{\text{motor}} = \dot{W} t^* = 18431 \times 2.79 = \underline{51402 \text{ J}}$$

d) En el caso del embrague, el par es constante, pero la velocidad angular relativa es variable.

Entonces,

$$\begin{aligned} E_{\text{embrague}} &= \int_0^{t^*} T \omega_{\text{rel}} dt = \int_0^{t^*} T (\omega - \alpha t) dt = \\ &= T \left(\omega t^* - \alpha \frac{t^{*2}}{2} \right) = 293'34 \left(600 \frac{2\pi}{60} 2'79 - 22'53 \frac{2'79^2}{2} \right) = \\ &= \underline{25701 \text{ J}} \end{aligned}$$

e) La energía frenada por el volante es la energía cinética adquirida.

$$E_{\text{volante}} = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} 13'62 \left(600 \frac{2\pi}{60} \right)^2 = \underline{25701 \text{ J}}$$

Debe cumplirse,

$$E_{\text{motor}} = E_{\text{volante}} + E_{\text{embrague}}$$

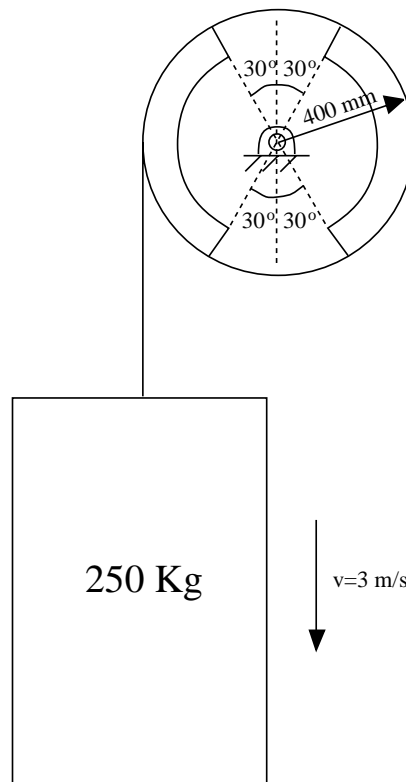
$$51402 = 25701 + 25701$$

y, efectivamente, se cumple.

Nombre

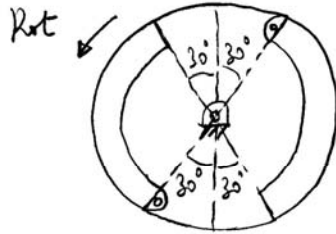
Un ascensor de 250 Kg desciende a una velocidad constante de 3 m/s merced a la acción de un freno-motor. En caso de fallo del freno-motor, existe un sensor de velocidad que lo detecta, y da la orden de entrar en funcionamiento a plena capacidad al freno de emergencia de doble zapata interior representado en la figura, que detiene al ascensor. El tiempo que transcurre desde que se produce el fallo hasta que entra en acción el freno de emergencia es de un segundo.

El eje en que se encuentran el freno motor y el freno de emergencia tiene una masa de 140 Kg y un radio de giro de 180 mm. El freno de emergencia posee zapatas con revestimiento moldeado y tiene un radio de tambor de 400 mm.

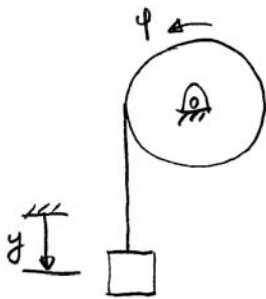


Suponiendo que la articulación de cada zapata (talón) se va a situar en un extremo de la misma, indicar cuál es el extremo adecuado en cada una para lograr la máxima capacidad de frenado con el mínimo esfuerzo. Determinar el ancho de zapata necesario para que el freno de emergencia sea capaz de detener el ascensor en medio segundo. ¿Cuántos metros cae el ascensor desde que se produce el fallo hasta que se detiene?

La posición de las articulaciones, que da lugar a un mayor per de frenado en relación al esfuerzos requeridos es la que hace que ambas zapatas sean autoaplicantes.



En el momento de producirse el fallo, la velocidad del ascensor es $3 \frac{m}{s}$. la relación entre la coordenada "y", que indica al ascensor y la coordenada " φ " que indica el giro del eje es,



$$y = ct + R\varphi$$

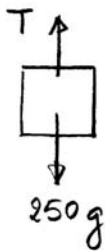
$$\dot{y} = R\dot{\varphi} ; \ddot{y} = R\ddot{\varphi}$$

donde $R = 0.4 \text{ m}$

$$\dot{y}_0 = 3 \frac{m}{s}$$

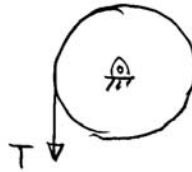
$$\dot{\varphi}_0 = \frac{3}{0.4} = 7.5 \frac{r}{s}$$

Por tanto, hasta que comienza a actuar el freno de emergencia, la situación es la siguiente:



$$250g - T = 250 \ddot{y}$$

$$T \times 0.4 = (140 \times 0.18^2) \ddot{\varphi}$$



$$\begin{cases} 250 \times 9.8 - T = 250 \times 0.4 \ddot{\varphi} \\ T \times 0.4 = (140 \times 0.18^2) \ddot{\varphi} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2450 - T = 100 \ddot{\varphi} \\ T = 11.34 \ddot{\varphi} \end{cases}$$

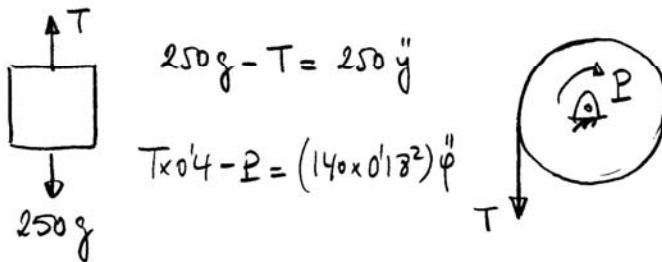
$$2450 - 11.34 \ddot{\varphi} = 100 \ddot{\varphi} \Rightarrow \ddot{\varphi} = 22 \frac{r}{s^2} \Rightarrow \dot{\varphi} = 7.5 + 22t$$

$$\text{Entonces, } \dot{y} = 0.4(7.5 + 22t) \Rightarrow \underline{\underline{\dot{y} = 3 + 8.8t}}$$

Transcurrido 1 segundo de caída libre del ascensor,
 las velocidades son:

$$\dot{y} = 11.8 \text{ m/s} ; \quad \dot{\varphi} = 29.5 \text{ r/s}$$

Y en ese instante comienza a actuar el freno de emergencia.



$$\begin{cases} 2450 - T = 250 \times 0.4 \ddot{\varphi} & \rightarrow T = 2450 - 100\ddot{\varphi} \\ 0.4T - P = 4.536 \ddot{\varphi} \end{cases}$$

$$0.4(2450 - 100\ddot{\varphi}) - P = 4.536 \ddot{\varphi}$$

$$980 - 40\ddot{\varphi} - P = 4.536 \ddot{\varphi} \Rightarrow 44.536 \ddot{\varphi} = 980 - P$$

$$\ddot{\varphi} = 22 - 0.0225P$$

$$\dot{\varphi} = (22 - 0.0225P)t + 29.5 ;$$

Dado que se desea para el ascensor en 0.5 segundos,

$$0 = (22 - 0.0225P)0.5 + 29.5$$

$$40.5 = 0.01125P \Rightarrow \boxed{P = 3600 \text{ Nm}}$$

Este es, por tanto, el par que debe aplicar el freno. Como posee dos zapatas, cada una de ellas deberá hacer la mitad.

$$P_2 = \frac{P}{2} = \frac{3600}{2} = 1800 \text{ Nm}$$

La expresión que nos indica el par que proporciona una zapata interior es,

$$P = \frac{\mu P_u b r^2}{\sin \theta_m} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

Como nos dicen que el revestimiento es moldeado,

$$p_m = 690 \text{ kPa}, \mu = 0.47.$$

Entonces,

$$1800 = \frac{0.47 \times 690 \cdot 10^3 \times b \times 0.4^2}{1} \quad (\cos 0^\circ - \cos 120^\circ)$$

$$b = 0.023 \text{ m} = \boxed{2.3 \text{ cm} = b}$$

Este es pues el ancho de zapata necesario.

