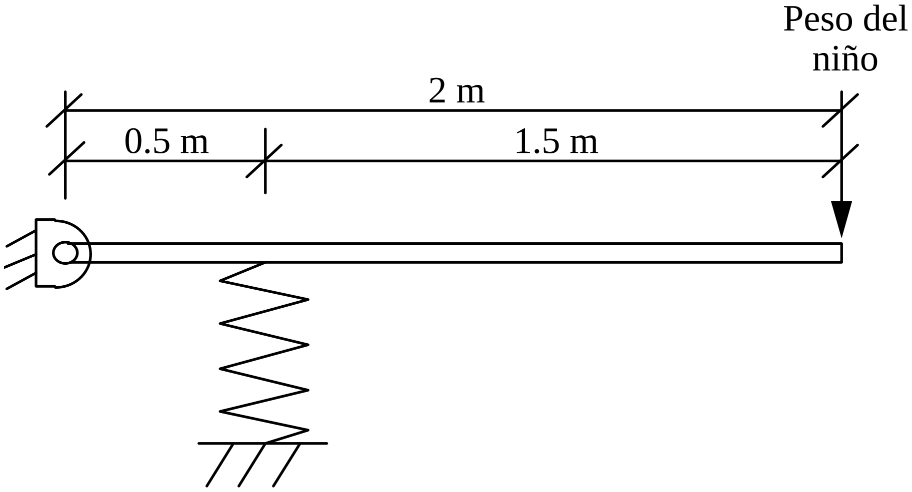
Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Febrero 96
Nombre ....

Xerardiño es un niño de cuatro años que vive con sus padres en una casa con jardín. Aunque ya ha empezado a ir al colegio, se aburre mucho cuando está de vacaciones. Emiliano, su padre, un ingenioso y emprendedor estudiante de tercer curso de Ingeniería Industrial, decide construir un pequeño balancín para su hijo. El dispositivo consistirá en una barra articulada en un extremo, con un resorte debajo, según se indica en la figura.



El padre quiere que el balancín pueda ser útil al niño hasta los ocho años. A este efecto, y para precisar el diseño, se hace con una tabla orientativa del peso y estatura de un niño común en esas edades.

Edad (años)	Peso (Kg)	Estatura (m)
4	20	1.20
6	25	1.30
8	30	1.40

Emiliano toma las siguientes decisiones para el diseño del balancín:
• La barra será de acero de densidad 7.89 Kg/dm^3, tendrá 2 m de longitud y una sección cuadrada de 3 cm de lado.
• La barra deberá encontrarse en posición horizontal cuando no haya nadie subido al balancín, siendo su altura sobre el suelo la mitad de la estatura de un niño de seis años. De esta forma, el niño podrá subirse solo al artefacto.

• El extremo de la barra no deberá llegar en ningún caso a menos de 30 cm sobre el suelo durante el balanceo (el caso más desfavorable será cuando Xerardiño tenga ocho años). A este efecto, se entiende que el niño sube en el balancín cuando éste se encuentra horizontal y cae por la acción de su peso sin velocidad inicial.

• El resorte será de un acero con módulo de elasticidad E=21000 Kg/mm^2, módulo de cortadura G=8050 Kg/mm^2, resistencia a la deformación permanente S_T=600 MPa y resistencia a fatiga repetida S_{FR}=500 MPa.

• El resorte tendrá un índice c=10 y los extremos serán escuadrados y rectificados.

Determinar:

a) Deformación del resorte cuando no hay nadie sobre el balancín, rigidez del resorte y longitud natural del mismo.

b) Diámetro del alambre y número total de espiras del resorte (aplíquese un 10% de margen en la altura sólida del resorte).

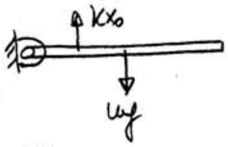
c) Coeficiente de seguridad del resorte a fatiga cuando el niño tenga ocho años.

d) Posibilidad de pandeo del resorte cuando el niño tenga ocho años.

a) Masa de la barra.

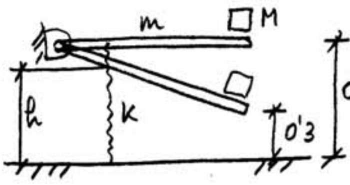
$$m = \rho h^2 l = 7'89 \cdot 10^3 \times 0'03^2 \times 2 = 14'2 \ \text{kg}$$

Cuando no hay nadie sobre el balancín debe cumplirse, tomando momentos en la articulación,



$$mg = 0'5\, k x_0 \Rightarrow x_0 = \frac{2mg}{k}$$

Es necesario calcular la rigidez del resorte. Balance de energías.



$$h = 0'75 \times 0'65 + 0'25 \times 0'3 = 0'5625 \ \text{m}$$

$$Mg\,0'65 + mg\,0'65 + \frac{1}{2} k x_0^2 =$$

$$= Mg\,0'3 + mg\,\frac{0'3+0'65}{2} + \frac{1}{2} k \left(x_0 + 0'65 - h\right)^2$$

$$30 \times 9'81 \times 0'65 + 14'2 \times 9'81 \times 0'65 + \frac{1}{2} k x_0^2 = 30 \times 9'81 \times 0'3 + 14'2 \times 9'81 \times 0'475 +$$
$$+ \frac{1}{2} k \left(x_0 + 0'0875\right)^2$$

$$281'84 + \frac{1}{2} k x_0^2 = 154'46 + \frac{1}{2} k (x_0 + 0'0875)^2$$

$$127'38 = \frac{1}{2} k\, 0'0875^2 + k x_0\, 0'0875$$

$$127'38 = 0'003828\, k + k\, \frac{2 \times 14'2 \times 9'81}{k}\, 0'0875 \Rightarrow \boxed{k = 26907 \ \frac{N}{m}}$$

La deformación inicial del muelle vale, por tanto,

$$x_0 = \frac{2mg}{k} = \frac{2 \times 14'2 \times 9'81}{26907} = \boxed{0'01 \ m = x_0}$$

Y la longitud natural, $l_0 = 65 + 1 = \boxed{66 \ cm = l_0}$

b) La rigidez del resorte vale,

$$k = \frac{G d^4}{8 D^3 N_a} = \frac{G d^4}{8 c^3 d^3 N_a} = \frac{G d}{8 c^3 N_a} \quad \text{con índice del resorte } c = \frac{D}{d} = 10.$$

$$26907 = \frac{8050 \times 9'81 \cdot 10^6\, d}{8 \cdot 10^3\, N_a} \Rightarrow \underline{2'7258 \times 10^{-3}\, N_a = d} \quad (1)$$

Además, hay que imponer la condición de que el resorte no se comprima hasta su altura sólida.

