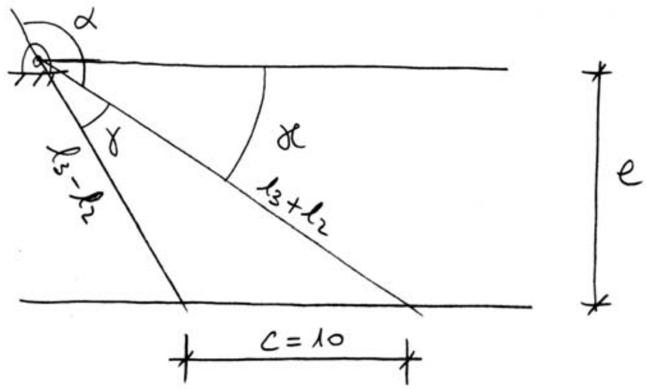
Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Septiembre 95
Nombre ..........................................................................................................

Se desea diseñar un mecanismo biela-manivela con las siguientes características: relación de tiempos: 1.4; carrera: 10 cm; longitud de la manivela: 4 cm.
Determinar la longitud de la biela y la excentricidad que dan como resultado el mecanismo buscado.

$$Q = \frac{360-\alpha}{\alpha} = 1'4 \Rightarrow \alpha = 150^\circ$$

$$\gamma = 180-\alpha = 180-150 = 30 \Rightarrow \gamma = 30^\circ$$




$$e^2 = (l_3+l_2)^2 + (l_3-l_2)^2 - 2(l_3+l_2)(l_3-l_2)\cos\gamma$$

$$10^2 = (l_3+4)^2 + (l_3-4)^2 - 2(l_3+4)(l_3-4)\cos 30$$

$$100 = 2l_3^2 + 32 - \sqrt{3}(l_3^2-16)$$

$$l_3^2 = \frac{100-(2+\sqrt{3})16}{2-\sqrt{3}} \Rightarrow \boxed{l_3 = 12'26 \text{ cm}}$$ longitud biela

$$\begin{cases} (l_3+l_2)\operatorname{sen}\varkappa = e \\ (l_3-l_2)\operatorname{sen}(\varkappa+\gamma) = e \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 16'26 \operatorname{sen}\varkappa = e \\ 8'26 \operatorname{sen}(\varkappa+30) = e \end{cases}$$

Igualando,

$$16'26 \operatorname{sen}\varkappa = 8'26(\operatorname{sen}\varkappa\cos 30 + \cos\varkappa \operatorname{sen} 30)$$

Dividiendo todo entre sen ϰ

$$16'26 = 8'26\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{8'26}{2\operatorname{tg}\varkappa}$$