Falta por último calcular cuántos metros cae el ascensor desde que se produce el fallo hasta que se para.

En la primera fase, esto es, en el segundo que transcurre hasta que entra en funcionamiento el freno de emergencia, tenemos:

$$\dot{y} = 3 + 8.8t$$

$$y = 3t + 8.8 \frac{t^2}{2} \Rightarrow y = 3 + 4.4 = 7.4 \text{ m}$$

En la segunda fase, durante la aplicación del freno de emergencia,

$$\dot{y} = 0.4 \dot{v} = 0.4 (22 - 0.0225 \times 3600)t + 11.8$$

$$\dot{y} = 11.8 - 23.6t$$

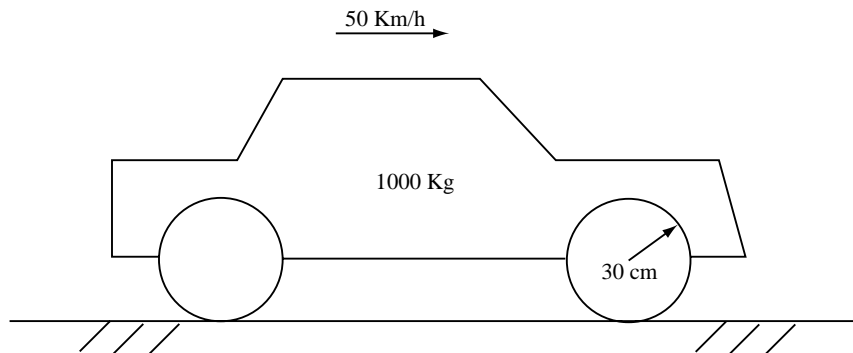
$$y = 11.8t - 23.6 \frac{t^2}{2} \Rightarrow y = 11.8 \times 0.5 - 23.6 \frac{0.5^2}{2}$$

$$y = 2.95 \text{ m}$$

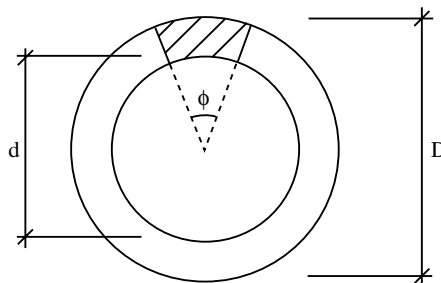
Por tanto, la altura total que cae el ascensor es la suma de ambas cantidades,

$$h_T = 7.4 + 2.95 = \boxed{10.35 \text{ m} = h_T}$$

El automóvil de la primera figura tiene una masa de 1000 Kg, y se desplaza a una velocidad de 50 Km/h. Posee cuatro ruedas iguales de radio 30 cm, dotadas de sus correspondientes frenos de disco.

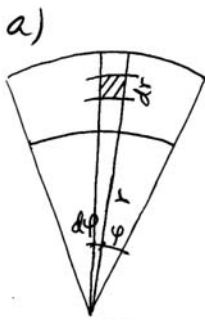


a) Obtener la expresión que proporciona el par máximo de frenado T realizado por un freno de disco (ver segunda figura), en función del coeficiente de rozamiento μ , la presión máxima admisible p (constante en toda la superficie), el ángulo de la zapata ϕ , y los diámetros del disco, interior d y exterior D .



b) Determinar el diámetro exterior de los discos D necesario, para detener el vehículo de la primera figura en 2.5 segundos, cuando el conductor aplica el freno a máxima capacidad, sabiendo que las características de los frenos de disco del automóvil son: coeficiente de rozamiento $\mu=0.45$, presión máxima admisible $p=1000$ KPa, ángulo de zapata $\phi=30^\circ$, y el diámetro interior es un 65% del exterior.

c) En las circunstancias del apartado anterior, ¿cuál es la distancia recorrida por el vehículo desde que el conductor aplica el freno a máxima capacidad hasta que se produce la completa detención del automóvil?



El par de frenado entre una zapata y el disco se obtendrá por integración.

$$T = \int_0^{\phi} \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{D}{2}} \mu p r^2 dr d\phi = \mu p \phi \frac{D^3 - d^3}{24}$$

Pero como el disco es apretado por dos zapatas simultáneamente (una por cada lado), el par es doble,

$$T_F = \mu p \phi \frac{D^3 - d^3}{12}$$

b) Para detener completamente el vehículo es preciso que los frenos disipen toda la energía cinética del mismo.

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 1000 \times \left(\frac{50}{3.6}\right)^2 = 96450.6 \text{ J}$$

La energía que se disipa en un contacto disco-zapata es,

$$E_{roz} = \int_0^{t^*} T \omega dt = T \int_0^{t^*} (\omega_0 - \alpha t) dt = T \left[\omega_0 t^* - \alpha \frac{t^{*2}}{2} \right]$$

$$\omega_0 = \frac{v}{R} = \frac{50/3.6}{0.3} = 46.3 \text{ r/s} ; t^* = 2.5 \text{ s.}$$

$$\alpha = \frac{\omega_0}{t^*} = \frac{46.3}{2.5} = 18.52 \text{ r/s}^2$$

$$T = \mu p \phi \frac{D^3 - d^3}{24} = 0.45 \times 1000 \cdot 10^3 \times \frac{\pi}{6} \frac{D^3 - (0.65D)^3}{24} = 7121.35 D^3$$

Entonces,

$$E_{roz} = 7121.35 \cdot D^3 \left[46.3 \times 2.5 - 18.52 \frac{2.5^2}{2} \right] = 412148.13 D^3$$

Como hay dos contactos por disco y cuatro discos (uno en cada rueda),

$$E_{roz} = 8 \times 412148'13 D^3 = 3297185 D^3$$

Igualando ahora con la energía cinética a disipar,

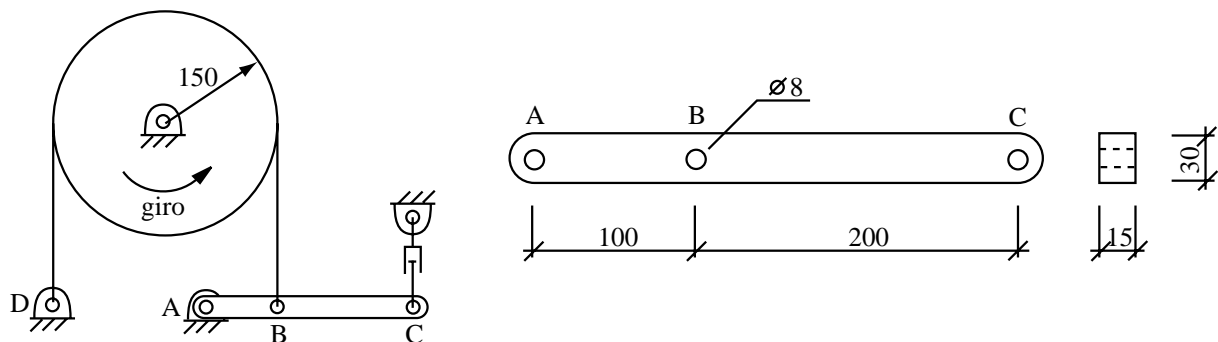
$$96450'6 = 3297185 D^3$$

$$D = 0'31 \text{ m} = \boxed{31 \text{ cm} = D} ; d = 0'65 D = 20 \text{ cm.}$$

c) la distancia recorrida por el vehículo es la correspondiente a un movimiento uniformemente decelerado.

$$\begin{aligned} e &= v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 = \frac{50}{3'6} 2'5 - \frac{1}{2} \frac{50/3'6}{2'5} 2'5^2 = \\ &= \frac{1}{2} \frac{50}{3'6} 2'5 = \boxed{17'36 \text{ m} = e} \end{aligned}$$

La figura muestra un freno de cinta cuyas características son: coeficiente de rozamiento entre cinta y tambor, $\mu=0.4$, presión máxima admisible, $p=1000$ KPa, ancho de cinta (igual al ancho del tambor), $b=50$ mm. Para aplicar el freno, un actuador ejerce fuerza sobre el extremo C de la barra AC, articulada en A, y a la que también se une la cinta en el punto B. La mencionada barra es de acero AISI 1015 estirado en frío, y su detalle se ilustra en la figura (los tres agujeros tienen idéntico diámetro), donde todas las dimensiones se hallan en mm.

