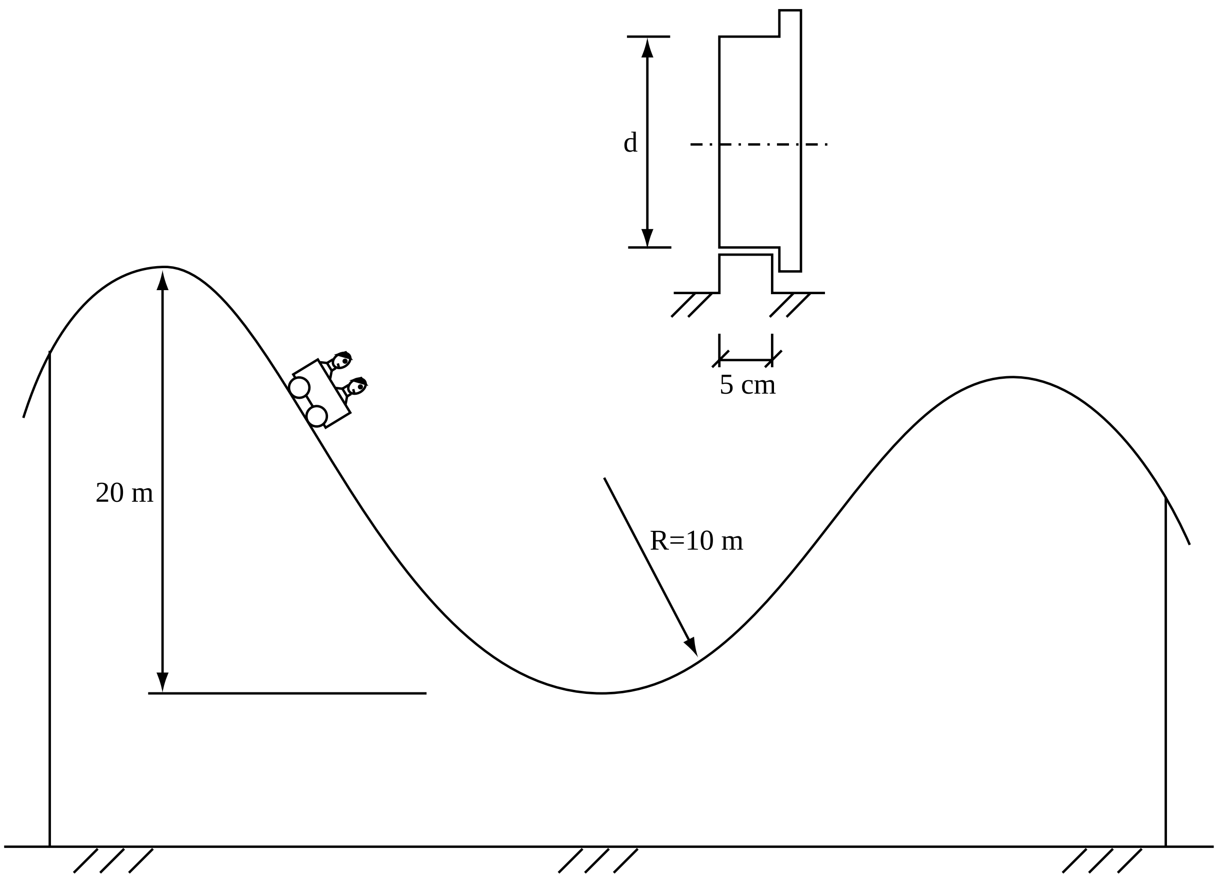
Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Septiembre 99

Nombre ..............................................................................................................

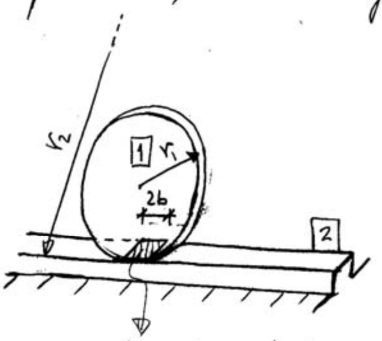
La figura muestra el tramo de una montaña rusa en el que se encuentra la mayor caída del recorrido, de 20 m de altura. El vagón inicia el descenso en la cumbre sin velocidad, y cae por efecto de la gravedad hasta alcanzar el valle, que tiene forma de arco de circunferencia de radio R=10 m, para posteriormente iniciar el ascenso a la cumbre siguiente.