$$l_0 = N_t d + \xi\, \delta_{máx}$$

$$0'66 = (N_a + 2) d + 1'1\,(0'66 - 0'5625)$$

$$\underline{0'55275 = (N_a+2) d} \quad (2)$$

Entonces, entre las ecuaciones (1) y (2) se despejan d y N_a. En (2),

$$0'55275 = (N_a + 2)\, 2'7258 \cdot 10^{-3} N_a$$

$$N_a^2 + 2N_a - 202'7845 = 0$$

$$N_a = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 202'7845}}{2} = \boxed{13'28 \text{ espiras} = N_a}$$

$$N_t = N_a + 2 = 13'28 + 2 = \boxed{15'28 \text{ espiras} = N_t}$$

Volviendo a (1),

$$d = 2'7258 \cdot 10^{-3} N_a = 2'7258 \cdot 10^{-3} \times 13'28 = 0'036 \text{ m} = \boxed{36 \text{ mm} = d}$$

c) Veamos cuáles son las cargas máxima y mínima que soporta el resorte.

$$\underline{P_{máx}} = k\,\delta_{máx} = k(l_0 - l_1) = 26907 \times (0'66 - 0'5625) = \underline{2623 \text{ N}}$$

$$\underline{P_{mín}} = k\,\delta_{mín} = k\,x_0 = 26907 \times 0'01 = \underline{269 \text{ N}}$$

Entonces, las cargas media y alternada serán,

$$P_m = \frac{P_{máx} + P_{mín}}{2} = \frac{2623 + 269}{2} = \underline{1446 \text{ N} = P_m}$$

$$P_a = \frac{P_{máx} - P_{mín}}{2} = \frac{2623 - 269}{2} = \underline{1177 \text{ N} = P_a}$$

$$K_s = 1 + \frac{0'615}{C} = 1 + \frac{0'615}{10} = 1'0615 = K_s$$

$$K_W = \frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0'615}{C} = \frac{4\times10-1}{4\times10-4} + \frac{0'615}{10} = 1'1448 = K_W$$

Las tensiones media y alternada son,

$$\tau_m = K_s \frac{8 P_m D}{\pi d^3} = K_s \frac{8 P_m C}{\pi d^2} = 1'0615 \frac{8 \times 1446 \times 10}{\pi \times 0'036^2} = 30'16 \text{ MPa}$$

$$\tau_a = K_w \frac{8 P_a D}{\pi d^3} = K_w \frac{8 P_a C}{\pi d^2} = 1'1448 \frac{8 \times 1177 \times 10}{\pi \times 0'036^2} = 26'48 \text{ MPa}$$

Como $\tau_m > \tau_a$,

$$\frac{\tau_m - \tau_a}{S_T} + \frac{2\tau_a}{S_{FR}} = \frac{1}{C_S} \quad ; \quad \frac{30'16 - 26'48}{600} + \frac{2 \times 26'48}{500} = \frac{1}{C_S}$$

$$\boxed{C_S = 8'92}$$

d) La inercia geométrica equivalente del resorte a flexión es,

$$I_{eq} = \frac{l d^4}{64 N_a D \left(1 + \frac{\nu}{2}\right)} = \frac{0'036^4 l}{64 \times 13'28 \times 0'36 \left(1 + \frac{0'3}{2}\right)} = 4'7734 \cdot 10^{-9} l$$

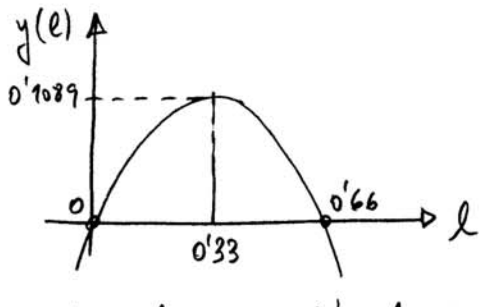
En cuanto a la carga crítica de pandeo, en este caso será,

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I_{eq}}{l^2} = \frac{\pi^2 \, 21000 \cdot 9'81 \cdot 10^6 \times 4'7734 \cdot 10^{-9} l}{l^2} = \frac{9705}{l}$$

$$P = K(l_0 - l) = 26907(0'66 - l)$$

El pandeo se producirá cuando $P > P_{cr}$, esto es,

$$26907(0'66 - l) > \frac{9705}{l} \quad ; \quad l(0'66 - l) > 0'3607$$



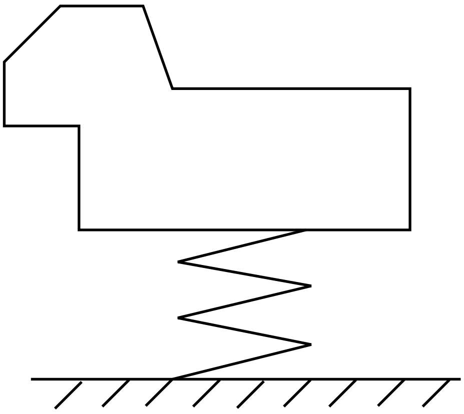
Llamando $y(l) = l(0'66 - l)$ se tiene la gráfica adjunta. Entonces, puede verse claramente que en ningún caso

$$y(l) > 0'3607$$

por lo que existe la seguridad de que NO habrá pandeo.

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Septiembre 98
Nombre ....

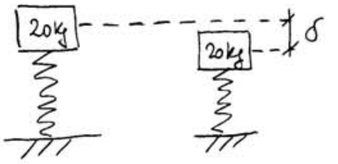
La figura muestra un dispositivo común en los parques infantiles públicos, consistente en un elemento rígido sobre el que monta el niño, y un resorte helicoidal que une el elemento rígido al suelo y da al conjunto la posibilidad de movimiento.



A efectos de carga se considera que, una vez subido el pequeño, puede dar botes arriba y abajo, apoyándose para ello en el elemento rígido. De esta forma se estima que cuando el niño se encuentra en el punto más alto, el resorte queda descargado, cayendo entonces súbitamente todo el peso del niño sobre el resorte, que se comprimirá hasta detener al niño en su descenso. El peso medio del usuario de este dispositivo viene a ser de 20 Kg.

a) Determinar el diámetro del alambre del resorte sabiendo que:
• El material a utilizar es acero A-232, con un módulo de Poisson de 0.3.
• El diámetro de la espira se ha establecido en 25 cm por motivos estéticos, y los extremos del resorte estarán escuadrados.
• La longitud natural del resorte será de 60 cm para permitir un fácil acceso a los niños. Además, la reducción de longitud que experimente bajo carga máxima ha de ser de un 10%.
• Se pretende proteger al resorte contra sobrecarga con un factor del 25%.
b) Calcular el coeficiente de seguridad de que se dispone en la resistencia a fatiga del resorte a vida infinita.
c) Estudiar la posible existencia de problemas de pandeo.

a) Veamos cuáles son las cargas máxima y mínima que sufre el resorte.