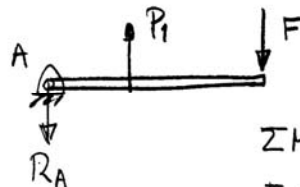
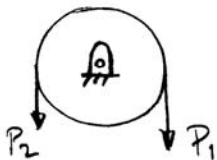


Determinar el coeficiente de seguridad de que se dispone en la barra AC respecto a su comportamiento a fatiga a vida infinita, suponiendo que cada aplicación del freno se efectúa a la capacidad máxima del mismo.

Si el tambor gira a 750 rpm, calcular el tiempo que tarda en pararse al aplicar el freno a máxima capacidad. El tambor está fabricado en acero de densidad $\rho=7.85$ Kg/dm³. La inercia total del sistema está compuesta por la inercia del propio tambor, más la inercia equivalente del resto de la cadena cinemática, $I_{\text{resto}}=3$ Kg m².

$$f_{tu} = \frac{P_1}{b r} ; 10^6 = \frac{P_1}{0.05 \times 0.15} \Rightarrow \underline{P_1 = 7500 \text{ N}}$$

$$P_1 = P_2 e^{4\phi} ; 7500 = P_2 e^{0.4\pi} \Rightarrow \underline{P_2 = 2134.6 \text{ N}}$$



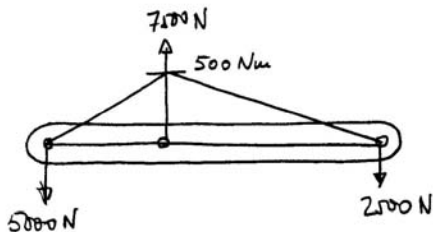
$$\sum F_y = 0 ; R_A = P_1 - F = 7500 - 2500$$

$$\underline{R_A = 5000 \text{ N}}$$

$$\sum M_A = 0$$

$$F \times 0.3 = P_1 \times 0.1$$

$$F = \frac{7500 \times 0.1}{0.3} = 2500 \text{ N} = F$$



$$M_{\max} = 2500 \times 0.2 = 500 \text{ Nm} = M_{\max}$$

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\max} c}{I} = \frac{500 \times 0.015}{\frac{1}{12} \times 0.015 \times (0.03^2 - 0.008^2)}$$

$$= 226.5 \text{ MPa} = \tau_{\max}$$

$$\tau_{\text{av}} = \frac{\tau_{\max} + \tau_{\min}}{2} = \frac{226.5}{2} = 113.25 \text{ MPa} = \tau_{\text{av}} \quad \underline{\tau_{\min} = 0}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \frac{226.5}{2} = 113.25 \text{ MPa} = \sigma_a$$

$$\text{AISI 1015} \Rightarrow S_u = 390 \text{ MPa}, S_y = 320 \text{ MPa}$$

$$S_{1.3} = 0.9 S_u = 0.9 \times 390 = 351 \text{ MPa}$$

$$S'_e = 0.5 S_u = 0.5 \times 390 = 195 \text{ MPa}$$

$$k_a = a S_u^b = 4.51 \times 390^{-0.265} = 0.928$$

$$d_{eq} = 0.81 \sqrt{15 \times 30} = 17.18 \text{ mm} ; k_b = 1.189 \times 17.18^{-0.697} = 0.902$$

$$S_e = k_a k_b S'_e = 0.928 \times 0.902 \times 195 = 163.2 \text{ MPa} = S_e$$

Por fatiga, $\frac{\sigma_{m1}}{S_u} + \frac{\sigma_a}{S_e} = \frac{1}{G}$; $\frac{113'25}{390} + \frac{113'25}{163'2} = \frac{1}{G}$

$$G = 1'01$$

Por fluencia, $\frac{\sigma_{m1} + \sigma_a}{S_y} = \frac{1}{G}$; $\frac{113'25 + 113'25}{320} = \frac{1}{G}$

$G = 1'41$ menos restrictivo.

El par de frenado a máxima capacidad es,

$$T = (P_1 - P_2)R = (7500 - 2134'6) 0'15 = \underline{804'81 \text{ Nm} = T}$$

La inercia del tambor,

$$I_{\text{tambor}} = \frac{1}{2} MR^2 = \frac{1}{2} \rho \pi R^2 b R^2 = \frac{\pi}{2} \rho b R^4 =$$

$$= \frac{\pi}{2} 7850 \times 0'05 \times 0'15^4 = 0'3121 \text{ kg m}^2$$

$$I = I_{\text{tambor}} + I_{\text{resto}} = 0'3121 + 3 = \underline{3'3121 \text{ kg m}^2 = I}$$

La dinámica del sistema es,

$$-T = I\alpha ; -804'81 = 3'3121 \alpha \Rightarrow \underline{\alpha = -243 \text{ r/s}^2}$$

$$\omega_f = \omega_0 + \alpha t ; 0 = \left(750 \frac{2\pi}{60}\right) - 243 t \Rightarrow \underline{t = 0'3232 \text{ s}}$$

3º Ejercicio de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Curso 00/01

Grupo nº

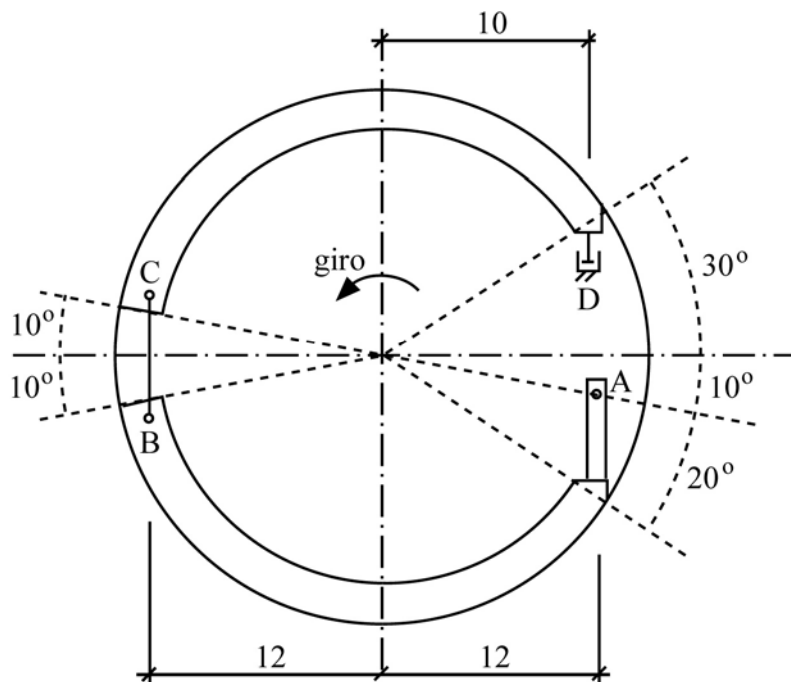
Nombres

.....

.....

La figura (con medidas en cm) representa un dispositivo de frenado de un tambor de diámetro 30 cm con zapatas interiores. La zapata inferior está articulada en el punto A (talón), mientras que la zapata superior es flotante. Ambas zapatas se hallan unidas mediante la barra biarticulada vertical BC, y presentan ángulos de contacto de 140° . Sobre la zapata superior se aplica una fuerza vertical de 250 Kg, merced a un cilindro hidráulico en D. Si el ancho de las zapatas es 6 cm y el coeficiente de rozamiento entre las zapatas y el tambor es 0.3, determinar:

- a) La presión máxima en cada zapata.
- b) El par total de frenado.

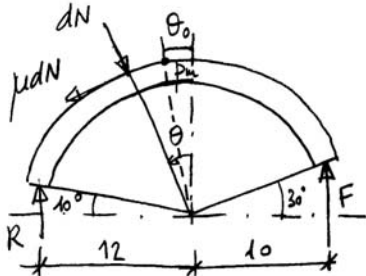


Vamos a estudiar la distribución de presiones en la zapata flotante. Como se desconoce el punto de máxima presión,

se puede suponer que la forma de la presión será,

$$p(\theta) = p_{\max} \cos(\theta - \theta_0)$$

donde θ_0 es el valor del ángulo θ para el que se produce presión máxima.