Cada vagón tiene un peso de 200 Kg y transporta cuatro personas, estimándose un peso medio de 75 Kg por persona. Por otro lado, cada vagón se sustenta sobre cuatro ruedas iguales que ruedan sobre dos raíles de perfil rectangular y anchura 5 cm. En la figura se muestra el detalle del contacto rueda-carril, representándose también la pestaña que impide que el vagón se salga de la vía en dirección transversal, pero que no influye en el problema normal de contacto. Rueda y carril son del mismo tipo de acero, cuyas propiedades mecánicas son: módulo de elasticidad, $E=2.1\times10^6$ Kg/cm$^2$; módulo de Poisson, $\nu=0.3$; dureza Brinell, $H_B=100$.



Determinar:
a) El diámetro requerido de las ruedas, d, para que la presión máxima que se produce en las mismas durante el tramo descrito, no supere el límite de fatiga del material a presión superficial (este límite supone una vida de $10^8$ ciclos con esfuerzos de contacto repetidos).
b) La forma del área de contacto rueda-carril en el instante en que se produce la presión máxima entre ambos.

Estamos ante un caso de contacto entre dos cilindros de ejes paralelos, la rueda y el carril.




Area de contacto

El área de contacto será rectangular, de semilado,

$$b = \sqrt{\frac{4P(k_1+k_2)\, r_1 r_2}{r_1+r_2}}$$

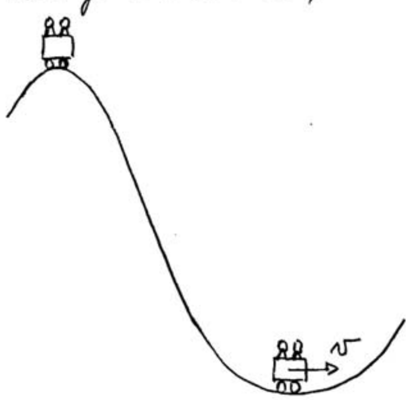
donde P es la carga normal por unidad de longitud, $k_1$ y $k_2$ son función de las propiedades de los materiales en contacto, y $r_1$, $r_2$ son los radios de los cilindros.

En este caso, dadas las curvaturas de las dos superficies en contacto, los signos de los radios de rueda y carril serán diferentes en el denominador: $r_1 + r_2 = 10 - 0'5\,d$

Vamos ahora a calcular los distintos términos de la raíz cuadrada.

$$k_1 = k_2 = \frac{1-\nu^2}{\pi E} = \frac{1-0'3^2}{\pi \times 2'1\cdot 10^6 \times \frac{9'81}{10^{-4}}} = 1'406\cdot 10^{-12}$$

P es la carga normal por unidad de longitud. Cuando P sea máxima, también lo será la presión en el contacto. El valor máximo de P se producirá cuando el vagón alcance el punto más bajo del valle, donde la velocidad será máxima.




Haciendo un balance de energía entre la cumbre y el punto más bajo del valle se tiene que,

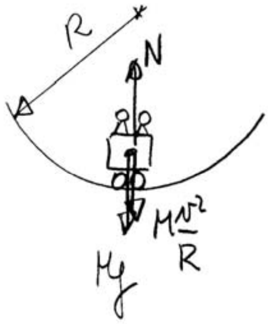
$$Mgh = \frac{1}{2} M v^2$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9'81 \times 20} =$$
$$= 19'809 \ m/s$$

es la velocidad con que el vagón llega abajo.

La masa total del sistema es,

$$M = 200 + 4 \times 75 = 500\ kg$$




En el punto inferior del valle el equilibrio de fuerzas es,

$$N = Mg + M\frac{v^2}{R} = 500 \times 9'81 + 500 \times \frac{19'809^2}{10}$$

$$\underline{N = 24524'8\ N}$$

Por tanto, la fuerza sobre cada rueda será, $N_{rueda} = \frac{N}{4} = 6131'2\ N$.

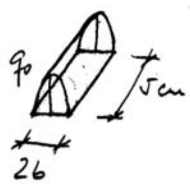
La carga por unidad de longitud en el contacto rueda-carril,

$$P = \frac{N_{rueda}}{ancho} = \frac{6131'2}{5 \cdot 10^{-2}} = 122624\ \frac{N}{m}$$

Sustituyendo todo en la expresión de b.