Niño arriba, resorte sin tensión

Niño abajo, resorte con compresión máxima

Un balance de energías entre ambas posiciones nos da,

$$20 \times 9'81\, \delta = \frac{1}{2} k \delta^2$$

$$\delta = \frac{2 \times 20 \times 9'81}{k} = \frac{392'4}{k} \quad (1)$$

Luego las cargas son: $P_{máx} = 392'4$ N , $P_{mín} = 0$

A cada carga le corresponde una longitud de resorte,

$P_{mín} = 0 \longrightarrow l_0 = 60$ cm $= 0'6$ m

$P_{máx} = 392'4$ N $\rightarrow l = l_0 - 0'1\, l_0 = 0'6 - 0'1 \times 0'6 = 0'54$ m.

Entonces, de la relación entre la carga máxima y la deformación correspondiente (6 cm) nos permite conocer la rigidez del resorte acudiendo a (1).

$$0'06 = \frac{392'4}{k} \longrightarrow k = \frac{392'4}{0'06} = 6540 \text{ Nm}$$

Ahora, conocida la longitud natural y la rigidez, se pueden establecer dos ecuaciones.

$l_0 = N_t d + (1+\xi)\, \delta_{máx}$, con $N_t = N_a + 1'5$ por extremos escuadrados y $\xi = 0'25$ es la protección contra la sobrecarga. Entonces,

$$0'6 = (N_a + 1'5)\, d + 1'25 \times 0'06 \longrightarrow 0'525 = (N_a + 1'5)\, d \quad (2)$$

$$k = \frac{G d^4}{8 D^3 N_a} = \frac{8'05 \cdot 10^3 \times 9'81 \cdot 10^6 d^4}{8 \times 0'25^3\, N_a} = 6540 \rightarrow N_a = 96'6 \cdot 10^6 d^4 \quad (3)$$

En las ecuaciones (2) y (3) tenemos dos incógnitas, el diámetro del alambre y el número de espiras activas. Introduciendo (3) en (2) queda,

$$96'6 \cdot 10^6 d^5 + 1'5\, d - 0'525 = 0$$

Vamos a resolver esta ecuación no lineal por el método iterativo de Newton. Llamaremos,

$$f(d) = 96'6 \cdot 10^6 d^5 + 1'5\, d - 0'525$$

$$f'(d) = 483 \cdot 10^6 d^4 + 1'5$$

El método de Newton nos dice que,

$$d_{i+1} = d_i - \frac{f(d_i)}{f'(d_i)}$$

Se recogen en una tabla los sucesivos valores:

d_i	d_{i+1}
2'5 cm	2'26 cm
2'26 cm	2'20 cm
2'20 cm	2'20 cm

Así pues, la solución es $\boxed{d = 22 \text{ mm}}$,

y volviendo a (3) se obtiene $\boxed{N_a = 22'63}$

Además, el índice del resorte será,

$$c = \frac{D}{d} = \frac{250}{22} = \underline{11'36 = c}$$

b) Para el cálculo de resistencia a fatiga tendremos,

$$\left\{\begin{array}{l} P_{máx} = 392'4 \text{ N} \\ P_{mín} = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} P_m = 196'2 \text{ N} \\ P_a = 196'2 \text{ N} \end{array}\right.$$

$$K_S = 1 + \frac{0'615}{c} = 1 + \frac{0'615}{11'36} = 1'0541$$

$$K_W = \frac{4c-1}{4c-4} + \frac{0'615}{c} = 1'1265$$

$$\tau_m = K_S \frac{8 P_m D}{\pi d^3} = 1'0541 \frac{8 \times 196'2 \times 0'25}{\pi \times 0'022^3} = 12'365 \text{ MPa}$$

$$\tau_a = K_W \frac{8 P_a D}{\pi d^3} = 1'1265 \frac{8 \times 196'2 \times 0'25}{\pi \times 0'022^3} = 13'214 \text{ MPa}$$

$$A232 \rightarrow S_T = 0'6\, S_R = 0'6 \frac{201}{d^{0'166}} = 0'6 \frac{201}{22^{0'166}} = 72'19 \frac{kf}{mm^2} = 708 \text{ MPa}$$

$$\rightarrow S_{FR} = \frac{55'7}{d^{0'15}} = \frac{55'7}{22^{0'15}} = 343 \text{ MPa}$$

Como $\tau_a > \tau_m \Rightarrow \dfrac{2\tau_a}{S_{FR}} = \dfrac{1}{C_S} \Rightarrow \dfrac{2 \times 13'214}{343} = \dfrac{1}{C_S}$

$$\boxed{C_S = 13}$$

c) Para el estudio del pandeo necesitamos la inercia geométrica equivalente del resorte a flexión.

$$I_{eq} = \frac{l d^4}{64 N_a D \left(1 + \frac{\nu}{2}\right)} = \frac{0'022^4 \, l}{64 \times 22'63 \times 0'25 \left(1 + \frac{0'3}{2}\right)} = 5'626 \cdot 10^{-10} \, l$$

Ahora, la carga crítica para el pandeo será,

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I_{eq}}{4 l^2} = \frac{\pi^2 \times 20'93 \cdot 10^3 \times 9'81 \cdot 10^6 \times 5'626 \cdot 10^{-10} \, l}{4 l^2} = \frac{285'02}{l}$$

El valor del módulo de elasticidad E se ha obtenido de,

$$E = 2G(1+\nu) = 2 \times 8'05 \cdot 10^3 (1 + 0'3) = 20'93 \cdot 10^3 \text{ kg/mm}^2$$

Entonces, la carga crítica depende de la longitud del resorte. La carga en el resorte vale,

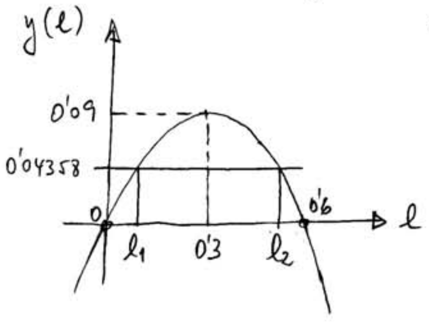
$$P = k(l_0 - l) = 6540 (0'6 - l)$$

luego tendremos pandeo si $P > P_{cr}$, es decir, si

$$6540 (0'6 - l) > \frac{285'02}{l}$$

$$l(0'6 - l) > 0'04358$$

Llamando $y(l) = l(0'6 - l)$ tenemos la siguiente situación.