Dado que las fuerzas F y R son verticales, las componentes horizontales de las fuerzas normales y de rozamiento deben cancelarse para el equilibrio en dirección horizontal.

$$\int_{-60}^{80} dN \sin \theta = \int_{-60}^{80} \mu dN \cos \theta ; \text{ con } dN = p b r d\theta = p_{\max} b r \cos(\theta - \theta_0) d\theta$$

Sustituyendo se llega a,

$$\int_{-60}^{80} \cos(\theta - \theta_0) (\sin \theta - \mu \cos \theta) d\theta = 0$$

Desarrollando el coseno de la diferencia queda,

$$\cos \theta_0 \left[\int_{-60}^{80} \sin \theta \cos \theta d\theta - \mu \int_{-60}^{80} \cos^2 \theta d\theta \right] + \sin \theta_0 \left[\int_{-60}^{80} \sin^2 \theta d\theta - \mu \int_{-60}^{80} \sin \theta \cos \theta d\theta \right] = 0$$

Las tres integrales que aparecen se pueden evaluar separadamente, dando,

$$\int_{-60}^{80} \sin \theta \cos \theta d\theta = \left[\frac{\sin^2 \theta}{2} \right]_{-60}^{80} = 0'1100$$

$$\int_{-60}^{80} \cos^2 \theta d\theta = \left[\frac{\theta}{2} + \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_{-60}^{80} = 1'5237$$

$$\int_{-60}^{80} \sin^2 \theta d\theta = \left[\frac{\theta}{2} - \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_{-60}^{80} = 0'9197$$

Entonces,

$$\cos \theta_0 [0.11 - 0.3 \times 1.5237] + \sin \theta_0 [0.9197 - 0.3 \times 0.11] = 0$$

$$\tan \theta_0 = 0.3915 \Rightarrow \boxed{\theta_0 = 21.38^\circ} \text{ ángulo para el que se produce la máxima presión.}$$

$$\underline{p(\theta) = \mu \cos(\theta - 21.38^\circ)}$$

Ahora se podrían tomar momentos en C para determinar el valor de la presión máxima y, posteriormente, el equilibrio vertical daría el valor de la reacción R en la barra BC. Sin embargo, resulta más cómodo tomar momentos en el punto de la zapata que coincide con el centro del tambor (aunque aparezca la reacción en la barra BC), y plantear simultáneamente el equilibrio vertical, llevando a dos ecuaciones con dos incógnitas (μ y R).

Equilibrio vertical,

$$F + R - \int_{-60}^{80} dN \cos \theta - \int_{-60}^{80} \mu dN \sin \theta = 0$$

$$R = \mu br \int_{-60}^{80} \cos(\theta - \theta_0) (\cos \theta + \mu \sin \theta) d\theta - F =$$

$$= \mu br \left[\cos \theta_0 \left(\int_{-60}^{80} \cos^2 \theta d\theta + \mu \int_{-60}^{80} \sin \theta \cos \theta d\theta \right) + \right. \\ \left. + \sin \theta_0 \left(\int_{-60}^{80} \sin \theta \cos \theta d\theta + \mu \int_{-60}^{80} \sin^2 \theta d\theta \right) \right] - F =$$

$$= \mu 0.06 \times 0.15 \left[\cos 21.38^\circ (1.5237 + 0.3 \times 0.11) + \right. \\ \left. + \sin 21.38^\circ (0.11 + 0.3 \times 0.9197) \right] - 250 \times 9.81$$

$$\underline{R = 0.0143 \mu - 2452.5} \quad (1)$$

Momentos en el punto coincidente con el centro del tambor,

$$\int_{-60}^{80} \mu dNr + F_x d'1 = R \times 0'12$$

Vamos a llamar $I = \int_{-60}^{80} \mu dNr$, y calculemos su valor.

$$I = \mu p_m b r^2 \int_{-60}^{80} \cos(\theta - \theta_0) d\theta = \mu p_m b r^2 \int_{-60}^{80} (\cos \theta \cos \theta_0 + \sin \theta \sin \theta_0) d\theta =$$

$$= \mu p_m b r^2 \left[\cos \theta_0 \sin \theta - \sin \theta_0 \cos \theta \right]_{-60}^{80} =$$

$$= 0'3 p_m 0'06 \times 0'15^2 \left[\cos 21'38^\circ (\sin 80^\circ + \sin 60^\circ) - \right.$$

$$\left. - \sin 21'38^\circ (\cos 80^\circ - \cos 60^\circ) \right] = 7'4619 \cdot 10^{-4} p_m$$

Entonces, en la ecuación de momentos tenemos,

$$7'4619 \cdot 10^{-4} p_m + 0'1 \times 250 \times 9'81 = 0'12 R$$

$$7'4619 \cdot 10^{-4} p_m + 245'25 = 0'12 R \quad (2)$$

Substituyendo en (2) el valor de R dado por (1),

$$7'4619 \cdot 10^{-4} p_m + 245'25 = 0'12 (0'0143 p_m - 245'25)$$

$$p_m = 556346 \text{ Pa} = 556 \text{ kPa}$$

Este es el valor de la presión máxima en la zapata flotante.

De nuevo en la ecuación (1),

$$R = 0'0143 \times 556346 - 245'25 = 5503 \text{ N} = R$$

que es el valor del esfuerzo en la barra BC.

El par de frenado que proporcione esta zapata es,

$$T = \int \mu dNr = I = 7'4619 \cdot 10^{-4} \times 556346 = 415 \text{ Nm} = T$$

Ahora ya se puede calcular la zapata inferior, que es autoaplicante.

$$\theta_1 = 20^\circ, \theta_2 = 160^\circ, a = \frac{12}{\cos 10^\circ} = 12.19 \text{ cm}, c = 0.24$$

$$M_u = \frac{\mu p_m b r a}{(\sin \theta)_m} \left[\frac{\theta}{2} - \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_{\theta_1}^{\theta_2} =$$

$$= \mu_m 0.06 \times 0.15 \times 0.1219 \left[\frac{(160-20)}{2 \times 180} \pi - \frac{(\sin 320 - \sin 40)}{4} \right] =$$

$$= 1.693 \cdot 10^{-3} \mu_m = M_u$$

$$M_f = \frac{\mu p_m b r}{(\sin \theta)_m} \left[-r \cos \theta - \frac{a \sin^2 \theta}{2} \right]_{\theta_1}^{\theta_2} =$$

$$= 0.3 \mu_m 0.06 \times 0.15 \left[-0.15 (\cos 160 - \cos 20) - \frac{0.1219}{2} (\sin^2 160 - \sin^2 20) \right] =$$

$$= 7.6115 \cdot 10^{-4} \mu_m = M_f$$

$$R = \frac{M_u - M_f}{c}; \quad 5503 = \frac{(1.693 \cdot 10^{-3} - 7.6115 \cdot 10^{-4}) \mu_m}{0.24}$$

$$\boxed{\mu_m = 1.417.310 \text{ Pa} = 1417 \text{ kPa}}$$

es la presión máxima en la zapata inferior.

El par de frenado de esta zapata,

$$T = \frac{\mu p_m b r^2}{(\sin \theta)_m} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) =$$

$$= 0.3 \times 1417310 \times 0.06 \times 0.15^2 (\cos 20^\circ - \cos 160^\circ) =$$

$$= \boxed{1078 \text{ Nm} = T}$$

Por tanto, el par total de frenado es,

$$T_{\text{total}} = 415 + 1078 = \boxed{1493 \text{ Nm} = T_{\text{total}}}$$

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Febrero 02

Nombre

Los valores del par requerido por una prensa punzonadora de 200 ton se muestran en la tabla que aparece debajo, para una revolución del eje impulsor de la máquina, que llevará montado un volante de inercia.

| θ (grad) | T (lb·in) | θ (grad) | T (lb·in) | θ (grad) | T (lb·in) | θ (grad) | T (lb·in) |
|-----------------|-------------|-----------------|-------------|-----------------|-------------|-----------------|-------------|
| 0 | 857 | 90 | 7888 | 180 | 1801 | 270 | 857 |
| 10 | 857 | 100 | 8317 | 190 | 1629 | 280 | 857 |
| 20 | 857 | 110 | 8488 | 200 | 1458 | 290 | 857 |
| 30 | 857 | 120 | 8574 | 210 | 1372 | 300 | 857 |
| 40 | 857 | 130 | 8403 | 220 | 1115 | 310 | 857 |
| 50 | 1287 | 140 | 7717 | 230 | 1029 | 320 | 857 |
| 60 | 2572 | 150 | 3515 | 240 | 943 | 330 | 857 |
| 70 | 5144 | 160 | 2144 | 250 | 857 | 340 | 857 |
| 80 | 6859 | 170 | 1972 | 260 | 857 | 350 | 857 |

La velocidad angular nominal del eje de la prensa va de ser 240 rpm, y se desea obtener un coeficiente de fluctuación de 0.075.