[Para simplificar los cálculos, se supone que $r_1 << 10$, y se aproxima el denominador por 10.]

$$b = \sqrt{\frac{4 \times 122624\,(2 \times 1'406 \cdot 10^{-12})\,10\,r_1}{10 - r_1}} \simeq 1'174 \cdot 10^{-3}\sqrt{r_1}$$




La presión máxima en el contacto es,

$$q_0 = \frac{2P}{\pi b} = \frac{2 \times 122624}{\pi \times 1'174 \cdot 10^{-3}\sqrt{r_1}} = \frac{66'495}{\sqrt{r_1}}\ MPa$$

El límite de fatiga del material a presión superficial,

$S_c = 2'76\,H_B - 70 = 2'76 \times 100 - 70 = 206\ MPa$, luego,

$$q_0 = S_c \Rightarrow \frac{66'495}{\sqrt{r_1}} = 206 \Rightarrow r_1 = 0'104\ m$$

[En efecto, se verifica que $r_1 << 10$]

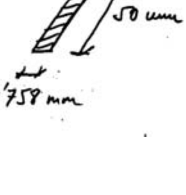
Entonces, el diámetro requerido para la rueda es,

$$d = 2r_1 = 2 \times 0'104 = 0'208\ m \Rightarrow \boxed{d = 20'8\ cm}$$

$$b = 1'174 \times 10^{-3}\sqrt{r_1} = 1'174 \times 10^{-3}\sqrt{0'104} = 3'79 \cdot 10^{-4}\,m = 0'379\ mm$$

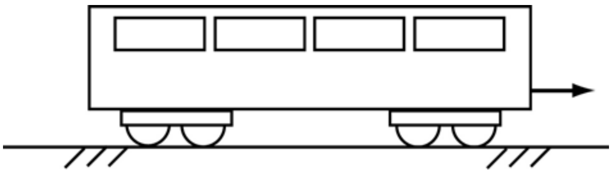
$2b = 0'758\ mm$

La forma del área de contacto es un rectángulo de $50 \times 0'758$ mm.



Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Diciembre 01
Nombre ...........................................................................................................

Se desean conocer las condiciones de contacto rueda-carril durante la marcha del vagón de ferrocarril que se muestra en la figura.



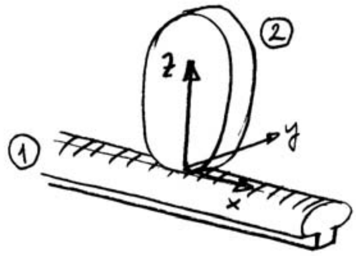
El vagón tiene un peso de 40 Tm, y se apoya en ocho ruedas cilíndricas iguales de 1 m de diámetro. El rail tiene sección en forma de hongo, con radio de curvatura de 40 cm en la zona de contacto con las ruedas. Tanto el rail como las ruedas son de acero, con módulo elástico de 21000 Kg/mm², y módulo de Poisson 1/4.

Para averiguar las condiciones de rodadura, se ha realizado el siguiente experimento. Se ha medido con exactitud la distancia recorrida por el vagón durante un cierto tiempo de su marcha, resultando ser de 12.193 Km. Por otro lado, mediante el uso de un sensor a bordo del vagón, se han contabilizado las vueltas que ha dado una de las ruedas, durante ese mismo tiempo del recorrido, y han sido 3879.21 vueltas.

Determinar:
a) Forma y dimensiones del área de contacto rueda-carril, aplicando la teoría de Hertz para el problema normal del contacto.
b) Fuerza de rozamiento que se produce entre la rueda y el rail, utilizando la teoría lineal de Kalker para el problema tangencial del contacto.
c) Sabiendo que el coeficiente de rozamiento entre rueda y rail es de 0.18, ¿qué porcentaje de la fuerza de rozamiento máxima alcanzable supone la fuerza de rozamiento entre rueda y rail calculada en el apartado anterior?