Se trata por tanto de determinar l_1 y l_2. Entre ambas longitudes se producirá pandeo.

$$l(0'6 - l) = 0'04358$$

$$l^2 - 0'6 \, l + 0'04358 = 0$$

$$l = \frac{0'6 \pm \sqrt{0'36 - 4 \times 0'04358}}{2} \quad \begin{cases} l_1 = 0'0845 \\ l_2 = 0'5155 \end{cases}$$

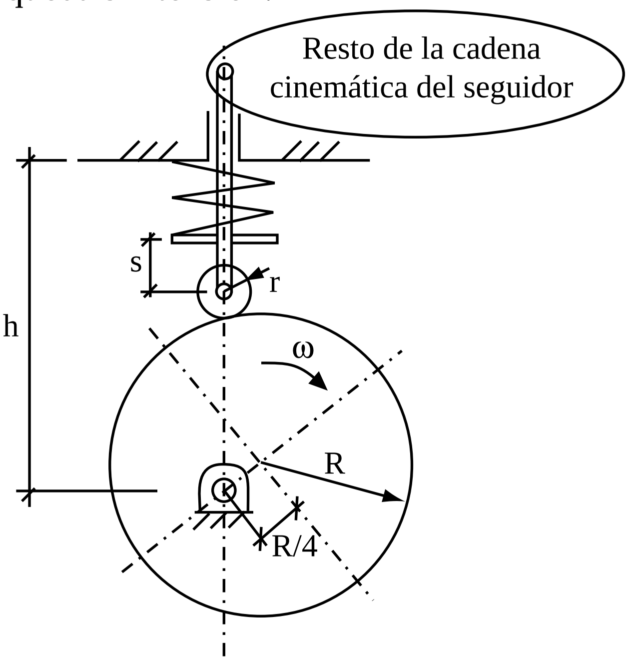
Dado que el resorte se va a mover en la zona $l = 0'54 \div 0'6$, no se mete en la franja de pandeo. Por tanto, la conclusión es que NO habrá problemas de pandeo.

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Febrero 00

Nombre ....

La figura muestra una leva de disco con seguidor de traslación, radial, de rodillo. La leva es un círculo de radio R=20 mm, articulado al elemento fijo a una distancia R/4 de su centro. El rodillo posee un radio r=2.5 mm. Durante el funcionamiento del sistema, la leva gira con una velocidad angular ω constante de 3000 rpm. La inercia del seguidor y toda la cadena cinemática unida a él es equivalente a considerar una masa puntual en el seguidor de 0.5 Kg.

Para evitar que leva y seguidor se separen, se ha dispuesto un resorte helicoidal a compresión de acero ASTM A-230, con índice de resorte c=6 y extremos escuadrados. La distancia entre la articulación de la leva y el anclaje al elemento fijo del extremo superior del resorte es h=60 mm. En la posición más baja del seguidor, el muelle queda sin tensión.



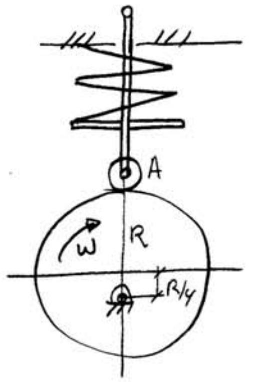
Determinar:

a) Valor mínimo necesario de rigidez del resorte (en Kg/mm) para evitar que leva y seguidor se separen.

b) Diámetro del alambre (en mm), diámetro de espira (en mm) y número total de espiras, para lograr un coeficiente de seguridad unidad en la resistencia del resorte a fatiga (vida infinita).

c) Longitud natural del resorte (en mm) si se desea una protección contra sobrecarga del 10%, y distancia s (en mm) entre el centro del rodillo y el elemento unido al seguidor donde se conecta el extremo inferior del resorte.

a) La posición más crítica para que leva y seguidor se separen es cuando el seguidor alcanza el punto más alto.



Llamando A al centro del seguidor, se tiene que su velocidad en esa posición es,

$$\underset{|\,?}{v_A} = \underset{\xrightarrow{\left(\frac{5R}{4}+r\right)\omega}}{v_a} + \underset{\overline{\;?\;}}{v_r} \quad \text{(con la leva)}$$

$$v_A = 0 \;;\; v_r = \left(\frac{5R}{4}+r\right)\omega \leftarrow$$

En cuanto a la aceleración,

$$\underset{|\,?}{a_A} = \underbrace{a_a}_{\left(\frac{5R}{4}+r\right)\omega^2\downarrow} + \underbrace{a_r}_{\frac{v_r^2}{R+r} = \frac{\left(\frac{5R}{4}+r\right)^2\omega^2}{R+r}\downarrow} + \underbrace{a_{cor}}_{2\left(\frac{5R}{4}+r\right)\omega^2\uparrow} \quad \text{(con la leva)}$$

$$a_A = \left(\frac{5R}{4}+r\right)\omega^2 - \frac{\left(\frac{5R}{4}+r\right)^2}{R+r}\omega^2 \uparrow =$$

$$= \left[\left(\frac{5\times 20}{4}+2'5\right) - \frac{\left(\frac{5\times 20}{4}+2'5\right)^2}{22'5}\right]\left[\frac{3000\times 2\pi}{60}\right]^2\times 10^{-3} = 603'14 \; m/s^2$$

Si ahora se estudia la dinámica del seguidor en esa posición,

$$N - F_K = m\,a_A$$

El valor mínimo de rigidez necesario será aquel para el que $N=0$ en la posición más crítica. Entonces,

$$-F_K = m\,a_A \Rightarrow F_K = 0'5\times 603'14 = 301'57 \text{ Newtons}$$

El recorrido del seguidor es $2\times\frac{R}{4} = 2\times\frac{20}{4} = 10$ mm. Dado que en la posición más baja el enunciado dice que el resorte está sin tensión, ello implica que en la posición más alta sufre una deformación de 10 mm. Así,

$$F_K = K\delta \Rightarrow 301'57 = K \times 0'01 \Rightarrow K = 30157 \,\frac{N}{m}$$

y en kg/mm, $\quad K = 30157 \frac{1/9'81}{10^3} \Rightarrow \boxed{K = 3'074 \ kg/mm}$

b) La carga del resorte durante el funcionamiento va a oscilar entre $F_K = 0 \div 301'57$ Newtons. Entonces, $P_m = P_a = \frac{F_K}{2} = 150'785 \, N$

Como $P_m = P_a$, la tensión alternada va a superar a la media, ya que la primera lleva el factor K_W y la segunda el K_s, cumpliéndose que $K_W > K_s$. Por tanto, si $\tau_a > \tau_m$,

$$\frac{1}{C_s} = \frac{2\tau_a}{S_{FR}} = \frac{2 \times K_W \frac{8 P_a C}{\pi d^2}}{\frac{55'7}{d^{0'15}}} = \frac{2 \times 1'2525 \ \frac{8 \times 150'785/9'81 \times 6}{\pi d^2}}{\frac{55'7}{d^{0'15}}} = 1$$

ya que $C_s = 1$ y $K_W = \frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0'615}{C} = \frac{4\times 6-1}{4\times 6-4} + \frac{0'615}{6} = 1'2525$.