Determinar:

- a) El par que debe suministrar el motor al eje (en lb·in), y la potencia motriz necesaria (en hp), suponiendo que el motor proporciona un par constante.
- b) El momento de inercia que ha de poseer el volante (en lb·in·s²).

Nota: para la integración numérica utilícese la regla de Simpson,

$$\int_{x_0}^{x_n} f(x)dx = \frac{h}{3}(f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + 2f_4 + \dots + 2f_{n-2} + 4f_{n-1} + f_n)$$

donde $h = \frac{x_n - x_0}{n}$, y n es el número de subintervalos empleados: 2, 4, 6, ...

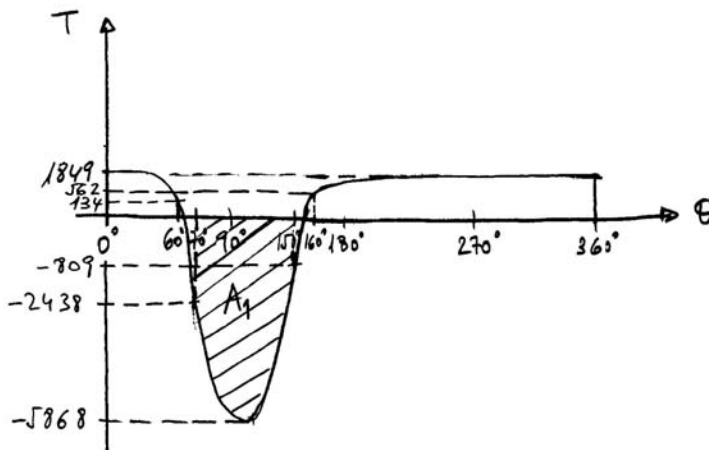
a) Calculamos la energía consumida por la coga a lo largo del ciclo (una vuelta).

$$\int_0^{2\pi} T_c(\theta) d\theta = \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi}{18} \left(857 + 4 \times 957 + 2 \times 857 + 4 \times 857 + 2 \times 957 + \right. \\ \left. + 4 \times 1277 + 2 \times 2572 + 4 \times 5144 + 2 \times 6859 + 4 \times 7888 + 2 \times 8317 + \right. \\ \left. + 4 \times 8488 + 2 \times 8574 + 4 \times 8403 + 2 \times 7717 + 4 \times 3515 + 2 \times 2144 + \right. \\ \left. + 4 \times 1972 + 2 \times 1301 + 4 \times 1629 + 2 \times 1458 + 4 \times 1372 + 2 \times 1115 + \right. \\ \left. + 4 \times 1029 + 2 \times 943 + 4 \times 857 + 2 \times 857 + 4 \times 857 + 2 \times 857 + \right. \\ \left. + 4 \times 857 + 2 \times 857 + 4 \times 857 + 2 \times 857 + 4 \times 857 + 2 \times 857 + \right. \\ \left. + 4 \times 857 + 857 \right) = 17000 \text{ lb}\cdot\text{in} = T_m \times 2\pi$$

$$T_m = \frac{17000}{2\pi} = \boxed{2706 \text{ lb}\cdot\text{in} = T_m}$$

$$W_m = T_m \omega = \left(2706 \times \frac{240 \times 2\pi}{60} \right) \times \frac{1}{6600} = \boxed{10'3 \text{ hp} = W_m}$$

b) Para calcular el $\Delta E_{\text{mín}}$, vamos a dibujar el aspecto aproximado del diagrama (T, θ) . Podemos calcular el



área positiva o el área negativa, ya que son iguales.

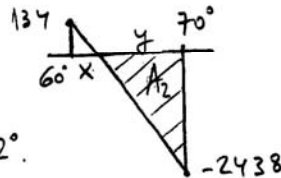
En su mayor sencillez, vamos a calcular el área negativa. Contabilizaremos el área entre 70° y 150° utilizando la regla de Simpson,

y posteriormente añadiremos las áreas correspondientes a los tramos que van desde los puntos de corte con el cero hasta 70° y 150° , respectivamente.

$$A_1 = \int_{70 \times \frac{\pi}{180}}^{150 \times \frac{\pi}{180}} (T_c(\theta) - T_m) d\theta = \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi}{18} (2438 + 4 \times 4153 + 2 \times 5182 + 4 \times 5611 + 2 \times 5782 + 4 \times 5868 + 2 \times 5697 + 4 \times 5011 + 809) = 6931 \text{ lb. in}$$

Punto de corte con cero entre 60° y 70° ,

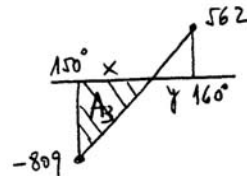
$$\left. \begin{array}{l} \frac{137}{x} = \frac{2438}{y} \\ x + y = 10^\circ \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 0'52'' \\ y = 9'48'' \end{array} \text{ corte en } 60'52''.$$



$$A_2 = \frac{1}{2} \left(9'48'' \frac{\pi}{180} \right) 2438 = 201'7 \text{ lb. in}$$

Punto de corte con cero entre 150° y 160° ,

$$\left. \begin{array}{l} \frac{809}{x} = \frac{562}{y} \\ x + y = 10^\circ \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 5'9'' \\ y = 4'1'' \end{array}$$



$$A_3 = \frac{1}{2} \left(5'9'' \frac{\pi}{180} \right) 809 = 41'6 \text{ lb. in}$$

Entonces,

$$\Delta E_{m\dot{e}x} = A_1 + A_2 + A_3 = 6931 + 201'7 + 41'6 = 7174 \text{ lb. in}$$

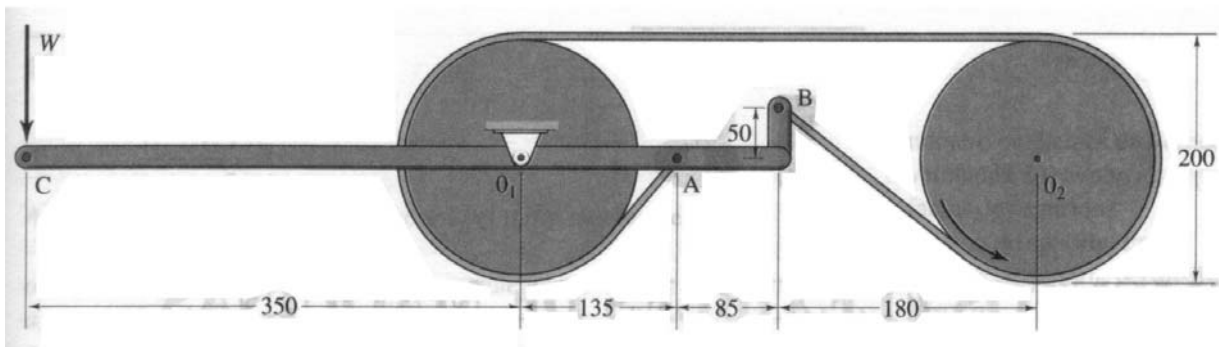
Despues,

$$I = \frac{\Delta E_{m\dot{e}x}}{\omega^2 C_f} = \frac{7174}{\left(240 \frac{2\pi}{60} \right)^2 0'075} = 151 \text{ lb. in. s}^2 = I$$

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Septiembre 02

Nombre

El freno de banda que aparece en la figura tiene un ancho de 40 mm y la presión máxima que admite es de 1.1 MPa. El coeficiente de fricción es 0.3 entre banda y tambor. Ambos tambores se hallan articulados en su centro al elemento fijo. La barra CB tiene un codo rígido en ángulo recto, y está articulada al elemento fijo por O_1 .