Nota: $G = \dfrac{E}{2(1+\nu)}$

a) Problema normal.




$$A = \frac{1}{2\rho_{1x}} + \frac{1}{2\rho_{2x}} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{2\times 0'5} = 1$$

$$B = \frac{1}{2\rho_{1y}} + \frac{1}{2\rho_{2y}} = \frac{1}{2\times 0'4} + \frac{1}{\infty} = 1'25$$

$$k_1 = k_2 = \frac{1-\nu^2}{\pi E} = \frac{1-0'25^2}{\pi\times 2'1\cdot 9'81\cdot 10^{10}} = 1'45\cdot 10^{-12}\ \frac{m^2}{N}$$

$$\cos\theta = \frac{B-A}{B+A} = \frac{1'25-1}{1'25+1} = \frac{0'25}{2'25} = 0'111 \Rightarrow \theta = 83'62^\circ$$

$\theta = 80^\circ \rightarrow m = 1'128,\ n = 0'893$

$\theta = 85^\circ \rightarrow m = 1'061,\ n = 0'944$

$\theta = 83'62^\circ \rightarrow m = 1'079,\ n = 0'930$

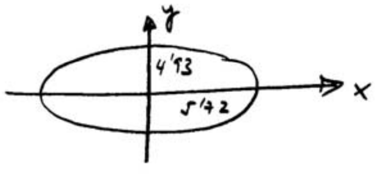
Carga por rueda

$$P = \frac{40000}{8} = 5000\ kg$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{3\pi P}{4}\cdot\frac{k_1+k_2}{A+B}} = \sqrt[3]{\frac{3\pi\times 5000\times 9'81}{4}\cdot\frac{2\times 1'45\cdot 10^{-12}}{1+1'25}} = 5'3\cdot 10^{-3}\ m$$

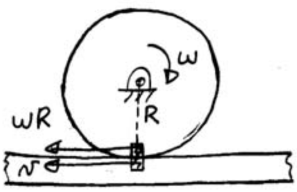
$$a = mr = 1'079\times 5'3\cdot 10^{-3} = 5'72\cdot 10^{-3}\ m = 5'72\ mm$$

$$b = nr = 0'930\times 5'3\cdot 10^{-3} = 4'93\cdot 10^{-3}\ m = 4'93\ mm$$




Por lo tanto, el área de contacto rueda-carril es una elipse de semiejes 5'72 y 4'93 mm.

b) El problema tangencial se puede expresar según la siguiente figura:




La velocidad de avance del vagón será,

$$v = \frac{12193}{t}$$

La velocidad de giro de la rueda,

$$\omega = \frac{3879'21 \times 2\pi}{t} \quad , \text{ luego, } \quad \omega R = \frac{3879'21 \times 2\pi \times 0'5}{t}$$

Entonces, $\omega R = \dfrac{12186'9}{t}$

El pseudodeslizamiento, $\xi = \dfrac{v - \omega R}{\dfrac{v + \omega R}{2}} =$

$$= \frac{12193 - 12186'9}{\dfrac{12193 + 12186'9}{2}} = 5 \cdot 10^{-4} = \xi$$

La fuerza de rozamiento según la teoría lineal de Kalker vale, $F = abGC_{11}\xi$, siendo,

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{21000}{2(1+0'25)} = 8400 \ kg/mm^2$$

$$g = \frac{b}{a} = \frac{4'93}{5'72} = 0'8619 \ ; \quad \left.\begin{array}{l} g = 0'8 \rightarrow C_{11} = 4'36 \\ g = 0'9 \rightarrow C_{11} = 4'22 \end{array}\right\}$$

$$g = 0'8619 \rightarrow C_{11} = 4'2733.$$

$$\boxed{F} = 5'72 \times 4'93 \cdot 10^{-6} \times 0'84 \cdot 10^{10} \times 9'81 \times 4'2733 \times 5 \cdot 10^{-4} = \boxed{4965 \ N}$$

c) La fuerza de rozamiento máxima alcanzable sería,

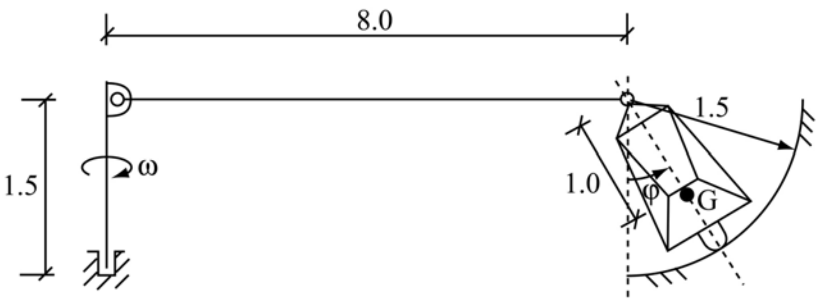
$$F_{máx} = \mu P = 0'18 \times 5000 \times 9'81 = 8829 \ N = F_{máx}$$

Entonces,

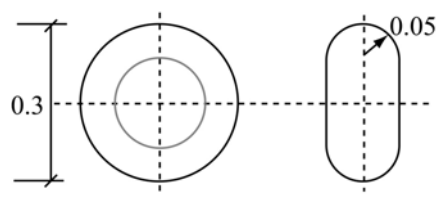
$$\frac{F}{F_{máx}} = \frac{4965}{8829} = 0'562 \Rightarrow \boxed{56'2\% \text{ de } F_{máx}}$$

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Septiembre 03
Nombre.................................................................................................