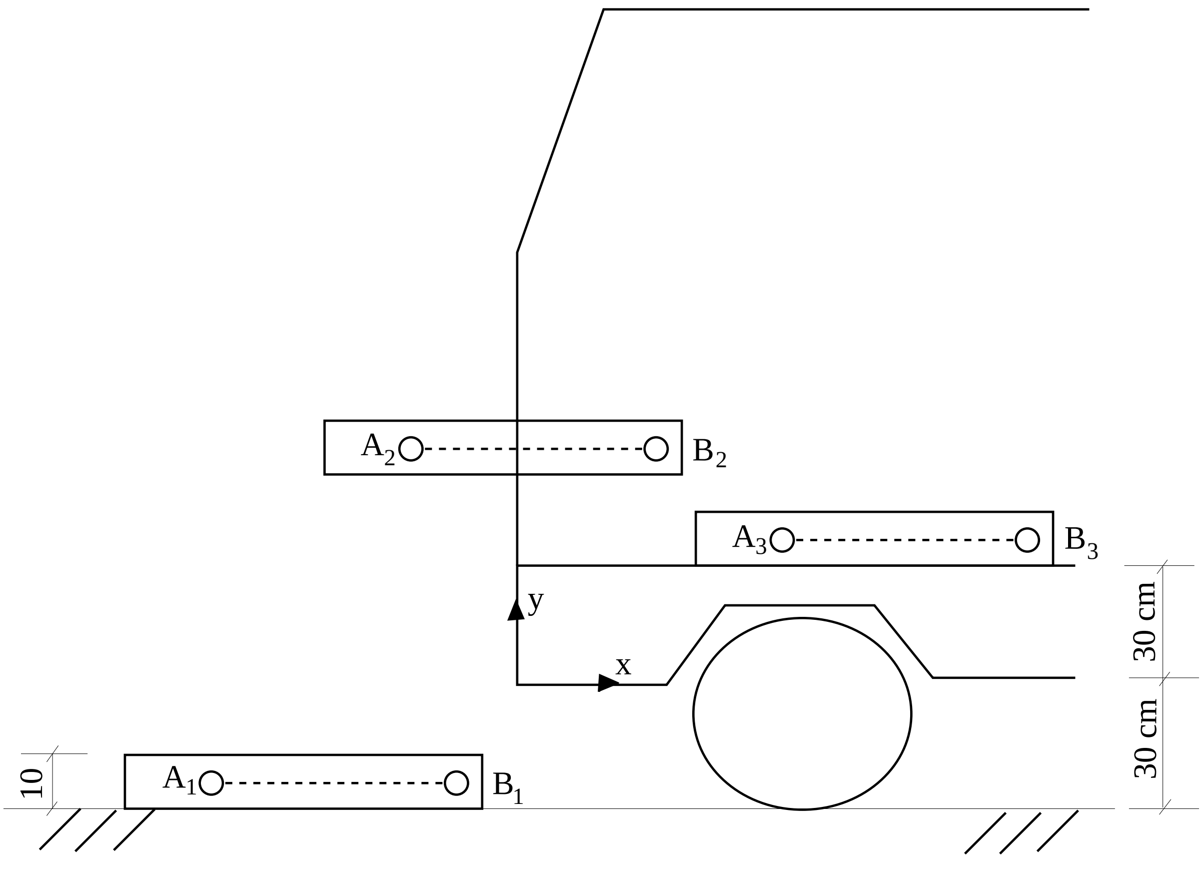
$$\operatorname{tg}\varkappa = 0'4535 \Rightarrow \varkappa = 24'395^\circ$$

La excentricidad,

$$e = 16'26 \operatorname{sen} 24'395 = \boxed{6'7158 \text{ cm} = e}$$ excentricidad

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 96
Nombre.........................................................................................................

Se pretende diseñar un dispositivo que permita entrar y salir de una furgoneta a una persona en silla de ruedas. Para ello se ha pensado en una plataforma sobre la que situar a la persona con la silla. Las posiciones que ha de adoptar la plataforma son las que se muestran en la figura: posiciones inicial y final más una posición intermedia que asegure el paso a través de la puerta trasera de la furgoneta.
Las coordenadas elegidas para los puntos A y B de la plataforma son:
$A_1$(-60,-25), $B_1$(-10,-25), $A_2$(-20,60), $B_2$(30,60), $A_3$(60,35), $B_3$(110,35)




Si el segmento AB va a constituir el acoplador de un cuadrilátero articulado que posibilite la mencionada maniobra, determinar:
a) Coordenadas de los puntos fijos del cuadrilátero.
b) Longitud de las barras.
Si el dibujo representado se halla aproximadamente a escala, ¿ve factible la materialización del mecanismo?

Para hallar el primer punto fijo : $\overline{O_A A_1} = \overline{O_A A_2}$

$\overline{O_A A_1} = \overline{O_A A_3}$

que nos lleva a resolver,

$$\begin{cases} 2(x_2-x_1)x + 2(y_2-y_1)y = (x_2^2+y_2^2)-(x_1^2+y_1^2) \\ 2(x_3-x_1)x + 2(y_3-y_1)y = (x_3^2+y_3^2)-(x_1^2+y_1^2) \end{cases}$$

$A_1(\underset{x_1}{-60},\underset{y_1}{-25})$ , $A_2(\underset{x_2}{-20},\underset{y_2}{-60})$ , $A_3(\underset{x_3}{60},\underset{y_3}{35})$

$$\begin{cases} 2(-20+60)x + 2(60+25)y = (20^2+60^2)-(60^2+25^2) \\ 2(60+60)x + 2(35+25)y = (60^2+35^2)-(60^2+25^2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 80x + 170y = -225 \\ 240x + 120y = 600 \end{cases}$$