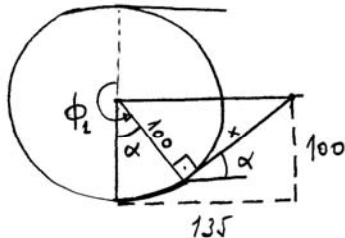
Sabiendo que ambos tambores giran en sentido saliente, determinar:

- Angulo que abraza la banda sobre cada tambor.
- Fuerza de accionamiento W máxima permisible.
- Par de frenado que se obtiene en cada tambor.
- Reacciones en los apoyos articulados O_1 y O_2 .

Nota: Las dimensiones se dan en mm.

a) Lo primero es calcular el ángulo que abarca la banda sobre cada tambor.

Tambor 1

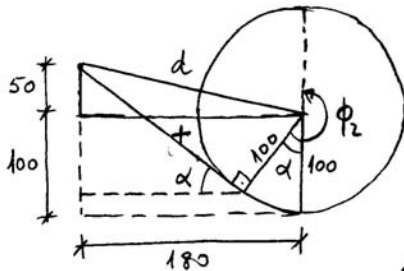


$$135^2 = x^2 + 100^2 \rightarrow x = 90'69 \text{ mm}$$

$$100 \cos \alpha = 90'69 \text{ sen } \alpha$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{100}{90'69} \rightarrow \alpha = 47'80^\circ$$

$$\phi_1 = 180 + \alpha = 180 + 47'80 = \underline{227'80^\circ = \phi_1}$$



Tambor 2

$$d^2 = 180^2 + 50^2 \rightarrow d = 186'82 \text{ mm}$$

$$186'82^2 = 100^2 + x^2 \rightarrow x = 157'80 \text{ mm}$$

$$\begin{cases} 157'80 \text{ sen } \alpha = 50 + 100 \cos \alpha \\ 100 \text{ sen } \alpha + 157'80 \cos \alpha = 180 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 157'80 \text{ sen } \alpha - 100 \cos \alpha = 50 & (\times 100) \\ 100 \text{ sen } \alpha + 157'80 \cos \alpha = 180 & (\times 157'80) \end{cases}$$

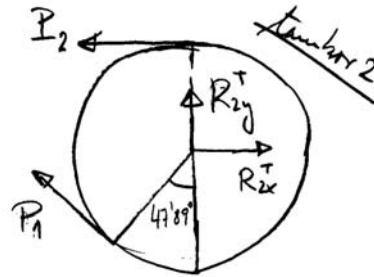
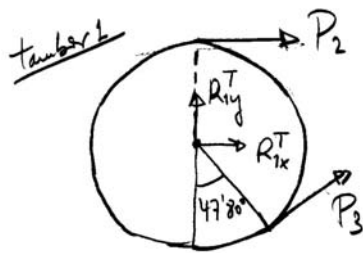
$$15780 \text{ sen } \alpha - 10000 \cos \alpha = 5000$$

$$-15780 \text{ sen } \alpha + 24930'84 \cos \alpha = 28404$$

$$-34900'84 \cos \alpha = -23404 \rightarrow \alpha = 47'89^\circ$$

$$\phi_2 = 180 + \alpha = 180 + 47'89 = \underline{227'89^\circ = \phi_2}$$

b) Ahora, es preciso indicar las fuerzas que actúan sobre los distintos componentes del sistema.



Sea $P = P_2$.

$$P_1 = P_2 e^{0.3 \times 227.89 \frac{\pi}{180}} = 3.30 \cdot P = P_1$$

$$P_3 = \frac{P_2}{e^{0.3 \times 227.80 \frac{\pi}{180}}} = 0.30 P = P_3$$

La presión máxima se producirá en P_1 , luego,

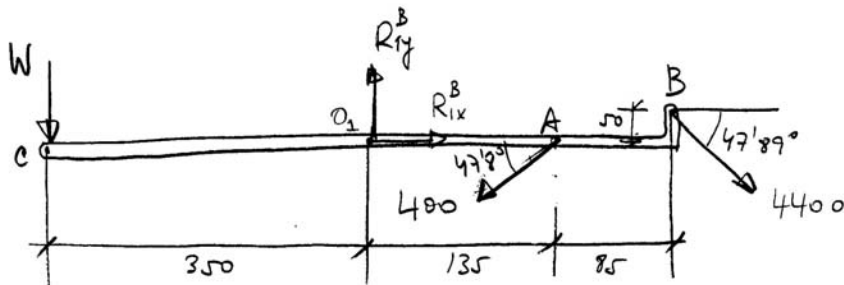
$$p_1 = \frac{P_1}{b \times r} = \frac{3.30 P}{0.04 \times 0.1} = 1.1 \cdot 10^6 \rightarrow P = 1333.33 \text{ N}$$

$$P_1 = 3.30 P = 3.30 \times 1333.33 = 4400 \text{ N} = P_1$$

$$P_2 = P = 1333.33 \text{ N}$$

$$P_3 = 0.3 P = 0.3 \times 1333.33 = 400 \text{ N} = P_3$$

Vamos ahora con el equilibrio de la barra CB.



$$M_{O_1} = 0$$

$$W \times 350 = 400 \text{ sen } 47'8'' \times 135 + 4400 \text{ sen } 47'89'' \times 220 +$$

$$+ 4400 \text{ cos } 47'89'' \times 50 \rightarrow W = 2587.56 \text{ N}$$

c) Tambor 1

$$T_1 = (P_2 - P_3)r = (1333'33 - 400) \times 0'1 = \boxed{93'33 \text{ Nm} = T_1}$$

Tambor 2

$$T_2 = (P_1 - P_2)r = (4400 - 1333'33) \times 0'1 = \boxed{306'67 \text{ Nm} = T_2}$$

d) Continuando con el equilibrio de la barra,

$$R_{1x}^B = 400 \cos 47'8^\circ - 4400 \cos 47'89^\circ = -2681'76 \text{ N}$$

$$R_{1y}^B = 2587'56 + 400 \operatorname{sen} 47'8^\circ + 4400 \operatorname{sen} 47'89^\circ = 6148'06 \text{ N}$$

Ahora, el equilibrio del tambor 1,

$$R_{1x}^T = -1333'33 - 400 \cos 47'8^\circ = -1602'02 \text{ N}$$

$$R_{1y}^T = -400 \operatorname{sen} 47'8^\circ = -296'32 \text{ N}$$

Y, para terminar, el equilibrio del tambor 2,

$$R_{2x}^T = 1333'33 + 4400 \cos 47'89^\circ = 4283'78 \text{ N}$$

$$R_{2y}^T = -4400 \operatorname{sen} 47'89^\circ = -3264'18 \text{ N}$$

Entonces, las reacciones sobre el apoyo O_1 serán,

$$\boxed{O_{1x} = -R_{1x}^B - R_{1x}^T = 2681'76 + 1602'02 = 4283'78 \text{ N}}$$

$$\boxed{O_{1y} = -R_{1y}^B - R_{1y}^T = -6148'06 + 296'32 = -5851'74 \text{ N}}$$