La figura, con medidas en m, muestra un simulador de aceleración de los utilizados para el entrenamiento de pilotos en el campo aeroespacial. El piloto sube en la cabina, llamada góndola, que, empujada por el brazo horizontal, da vueltas a velocidad cada vez mayor, inclinándose por efecto de la fuerza centrífuga, hasta que la aceleración centrípeta sobre el piloto alcanza el valor deseado. Usualmente, este tipo de dispositivos permite alcanzar una aceleración máxima de 15*g*.

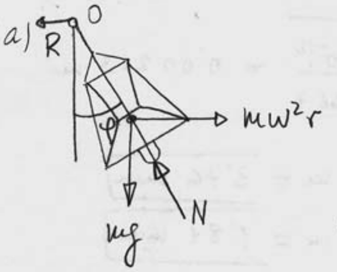



En este caso, la góndola con piloto a bordo posee una masa de 425 Kg (supóngase nula la masa de la barra horizontal de 8 m de longitud), y se apoya en la pista merced a dos ruedas en línea. La geometría de las ruedas se ilustra en la figura siguiente, también con medidas en m. Ruedas y pista son de acero, con módulo de Young $E=2.1\cdot10^{11}$ Pa, y módulo de Poisson $\nu=0.25$. Puede despreciarse el rozamiento entre ruedas y pista. El centro de masas del conjunto góndola-piloto se halla a 1 m por debajo del punto más alto de la góndola.




Cuando se alcanza la máxima aceleración de 15*g* en el centro de masas de la góndola, determinar:

a) Ángulo de inclinación $\varphi$, en grados, de la góndola.
b) Velocidad angular, en rpm, del brazo horizontal.
c) Carga que soporta cada rueda, en N.
d) Dimensiones de la elipse de contacto entre rueda y pista, en mm.
e) Presión máxima en el contacto rueda-pista, en MPa.
f) ¿Es aceptable la presión máxima? ¿Qué medidas podrían tomarse para reducirla, sin cambiar el material de ruedas y pista?

a) 


Si la aceleración centrípeta en G es 15 g,

$$15g = \omega^2 r \qquad (1)$$

Por otro lado, estableciendo el equilibrio de momentos en O,

$$mg \operatorname{sen}\varphi = m\omega^2 r \cos\varphi$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \underset{(1)}{\frac{\omega^2 r}{g}} = \frac{15g}{g} = 15 \Rightarrow \boxed{\varphi = 86'19^\circ}$$

b) El radio al que se encuentra el punto G es,

$$r = 8 + \operatorname{sen}\varphi = 8 + \operatorname{sen} 86'19^\circ = 8'9978 \text{ m}$$

$$(1) \rightarrow \omega^2 = \frac{15g}{r} = \frac{15 \times 9'81}{8'9978} = 16'354 \Rightarrow \omega = 4'044 \text{ r/s}$$

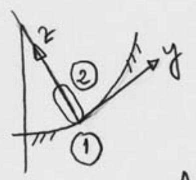
$$\omega = 4'044 \times \frac{60}{2\pi} = \boxed{38'6174 \text{ rpm} = \omega}$$

c) El equilibrio de fuerzas verticales sobre la góndola da,

$$mg = N\cos\varphi \Rightarrow N = \frac{mg}{\cos\varphi} = \frac{425 \times 9'81}{\cos 86'19^\circ} = 62744'5 \text{ N}$$

Como hay dos ruedas,

$$N_{rueda} = \frac{N}{2} = \frac{62744'5}{2} = \boxed{31372'25 \text{ N} = N_{rueda}}$$

d) 


$$\rho_{1x} \simeq 9'5^{(*)}; \quad \rho_{1y} = 1'5$$

$$\rho_{2x} = 0'15; \quad \rho_{2y} = 0'05$$

(*) Para $\varphi = 0^\circ$, $\rho_{1x} = \infty$.
Para $\varphi = 90^\circ$, $\rho_{1x} = 9'5$.
Como $\varphi$ muy cercano a $90^\circ$, la aprox. tomada es buena.