Entonces, $\boxed{d = 3'58 \ mm}$; $D = Cd = 6 \times 3'58 \Rightarrow \boxed{D = 21'48 \ mm}$

De la expresión de la rigidez,

$$K = \frac{Gd}{8C^3 N_a} = \frac{8'05 \cdot 10^3 \times 3'58}{8 \times 6^3 \times N_a} = 3'074 \rightarrow N_a = 5'42 \text{ espiras}$$

Como los extremos están escuadrados, el número de espiras total es, $\quad N_t = N_a + 1'5 = 5'42 + 1'5 \Rightarrow \boxed{N_t = 6'92 \text{ espiras}}$

c) La longitud natural será,

$$l_0 = N_t d + (1+\xi)\,\delta_{max} = 6'92 \times 3'58 + (1+0'1)10 \Rightarrow \boxed{l_0 = 35'77 \ mm}$$

Ha de cumplirse la siguiente relación de distancias,

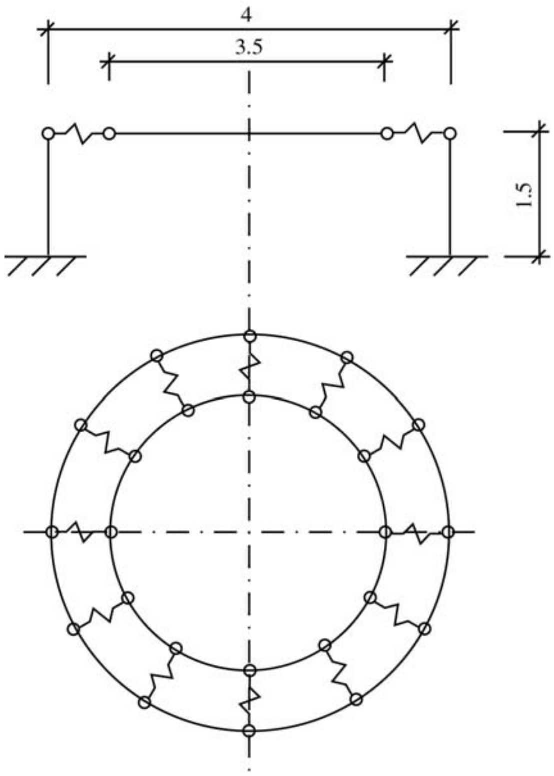
$$l_1 = \frac{5R}{4} + r + s + (l_0 - \delta_{max}) = \frac{5 \times 20}{4} + 2'5 + s + (35'77 - 10) = 60$$

luego $\boxed{s = 6'73 \ mm}$

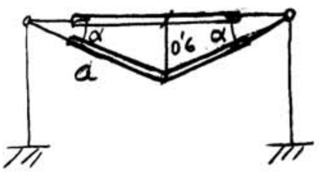
Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Febrero 01
Nombre ....

La figura muestra una cama elástica circular con las dimensiones en metros. La tela, que se considera inextensible, va unida al bastidor por un cierto número de resortes helicoidales de tracción pretensados. Los requerimientos de seguridad obligan a que el punto central de la tela, al hundirse bajo la acción del gimnasta, no quede nunca a menos de 0.9 m sobre el suelo. El diseño se va a realizar para un saltador estándar, de 70 Kg de peso, cuyo apoyo sobre la tela puede ser supuesto puntual. En el salto máximo alcanzado hasta la fecha, los pies del saltador se situaron a 2 m sobre la horizontal de la tela sin deformar.

Las características de los resortes a utilizar son las siguientes: módulo de cortadura, G=8050 Kg/mm^2; resistencia a deformación permanente, S_T=70 Kg/mm^2; resistencia a fatiga repetida, S_{FR}=40 Kg/mm^2; diámetro del alambre, d=4 mm; índice de resorte, c=10; además, el diámetro de los ganchos se hará igual al diámetro de las espiras.



a) Determinar el número de resortes y la carga de pretensado necesaria para obtener un coeficiente de seguridad de 1.25 a vida infinita en el alambre de las espiras.
b) Calcular la tensión normal máxima que sufren los ganchos de los resortes y estimar si podrán soportarla.



En base a la información del enunciado, se puede dibujar la situación de máxima deformación de los resortes.

$$tg\,\alpha = \frac{0'6}{2} = 0'3 \Rightarrow \alpha = 16'7^\circ$$

$$\cos\alpha = \frac{2}{a} \Rightarrow a = \frac{2}{\cos 16'7} = 2'088 \text{ m}$$

La longitud máxima que alcanzan los resortes es,

$$l_{máx} = 2'088 - 1'75 = 0'338 \text{ m}$$

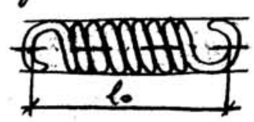
y la longitud natural, $\underline{l_o = 0'25 \text{ m}}$, luego el máximo alargamiento vale,

$$\delta_{máx} = l_{máx} - l_o = 0'338 - 0'25 = \underline{0'088 \text{ m} = \delta_{máx}}$$

El diámetro de las espiras, $D = cd = 10 \times 4 = \underline{40 \text{ mm} = D}$

Cuando el resorte está sin carga, las espiras se tocan, luego se ha de cumplir,

$$l_o = Nd + 2\phi$$



donde ϕ es el diámetro de los ganchos, que se nos dice es igual al de las espiras.

Entonces, $l_o = Nd + 2D \Rightarrow 250 = N \times 4 + 2 \times 40$

$$\underline{N = 42'5 \text{ espiras}}$$

La rigidez de cada resorte es,

$$k = \frac{Gd^4}{8D^3N} = \frac{8050 \times 4^4}{8 \times 40^3 \times 42'5} = \underline{0'0947 \text{ kg/mm} = k}$$

La carga sobre cada resorte variará entre 0 y $P_{máx}$. Por tanto,

$P_m = P_a = \frac{P_{máx}}{2}$. Como, $\tau_m = K_s \frac{8P_mD}{\pi d^3}$; $\tau_a = K_W \frac{8P_aD}{\pi d^3}$

y $K_W > K_s$, tenemos que en este caso se cumplirá $\tau_m < \tau_a$, de forma que la ecuación para fatiga será, $\frac{2\tau_a}{S_{FR}} = \frac{1}{G}$.

Nota: en realidad $P = P_o + P_{máx}$ con P_o precarga. Al suponer $P = 0 + P_{máx}$ estamos del lado de la seguridad. Se podría resolver el problema con $P = P_o + P_{máx}$, acudiendo a la Tabla 10-1 de Shigley para establecer P_o.

$$K_w = \frac{4c-1}{4c-4} + \frac{0'615}{c} = \frac{4\times10-1}{4\times10-4} + \frac{0'615}{10} = 1'1448$$

$$\tau_a = K_w \frac{8 P_a D}{\pi d^3} = 1'1448 \frac{8 \frac{P_{máx}}{2} 40}{\pi \times 4^3} = 0'911 P_{máx}$$

$$\frac{2\tau_a}{S_{FR}} = \frac{1}{C_S} \Rightarrow \frac{2\times 0'911 P_{máx}}{40} = \frac{1}{1'25} \Rightarrow \underline{P_{máx} = 17'56\ kg}$$

Ahora, haciendo un balance energético,

$$mg\Delta h = n\left(P_0\delta_{máx} + \frac{1}{2} K\delta_{máx}^2\right)$$

$$70\times 2600 = n\left(P_0\times 88 + 0'5\times 0'0947\times 88^2\right)$$

$$\frac{2068'2}{n} = P_0 + 4'1668 \Rightarrow P_0 = \frac{2068'2}{n} - 4'1668 \quad (*)$$

donde P_0 es la carga de pretensado de los muelles y n es el número de muelles.