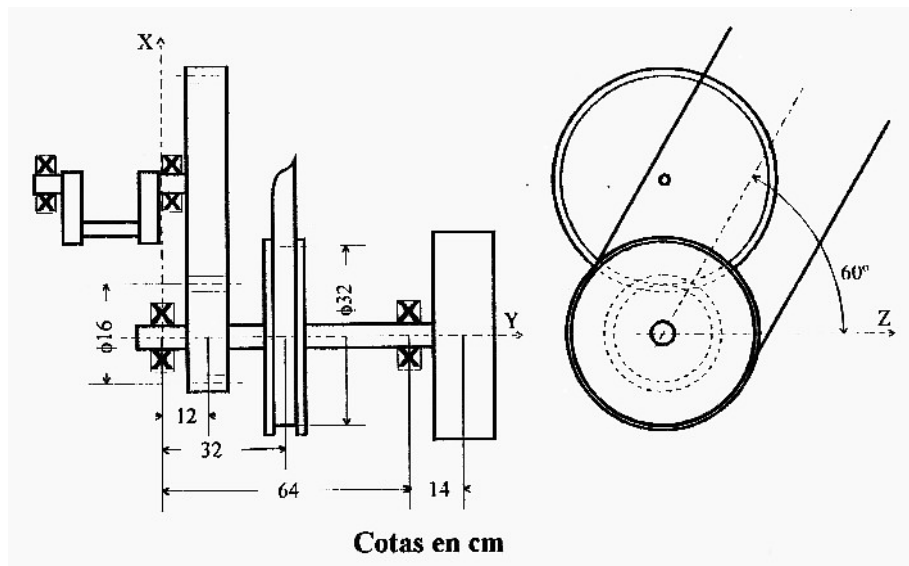
Y sobre el apoyo O_2 ,

$$\boxed{O_{2x} = -R_{2x}^T = -4283'78 \text{ N}}$$

$$\boxed{O_{2y} = -R_{2y}^T = 3264'18 \text{ N}}$$

En prensas y punzonadoras se producen tiempos muertos mientras se reemplaza la pieza. La mayor parte de la energía necesaria para punzonado o prensado proviene generalmente de un volante de inercia. Éste cede energía disminuyendo su velocidad, y un motor eléctrico la restablece antes de la siguiente maniobra.

La figura muestra un esquema de un volante de inercia, una polea (accionada mediante correa por un motor eléctrico que no se ve en la figura, y que proporciona un par constante), y una pareja de engranajes de dientes rectos, todo ello para mover el cigüeñal de una prensa. En la vista de perfil (derecha), se ha omitido el volante para poder apreciar con mayor claridad la disposición de la correa, cuya relación de tensión entre ramales es de 3.



Para cierta operación de prensado, se precisa que el eje del cigüeñal dé una vuelta cada 3 segundos, tiempo necesario para el cambio de pieza, y que, durante los 10° de giro de dicho eje correspondientes a la actuación de la prensa, se disponga en el mismo de un par de 5400 Nm. Los engranajes son de 20 y 60 dientes, respectivamente, y poseen módulo 8 y ángulo de presión 20° .

Determinar:

- Par (en Nm) que debe proporcionar el motor a la polea para que el proceso sea estable.
- Variación máxima de energía (en J) que se produce en el sistema durante una vuelta del cigüeñal.

- c) Inercia que debe tener el volante (en $\text{kg}\cdot\text{m}^2$) para que el coeficiente de fluctuación de velocidad no supere el valor de 0.2.
- d) Anchura (en cm) del volante de inercia, si va a ser de tipo cilíndrico macizo, con radio de 50 cm, y se va a fabricar con un acero de densidad 7.89 kg/dm^3 .
- e) Tiempo (en ms) requerido por la operación de prensado.
- f) Diagrama de momentos torsores (en Nm) en el eje del volante durante la operación de prensado.
- g) Diagrama de momentos flectores (en Nm) en el eje del volante durante la operación de prensado.
- h) Indicar cuál será el valor del máximo momento flector (en Nm) en el eje del volante durante la operación de prensado, y en qué sección del mismo se producirá.

Nota: despréciense los pesos e inercias de los elementos distintos del volante.

a) Debido a la transmisión por engranajes, el par requerido para la operación de prensado en el eje del volante es,

$$\frac{T_{\text{eje vol.}}}{T_{\text{ejencial}}} = \frac{z_1}{z_2} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$$

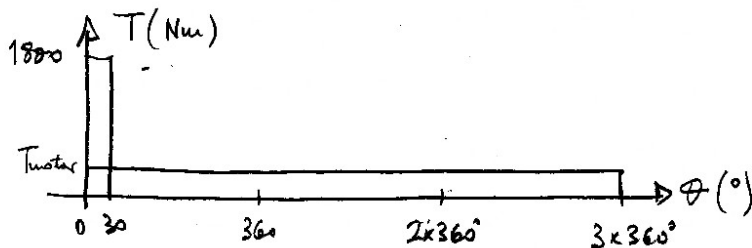
$$T_{\text{eje vol.}} = \frac{T_{\text{ejencial}}}{3} = \frac{5400}{3} = 1800 \text{ Nm} = T_{\text{carga}}$$

Como el eje del ejencial da una vuelta cada 3 s, tenemos que $\omega_{\text{ejencial}} = \frac{60}{3} = 20 \text{ rpm}$. La velocidad de giro del eje del volante será,

$$\frac{\omega_{\text{eje vol.}}}{\omega_{\text{ejencial}}} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{60}{20} = 3 \Rightarrow \omega_{\text{eje vol.}} = 3 \times 20 = 60 \text{ rpm}$$

La operación de prensado requiere 10° de giro del ejencial, lo que equivale, según la relación de los engranes, a 30° de giro del eje del volante.

Entonces, el diagrama de pares sobre el eje del volante será:

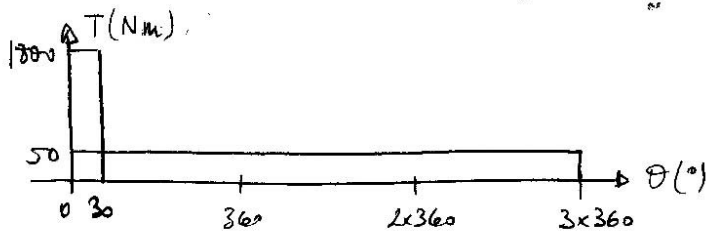


Para que el proceso se mantenga estable, la energía aportada por el motor en un ciclo debe ser igual a la energía consumida por la carga.

$$1800 \times 30 = T_{\text{motor}} \times (3 \times 360)$$

$$T_{\text{motor}} = 50 \text{ Nm}$$

b) Utilizando de nuevo el diagrama anterior,



$$\Delta E_{\text{máx}} = (1700 - 50) \left(30 \frac{2\pi}{360} \right) = 916'3 \text{ J} = \Delta E_{\text{máx}}$$

$$c) I = \frac{\Delta E_{\text{máx}}}{\varphi \omega^2} = \frac{916'3}{0'2 \times \left(60 \frac{2\pi}{60} \right)^2} = 116'05 \text{ kg m}^2 = I$$

$$d) I = \frac{1}{2} M R^2 = \frac{1}{2} \rho \pi R^4 b = \frac{1}{2} 7'89 \cdot 10^3 \pi \cdot 0'5^4 b = 116'05$$

$$b = 0'15 \text{ m} = 15 \text{ cm} = b$$

e) La velocidad máxima del sistema se produce justo antes de iniciarse el prensado, y vale,

$$\omega_{\text{máx}} = \omega \left(1 + \frac{\varphi}{2} \right) = 60 \left(1 + \frac{0'2}{2} \right) = 66 \text{ rpm}$$

Tras el prensado se alcanza la velocidad mínima,

$$\omega_{\text{mín}} = \omega \left(1 - \frac{\varphi}{2} \right) = 60 \left(1 - \frac{0'2}{2} \right) = 54 \text{ rpm}$$

La deceleración angular que sufre el eje del volante durante el prensado es,

$$T = I \alpha \rightarrow (1700 - 50) = 116'05 \alpha \rightarrow \alpha = 15'08 \text{ } \frac{1}{\text{s}^2}$$

Por tanto,

$$\omega_{\text{mín}} = \omega_{\text{máx}} - \alpha t$$

$$54 \frac{2\pi}{60} = 66 \frac{2\pi}{60} - 15'08 t$$

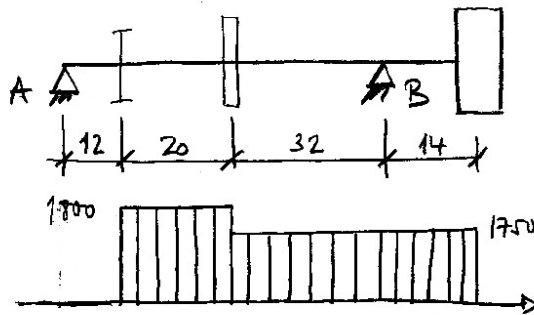
$$t = 0'0833 \text{ s} = 83'3 \text{ ms} = t$$

Obsérvese que el tiempo de la operación coincide con el que se obtendría al aplicar que la máquina funciona a velocidad constante durante los 10° de giro del cigüeñal correspondientes al proceso:

$$t = \frac{10}{360} \cdot 3 = 0'0833 \text{ s.}$$

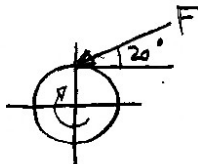
El motivo de esta coincidencia es que la velocidad disminuye linealmente durante el proceso, siendo su valor medio la velocidad nominal.

f)



g) Para el diagrama de flectores, es preciso calcular las fuerzas que actúan sobre el eje del volante, en dirección perpendicular al radio. Se asume que el sentido de giro del cigüeñal es hacia la izquierda, y, por tanto, el sentido de giro del eje del volante es hacia la derecha.