$$A = -\frac{1}{2\rho_{1x}} + \frac{1}{2\rho_{2x}} = -\frac{1}{2 \times 9'5} + \frac{1}{2 \times 0'15} = 3'281$$

$$B = -\frac{1}{2\rho_{1y}} + \frac{1}{2\rho_{2y}} = -\frac{1}{2 \times 1'5} + \frac{1}{2 \times 0'05} = 9'667$$

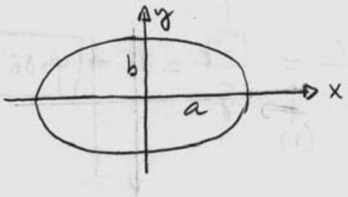
$$\cos\theta = \frac{B-A}{B+A} = \frac{9'667 - 3'281}{9'667 + 3'281} \simeq 0'5 \Rightarrow \theta = 60^\circ \left\langle \begin{array}{l} m = 1'486 \\ n = 0'717 \end{array} \right.$$

$$K_1 = K_2 = \frac{1-\nu^2}{\pi E} = \frac{1 - 0'25^2}{\pi \times 2'1 \cdot 10^{11}} = 1'421 \cdot 10^{-12} \text{ Pa}^{-1}$$

$$\sqrt[3]{\frac{3\pi P}{4}\cdot\frac{k_1+k_2}{A+B}} = \sqrt[3]{\frac{3\pi\times 31372'25}{4}\cdot\frac{2\times 1'421\cdot 10^{-12}}{3'281+9'667}} = 0'00253 \text{ m}$$

$$\boxed{a = m\sqrt[3]{\ }} = 1'486\times 0'00253 = 0'000376 \text{ m} = \boxed{3'76 \text{ mm}}$$

$$\boxed{b = n\sqrt[3]{\ }} = 0'717\times 0'00253 = 0'000181 \text{ m} = \boxed{1'81 \text{ mm}}$$




El eje mayor de la elipse de contacto se produce según el eje x, esto es, según la dirección de avance de la péndola.

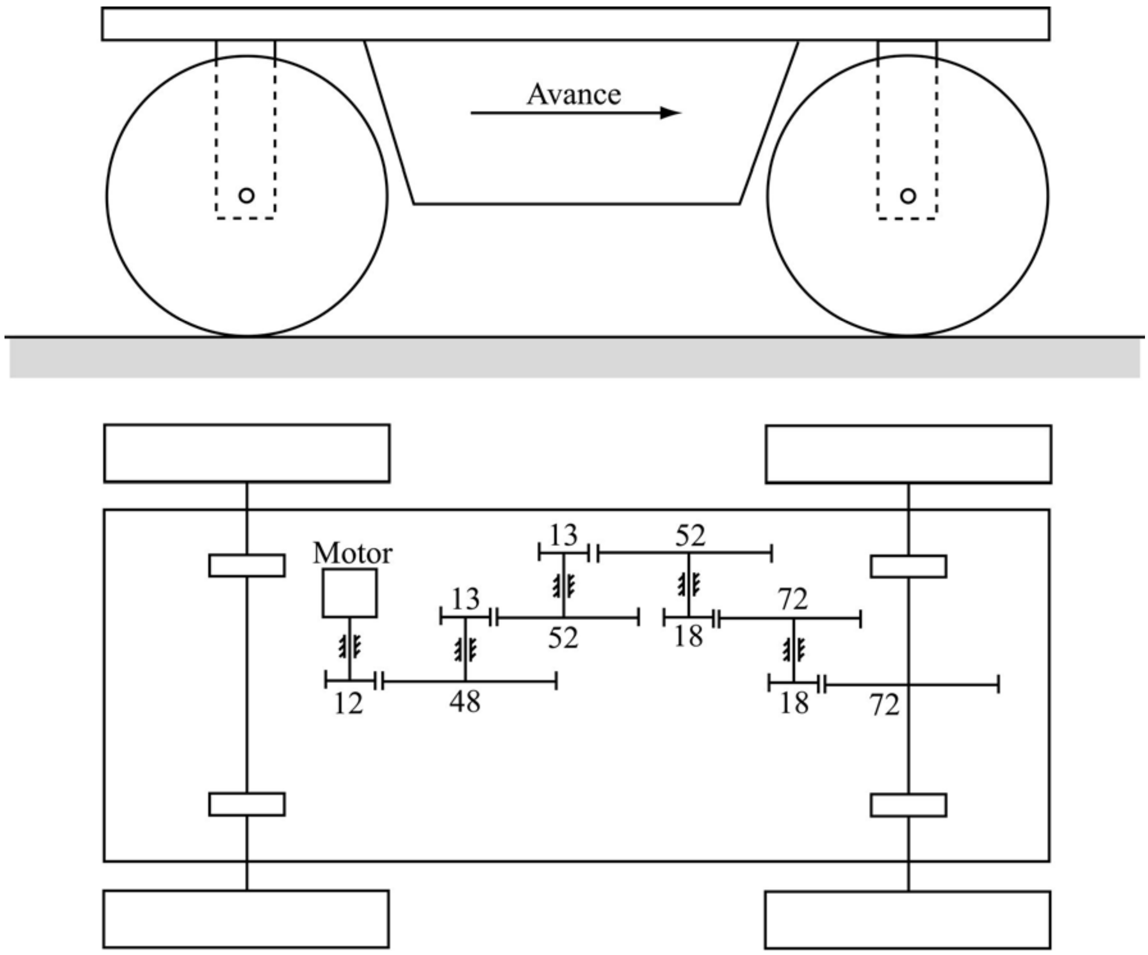
e) La presión máxima se produce en el centro de la elipse de contacto, y vale,