La carga máxima en cada resorte es,

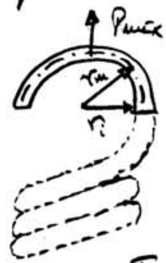
$$P_{máx} = P_0 + K\delta_{máx} = \frac{2068'2}{n} - 4'1668 + 0'0947\times 88 =$$

$$= \frac{2068'2}{n} + 4'1668 = 17'56 \Rightarrow \boxed{n = 155 \text{ resortes}}$$

Y volviendo a (*), $P_0 = \frac{2068'2}{155} - 4'1668 = \boxed{9'176\ kg = P_0}$

Veamos si caben los resortes en la periferia de la tela.

$\frac{\text{Perímetro tela}}{\text{resorte}} = \frac{\pi\times 3500}{155} = 71$ mm. Como cada resorte tiene un diámetro máximo de $D+d = 40+4 = 44$ mm no hay problema de espacio.



Tensión normal máxima en el gancho,

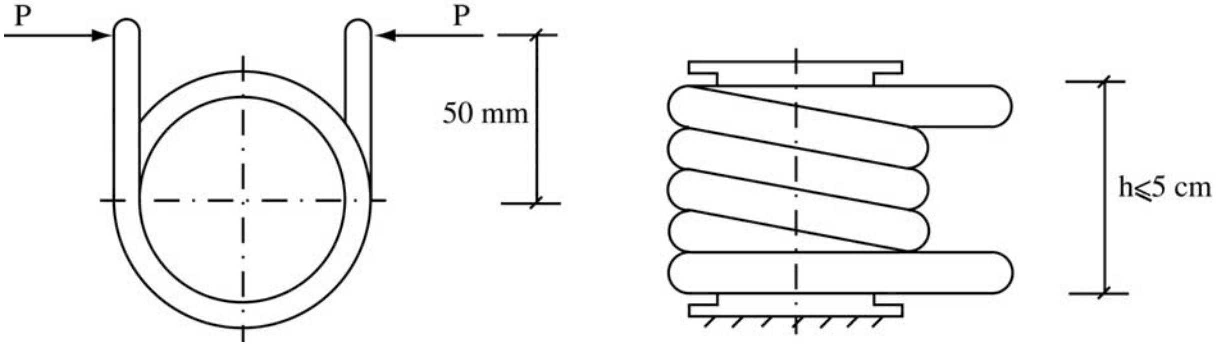
$$\sigma = \frac{32 P_{máx} r_m}{\pi d^3}K + \frac{4P_{máx}}{\pi d^2}; \quad K = \frac{r_m}{r_i} = \frac{20}{18} = 1'11$$

$$\sigma = \frac{32\times17'56\times20}{\pi\times4^3}1'11 + \frac{4\times17'56}{\pi\times4^2} = 63'44\ kg/mm^2$$

$$\sigma_{adm} = \sqrt{3}\, S_T = \sqrt{3}\times70 = 121'24\ kg/mm^2; \quad \boxed{C_S = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma} = \frac{121'24}{63'44} = 1'91}$$

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Septiembre 02
Nombre ....

La figura muestra un resorte de torsión que se va a fabricar en acero estirado en frío, con resistencia última S_u=300 MPa y límite de fluencia S_y=240 MPa. El módulo de elasticidad del material es E=21000 Kg/mm^2.



Se pretende diseñar el resorte con un índice c=6, una altura no superior a 5 cm, y de manera que el máximo ángulo entre extremos no exceda los 6º. Además, hay que lograr el máximo coeficiente de seguridad posible para fatiga a vida infinita, buscando a la vez el mínimo diámetro exterior de espira por motivos de espacio.

Determinar, sabiendo que la carga que va a soportar el resorte es P=50 ± 25 Kg,
a) Variables de diseño del resorte: diámetro de alambre, diámetro de espiras y número de espiras.
b) Coeficiente de seguridad obtenido para fatiga a vida infinita.

a) El momento de flexión máximo que habrá de soportar el resorte será,

$$M_{máx} = P_{máx} \times 50 \cdot 10^{-3} = 75 \cdot 9'81 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 36'7875 \text{ Nm}$$

La rigidez del resorte,

$$k = \frac{M_{máx}}{\theta_{máx}} = \frac{36'7875}{6 \times \frac{2\pi}{360}} = 351'29 \text{ N/m}$$

$$k = \frac{Ed^4}{64 DN} = \frac{Ed^3}{64 e N}$$

$$351'29 = \frac{21000 \cdot 9'81 \cdot 10^6 \times d^3}{64 \times 6 \times N} \Rightarrow d^3 = 6'548 \cdot 10^{-7} N \quad (1)$$

Por otro lado, la altura máxima,

$$h = Nd \Rightarrow d = \frac{5 \cdot 10^{-2}}{N} \quad (2)$$

Combinando (1) y (2) se tiene,

$$6'548 \cdot 10^{-7} N = \left(\frac{5 \cdot 10^{-2}}{N}\right)^3 \Rightarrow N = 3'717 \text{ espiras}$$

Dado que, según la forma de resorte que se desea, ha de tener $(n + \frac{1}{2})$ espiras, con n entero, se puede tomar el valor más próximo por debajo : $\boxed{N = 3'5 \text{ espiras}}$

Si se cogiera el valor más próximo por encima, el diámetro de alambre disminuiría, ya que se tiene que cumplir la relación (2), y ello conllevaría una rigidez inferior, con lo que se sobrepasaría el límite de 6° de giro.

De (2), $d = \frac{5 \cdot 10^{-2}}{3'5} \times 10^3 = 14'3 \text{ mm} \simeq \boxed{14 \text{ mm} = d}$

$$k = \frac{21000 \times 9'81 \cdot 10^6 \times (14 \cdot 10^{-3})^3}{64 \times 6 \times 3'5} = 420'6 \text{ N/m} > 351'29 \text{ N/m}$$

luego el ángulo entre extremos estará por debajo de 6°.