- Fuerzas en el engranaje.



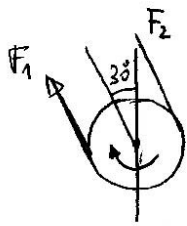
Vista desde A

$$(F \cos 20) r = T_{\text{cig}} r$$

$$(F \cos 20) \times \frac{8 \cdot 10^3 \times 20}{2} = 1700 \Rightarrow F = 23944 \text{ N}$$

$$F_H = F \cos 20 = 22500 \text{ N}; F_V = F \sin 20 = 8189'33 \text{ N}$$

- Fuerzas en la polea.



$$\begin{cases} (F_1 - F_2)r = T_{motor} \\ F_1 = 3F_2 \end{cases}$$

$$(3F_2 - F_2)0'16 = 50 \Rightarrow F_2 = 156'25 \text{ N}$$

Nota de la A

$$F_1 = 3 \times 156'25 = 468'75 \text{ N}$$

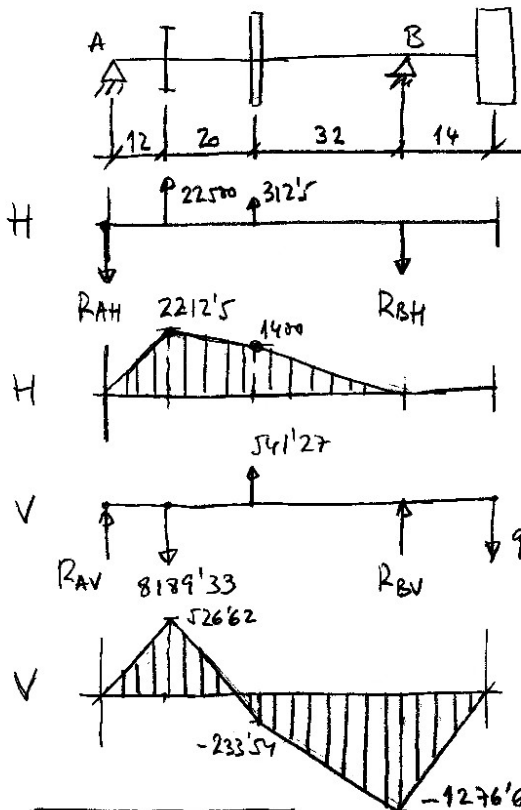
$$F = F_1 + F_2 = 468'75 + 156'25 = 625 \text{ N}$$

$$F_H = 625 \cos 30 = 537'5 \text{ N}; \quad F_V = 625 \sin 30 = 312'5 \text{ N}$$

- Peso del volante.

$$M = \rho \pi R^2 b = 7'89 \cdot 10^3 \pi \times 0'5^2 \times 0'15 = 929'52 \text{ kg}$$

$$F_v = Mg = 929'52 \times 9'81 = 9118'58 \text{ N}$$



$$22500 \times 12 + 312'5 \times 32 = R_{BH} \times 64$$

$$R_{BH} = 4375 \text{ N}$$

$$R_{AH} = 22500 + 312'5 - 4375$$

$$R_{AH} = 18437'5 \text{ N}$$

$$8189'33 \times 12 - 541'27 \times 32 + 9118'58 \times 78 = R_{BV} \times 64$$

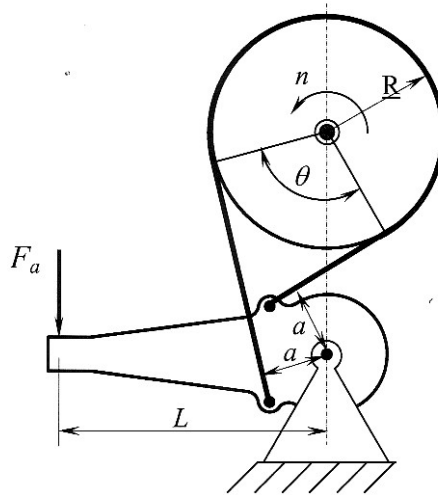
$$R_{BV} = 12378'13 \text{ N}$$

$$R_{AV} = 8189'33 - 541'27 + 9118'58 - 12378'13$$

$$R_{AV} = 4388'51 \text{ N}$$

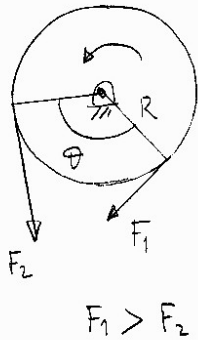
b) $\boxed{\text{Flector máximo} = \sqrt{2212'5^2 + 526'62^2} = 2274'31 \text{ Nm}} \quad \text{sección del eje}$

El freno de cinta de la figura, denominado freno universal, tiene las siguientes características: $a=100$ mm, $L=500$ mm, $R=400$ mm, $\theta=120^\circ$.



El coeficiente de rozamiento entre cinta y tambor es de 0.35, y el momento de inercia del eje a frenar es de $50 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$.

- Calcular la fuerza F_a que hay que aplicar para conseguir parar el eje en 5 segundos, si éste gira en el sentido indicado en la figura con velocidad angular $n=500$ rpm.
- Repetir el apartado anterior, cuando el eje gira en sentido contrario. Comentar el resultado.



a) lo primero será calcular cuál es el par necesario para parar el eje en 5 segundos. Como el par de frenado es constante, también lo será la deceleración angular que provocará, luego,

$$\omega_f = \omega_i - \alpha t \rightarrow 0 = 500 \frac{2\pi}{60} - \alpha \cdot 5$$

$$\alpha = 10'47 \text{ r/s}^2$$

Entonces, el par será,

$$T = I\alpha = 50 \times 10'47 = 523'6 \text{ Nm}$$

De la figura del freno, se pueden obtener las siguientes ecuaciones:

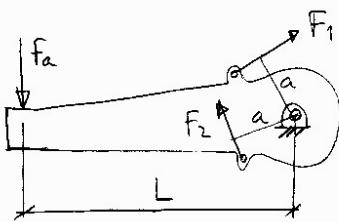
$$\begin{cases} T = (F_1 - F_2)R \\ F_1 = F_2 e^{\mu(2\pi - \theta)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 523'6 = (F_1 - F_2)0'4 & (1) \\ F_1 = F_2 e^{0'35(2\pi - \frac{2\pi}{3})} = 4'33 F_2 & (2) \end{cases}$$

Substituyendo (2) en (1),

$$523'6 = (4'33 F_2 - F_2) 0'4 \rightarrow F_2 = 393 \text{ N}$$

y volviendo a (2),

$$F_1 = 1702 \text{ N}$$



Suponiendo ahora el equilibrio de la palanca,

$$F_a L = (F_1 + F_2) a$$

de donde,

$$F_a = (F_1 + F_2) \frac{a}{L} = (1702 + 393) \frac{0'1}{0'5} = 419 \text{ N} = F_a$$

b) Si el freno gira en sentido contrario, F_1 y F_2 se intercambian, pero todas las ecuaciones siguen igual. Por lo tanto, la fuerza necesaria será la misma,

$$F_a = 419 \text{ N}$$

El motivo de que el freno proporcione la misma capacidad en cualquiera de los dos sentidos de giro del eje es que el brazo de palanca de las dos fuerzas F_1 y F_2 es la misma sobre la articulación del elemento de aplicación de la fuerza.