$$\boxed{q_0 = \frac{3}{2}\,\frac{P}{\pi ab}} = \frac{3}{2}\times\frac{31372'25}{\pi\times 3'76\cdot 10^{-3}\times 1'81\cdot 10^{-3}} = \boxed{2201 \text{ MPa}}$$

f) La presión obtenida parece muy elevada. Para reducirla, habría que modificar la geometría de las ruedas, haciendo mayores los radios de curvatura en el contacto, especialmente el correspondiente a $\rho_{2y}$.

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Febrero 07
Nombre.............................................................................................................

La figura muestra el alzado y la planta inferior de un prototipo para la práctica de arrastre de carga de Tecnología de Máquinas.




Si, durante la prueba, el motor gira a 8620 rpm, y proporciona un par de 23.96 g·cm. Determinar:

a) Velocidad de giro del eje de las ruedas tractoras (ruedas delanteras del vehículo), en rpm.

b) Par que actúa en el eje de las ruedas tractoras, en Nm, si el rendimiento en cada engrane es del 95%.

c) Velocidad de avance del vehículo, en cm/s, si se asume que las ruedas no deslizan sobre el suelo. El diámetro de las ruedas es 6 cm.

d) Carga mínima necesaria sobre cada rueda tractora, en N, para evitar el deslizamiento, si el coeficiente de rozamiento entre rueda y suelo es 0.8.

e) Carga que soporta cada apoyo del eje de las ruedas tractoras, en N (engranajes normales de módulo 0.5 mm y ángulo de presión 20º).
f) Presión máxima en el contacto entre eje y alojamiento, en MPa, sabiendo que ambos son del mismo acero, con módulo elástico 207 GPa, y módulo de Poisson 0.3. El diámetro del eje es 4 mm. El alojamiento posee un diámetro interior de 5 mm, y una longitud de 1 mm.
g) Indicar si es admisible la presión obtenida en el apartado anterior, sabiendo que el acero de eje y alojamiento tiene $S_u$=520 MPa, $S_y$=290 MPa, $H_B$=149, y proponer mejoras en el diseño si se considera oportuno.

a) $\frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{12\times 13\times 13\times 18\times 18}{48\times 52\times 52\times 72\times 72} = \frac{1}{4^5} \Rightarrow \frac{1}{1024}$

(todas las etapas producen reducción 4)

$\omega_s = \frac{\omega_e}{1024} = \frac{8620}{1024} = \boxed{8'42 \text{ rpm} = \omega_s}$

b) El motor da una potencia:

$\dot{W} = T_e\omega_e = (23'96\times 10^{-5}\times 9'81)\left(8620\,\frac{2\pi}{60}\right) = 2'122 \text{ w}$

Como el rendimiento de cada etapa de reducción (engranaje) es 0'95, y hay 5 etapas, la potencia que llega al eje delantero es:

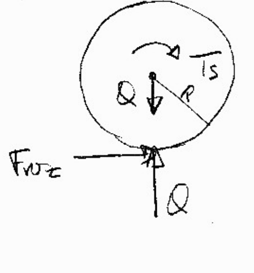
$\dot{W} = 0'95^5 \times 2'122 = 1'642 \text{ w} = T_s\omega_s$

$T_s = \frac{1'642}{8'42\,\frac{2\pi}{60}} = \boxed{1'86 \text{ Nm} = T_s}$

c) Conocida la velocidad de giro de las ruedas, si no hay deslizamiento entre ruedas y suelo, se cumplirá:

$v = \omega R = \left(8'42\,\frac{2\pi}{60}\right)\times 3 = \boxed{2'65\,\frac{\text{cm}}{\text{s}} = v}$

d)




El equilibrio de momentos da:

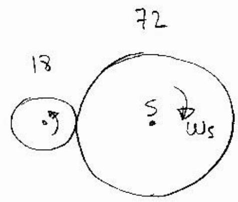
$T_s = F_{roz}R \rightarrow F_{roz} = \frac{T_s}{R} \leq \mu Q$

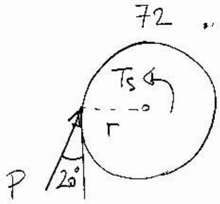
En el caso límite (mínima carga necesaria),

$Q = \frac{T_s}{\mu R} = \frac{1'86}{0'8\times 0'03} = 77'5 \text{ N}$

Pero esto es para las dos ruedas delanteras. La carga sobre cada rueda será la mitad: $\boxed{Q_{rueda} = \frac{77'5}{2} = 38'75 \text{ N}}$

e)



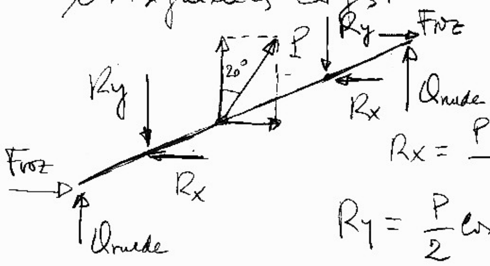




$$r = \frac{mz}{2} = \frac{0'5\times 72}{2} = 18\ mm$$

La carga sobre el eje de las ruedas delanteras debida a la transmisión por engranajes vale:

$$P\, r \cos\varphi = T_s \rightarrow P = \frac{T_s}{r\cos\varphi} = \frac{1'86}{0'018 \cos 20} = 110\ N$$

Entonces, el eje de las ruedas delanteras está sometido a las siguientes cargas:




Dada la simetría, se tendrá:

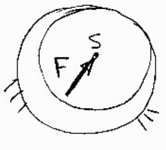
$$R_x = \frac{P \operatorname{sen}\varphi}{2} + F_{roz} = \frac{110 \operatorname{sen} 20}{2} + 0'8\times 38'75 = 49'8\ N$$

$$R_y = \frac{P}{2}\cos\varphi + Q_{rueda} = \frac{110}{2}\cos 20 + 38'75 = 90'5\ N$$

Por tanto, la carga sobre cada apoyo será:

$$F = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{49'8^2 + 90'5^2} = \boxed{103'3\ N = F}$$

f)




El semiancho de la zona de contacto valdrá:

$$b = \sqrt{\frac{4P(k_1+k_2)R_1R_2}{L(R_1-R_2)}} = \sqrt{\frac{4\times 103'3\times 2\times 1'4\cdot 10^{-12}\cdot 2\cdot 2'5\cdot 10^{-6}}{10^{-3}(2'5-2)\cdot 10^{-3}}} = 1'07\cdot 10^{-4}\, m = 0'107\ mm$$

$$k_1 = k_2 = \frac{1-\nu^2}{\pi E} = \frac{1-0'3^2}{\pi\times 207\cdot 10^9} = 1'4\cdot 10^{-12}$$

La presión máxima: $\boxed{q_0} = \frac{2P}{\pi b L} = \frac{2\times 103'3}{\pi\times 0'107\cdot 10^{-3}\times 10^{-3}}\times 10^{-6} = \boxed{615\ MPa}$

g) La presión es superior al límite de rotura, $q_0 > S_u$, luego es inadmisible. Se podría aumentar la longitud de los apoyos.