$D = c \times d = 6 \times 14 = \boxed{84 \text{ mm} = D}$

b) La fatiga habrá de ser crítica en los puntos sometidos a tracción, esto es, en el diámetro exterior del alambre.

$$K_o = \frac{4C^2 + C - 1}{4C(C+1)} = \frac{4 \times 6^2 + 6 - 1}{4 \times 6 (6+1)} = 0'887$$

$$\sigma_m = K_o \frac{32 M_m}{\pi d^3} = 0'887 \frac{32 \times 50 \times 9'81 \times 50 \times 10^{-3}}{\pi \cdot (14 \cdot 10^{-3})^3} = 80'75 \text{ MPa}$$

$$\sigma_a = \frac{1}{2} \sigma_m = 40'375 \text{ MPa}$$

$$S_e = 0'5 \, S_u = 0'5 \times 300 = 150 \text{ MPa}$$

Los factores k_a (estirado en frío) y k_b (flexión alternada) se podrían añadir, pero van a ser poco significativos.

$$\frac{\sigma_m}{S_u} + \frac{\sigma_a}{S_e} = \frac{1}{\varsigma} \Rightarrow \frac{80'75}{300} + \frac{40'375}{150} = \frac{1}{\varsigma}$$

$$\cancel{\boxed{\varsigma = 1'85}}$$

Para la comprobación de fallo por fluencia, habrá que mirar a los puntos más cargados a compresión, esto es, al diámetro interior.

$$K_i = \frac{4C^2 - C - 1}{4C(C-1)} = \frac{4 \times 6^2 - 6 - 1}{4 \times 6 (6-1)} = 1'142$$

$$\sigma = K_i \frac{32 M}{\pi d^3} = 1'142 \frac{32 \times 75 \times 9'81 \times 50 \times 10^{-3}}{\pi (14 \cdot 10^{-3})^3} = 156 \text{ MPa}$$

$$C_s = \frac{S_y}{\sigma} = \frac{170}{156} = \boxed{1'08 = C_s}$$

Este es el coef. de seguridad ya que es más restrictivo que el de fatiga.

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Septiembre 03
Nombre..

La pinza que se adjunta está compuesta de un resorte de torsión de acero y dos piezas simétricas de madera.

Se sabe que el módulo elástico del acero de que está hecho el resorte es E=2.07·10^{11} Pa.
a) Determinar el diámetro del alambre, diámetro de espira y número de espiras.
b) Calcular la rigidez angular del resorte.
c) Obtener la fuerza mínima que habrá que ejercer en los extremos de la pinza para iniciar su apertura.
d) Calcular la fuerza que habrá que realizar en los extremos de la pinza para conseguir su máxima apertura.

Se desea estudiar el comportamiento a fatiga de las piezas de madera. Se entiende que un ciclo de carga consiste en, comenzando con la pinza cerrada, aplicar fuerza en los extremos hasta lograr la máxima apertura de la misma, y liberar finalmente la fuerza para retornar a la situación de pinza cerrada.
e) ¿Cuál será el punto más crítico a fatiga de las piezas de madera?
f) ¿A qué momentos de flexión máximo y mínimo estará sometido dicho punto?
g) Si la madera de que están hechas las pinzas tiene un límite de rotura de 20 MPa, un límite de fluencia de 15 MPa, y un límite de fatiga (sin tener en cuenta efectos de concentración de tensiones) de 6 MPa, calcular el coeficiente de seguridad de que se dispone a vida infinita.

Nota: se adjunta pinza real y regla impresa en el papel.

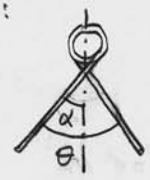
a) Estos parámetros se determinan por simple medición.

$\underline{d = 1\ mm}$; $\underline{D = 4\ mm}$;

$$\left.\begin{array}{l} N_b = 6 + 2 \times \dfrac{110}{360} = 6'61 \\ N_e = \dfrac{2l}{3\pi D} = \dfrac{2 \times 15'5}{3\pi \times 4} = 0'82 \end{array}\right\} N = N_b + N_e = 6'61 + 0'82 = \boxed{7'43 = N}$$

b) $$\boxed{k = \frac{E d^4}{64 D N} = \frac{2'07 \cdot 10^{11} \times (10^{-3})^4}{64\,(4 \times 10^{-3})\, 7'43} = 0'1088\ Nm/rad}$$

c) Si se desmonta la pinza, se observa que el ángulo que forman los extremos del resorte de torsión cuando éste se halla descargado es:



$$\operatorname{sen}\alpha_0 = \frac{3'75}{15'5} = 0'2419 \Rightarrow \alpha_0 = 14°$$

$$\theta_0 = 2\alpha_0 = 2 \times 14 = 28°$$

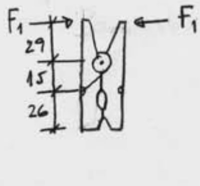
Cuando la pinza está montada, dicho ángulo es,

$$\operatorname{sen}\alpha_1 = \frac{5}{15'5} = 0'3226 \Rightarrow \alpha_1 = 18'82°$$

$$\theta_1 = 2\alpha_1 = 2 \times 18'82° = 37'64°$$

Entonces, con la pinza montada, el resorte ejerce un momento,

$$M_1 = k(\theta_1 - \theta_0) = 0'1088\,(37'64 - 28)\frac{\pi}{180} = 0'0183\ Nm$$



La fuerza para iniciar la apertura de la pinza es,

$$F_1 \times 29 \cdot 10^{-3} = M_1 = 0'0183$$

$$\boxed{F_1 = 0'6310\ N}$$

d) Cuando la pinza está totalmente abierta, el ángulo es,

$$\operatorname{sen}\beta = \frac{5}{30} = 0'1667 \Rightarrow \beta = 9'59°$$

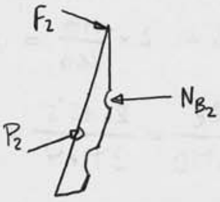
$$\alpha_2 = \alpha_1 + \beta = 18'82° + 9'59 = 28'41°$$

$$\theta_2 = 2\alpha_2 = 2 \times 28'41 = 56'82°$$

Entonces, el momento que ejerce el resorte es,

$$M_2 = k(\theta_2 - \theta_0) = 0'1088\,(56'82 - 28)\,\frac{\pi}{180} = 0'0547 \text{ Nm}$$

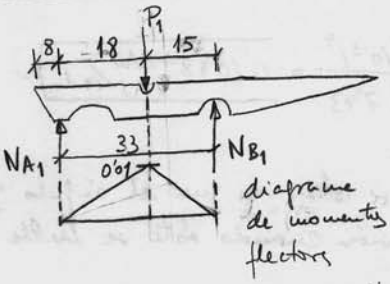
y la fuerza necesaria en los extremos,



$$F_2 \times 29 \cdot 10^{-3} = M_2 = 0'0547$$

$$\boxed{F_2 = 1'8862 \text{ N}}$$

e)



Pinza montada

$$M_1 = P_1 \cdot 15 \cdot 10^{-3}$$

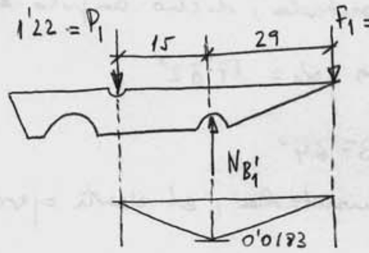
$$0'0183 = P_1 \cdot 15 \cdot 10^{-3}$$

$$P_1 = 1'22 \text{ N}$$

$$P_1 \times 18 = N_{B_1} \times 33 \Rightarrow N_{B_1} = \frac{1'22 \times 18}{33} = 0'6655 \text{ N}$$

$$N_{A_1} = P_1 - N_{B_1} = 1'22 - 0'6655 = 0'5545 \text{ N}$$

$$M_{\text{flector máx}} = N_{A_1} \times 18 \cdot 10^{-3} = 0'5545 \times 18 \cdot 10^{-3} = 0'01 \text{ Nm}$$

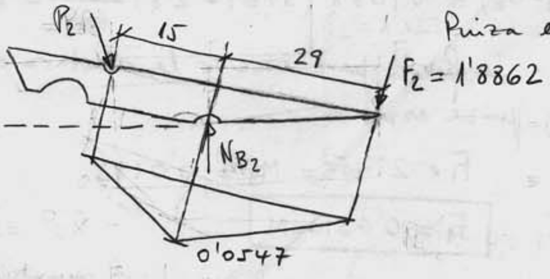


Pinza iniciando apertura

$$N_{B'_1} = P_1 + F_1 = 1'22 + 0'6310 = 1'851 \text{ N}$$

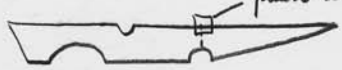
$$M_{\text{flector máx}} = -P_1 \times 15 \cdot 10^{-3} = -1'22 \times 15 \cdot 10^{-3} = -0'0183 \text{ Nm} = M_1$$

Pinza en máxima apertura



$$M_{\text{flector máx}} = -F_2 \cdot 29 \cdot 10^{-3} = -0'0547 \text{ Nm} = M_2$$

A la vista de los diagramas de momentos flectores, la sección más crítica será la B, y el punto más crítico el de la fibra superior.



f) El punto estará sometido a $M_{flector} = 0 \div 0'0547$ Nm

g) $\begin{cases} M_{máx} = 0'0547 \text{ Nm} \\ M_{mín} = 0 \text{ Nm} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{máx} = \dfrac{M_{máx}\, c}{I} = 0'0547 \times \dfrac{4'5 \cdot 10^{-3}/2}{\frac{1}{12}(10 \cdot 10^{-3})(4'5 \cdot 10^{-3})^3} = 1'62 \text{ MPa} \\ \sigma_{mín} = 0 \end{cases}$

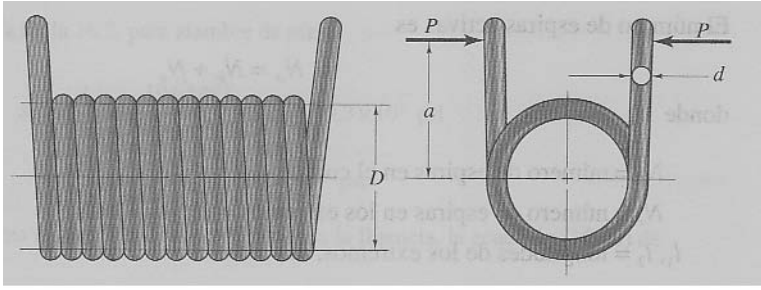
$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_m = 0'81 \text{ MPa} \\ \sigma_a = 0'81 \text{ MPa} \end{cases}$ Nota: el axial se ha despreciado por ser pequeño en comparación al flector.

$$\begin{cases} \dfrac{\sigma_m}{S_u} + \dfrac{\sigma_a}{S_e} = \dfrac{1}{G} \\ \dfrac{\sigma_m + \sigma_a}{S_y} = \dfrac{1}{G} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{0'81}{20} + \dfrac{0'81}{6} = \dfrac{1}{G} \rightarrow \boxed{G = 5'7} \\ \dfrac{0'81 + 0'81}{15} = \dfrac{1}{G} \rightarrow \boxed{\cancel{G = 9'3}} \end{cases}$$

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Febrero 11

Nombre..

La figura muestra un resorte helicoidal de torsión con un diámetro del alambre, *d*, de 3 mm, y un diámetro exterior de la espira de 27 mm. La distancia *a* es de 25 mm. El límite de rotura del material, un acero al carbono estirado en frío, viene dado por la fórmula $S_u = A_P / d^m$, siendo $A_P = 1510$ MPa y $m = 0.201$ (con *d* en mm) para el material elegido. El límite de fluencia es un 78% del de rotura, y el límite de fatiga es de 537 MPa.



Si la carga *P* fluctúa entre 0 y 6 kg, calcular el coeficiente de seguridad de que se dispone, indicando si es más peligrosa la fluencia o la fatiga (vida infinita), y cuál es el punto crítico del resorte.

$$D = De - d = 27 - 3 = 24 \text{ mm}$$

$$c = \frac{D}{d} = \frac{24}{3} = 8$$

$$Su = \frac{Ap}{d^m} = \frac{1510}{3^{0'201}} = 1210 \text{ MPa}$$

$$Sy = 0'78\, Su = 0'78 \times 1210 = 943 \text{ MPa}$$

$$Se = 537 \text{ MPa}$$

$$ki = \frac{4c^2 - c - 1}{4c(c-1)} = \frac{4 \times 8^2 - 8 - 1}{4 \times 8 (8-1)} = \frac{247}{224} = 1'103$$

$$ke = \frac{4c^2 + c - 1}{4c(c+1)} = \frac{4 \times 8^2 + 8 - 1}{4 \times 8 (8+1)} = \frac{263}{288} = 0'913$$

Fluencia: el punto más crítico será la fibra interior del resorte, ya que en ella se alcanza la máxima tensión (de compresión), por ser $ki > ke$.

$$\sigma_{máx} = ki \frac{32 (P_{máx} \cdot a)}{\pi d^3} = 1'103 \frac{32 (6 \times 9'81 \times 0'025)}{\pi \times 0'003^3} =$$

$$= 612 \text{ MPa} = \sigma_{máx}$$

$$C_{S_1} = \frac{Sy}{\sigma_{máx}} = \frac{943}{612} = \boxed{1'54 = C_{S_1}}$$

Fatiga: el punto más crítico será la fibra exterior, por tratarse de tensiones de tracción, más perjudiciales para fatiga.

$$\sigma_{máx} = K_e \frac{32\,(P_{máx} \cdot a)}{\pi d^3} = 0'913\, \frac{32\,(6 \times 9'81 \times 0'025)}{\pi\,(0'003)^3} =$$

$$= 506 \text{ MPa} = \sigma_{máx}.$$

$$\sigma_{mín} = 0.$$

$$\sigma_m = \sigma_a = \frac{506}{2} = 253 \text{ MPa}$$

$$\frac{\sigma_m}{S_u} + \frac{\sigma_a}{S_e} = \frac{1}{C_{S_2}} \Rightarrow \frac{253}{1210} + \frac{253}{537} = \frac{1}{C_{S_2}}$$

$$\boxed{C_{S_2} = 1'47}$$

Por lo tanto, en este caso sería más peligrosa la fatiga y, por tanto, los puntos más críticos serían los de la fibra exterior del resorte.