Multiplicando la primera por 3 ,

$$\begin{array}{rl} (+) & 240x + 510y = -675 \\ (-) & 240x + 120y = 600 \\ \hline & 390y = -1275 \end{array}$$

$$y = -\frac{1275}{390} = -3'27 \text{ cm}$$

$$x = 4'14 \text{ cm}$$

$$\boxed{O_A\,(4'14,\,-3'27)}$$

Para hallar el segundo punto fijo: $\overline{O_B B_1} = \overline{O_B B_2}$
$\overline{O_B B_1} = \overline{O_B B_3}$

que nos lleva a resolver,

$$\begin{cases} 2(x_2-x_1)x + 2(y_2-y_1)y = (x_2^2+y_2^2)-(x_1^2+y_1^2) \\ 2(x_3-x_1)x + 2(y_3-y_1)y = (x_3^2+y_3^2)-(x_1^2+y_1^2) \end{cases}$$

$B_1(-10,-25)$, $B_2(30,60)$, $B_3(110,35)$
$x_1 \; y_1 \qquad x_2 \; y_2 \qquad x_3 \; y_3$

$$\begin{cases} 2(30+10)x + 2(60+25)y = (30^2+60^2)-(10^2+25^2) \\ 2(110+10)x + 2(35+25)y = (110^2+35^2)-(10^2+25^2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 80x + 170y = 3775 \\ 240x + 120y = 12600 \end{cases}$$

Multiplicando la primera por 3,

$$\begin{array}{rl} \oplus & 240x + 510y = 11325 \\ \ominus & 240x + 120y = 12600 \\ \hline & 390y = -1275 \end{array}$$

$$y = -\frac{1275}{390} = -3'27 \text{ cm}$$

$$x = 54'14 \text{ cm}.$$

$$\boxed{O_B(54'14, -3'27)}$$

Las longitudes de las barras son:

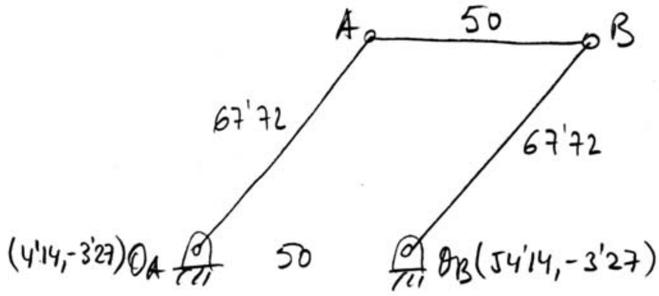
$$\overline{O_A A} = \sqrt{(-60-4'14)^2 + (-25+3'27)^2} = 67'72 \text{ cm}$$

$$\overline{O_B B} = \sqrt{(-10-54'14)^2 + (-25+3'27)^2} = 67'72 \text{ cm}$$

El acoplador mide $\overline{AB} = 50$ cm

El elemento fijo mide $\overline{O_A O_B} = 50$ cm

Así que el aspecto del cuadrilátero es,



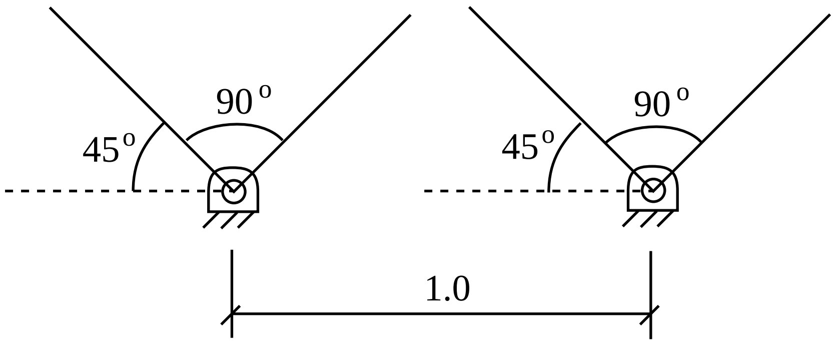

que permite que el acoplador se traslade siempre y permanezca por tanto horizontal.

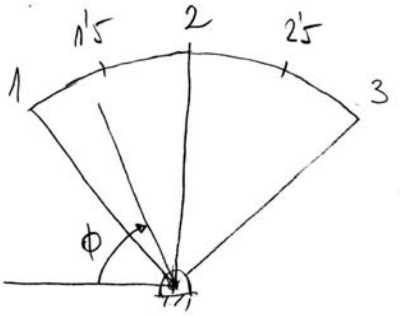
La materialización del mecanismo parece difícil dado que las barras deben entrar y salir del vehículo. Se podría no obstante dar una forma a las barras que evitara en lo posible la penetración en el chasis.

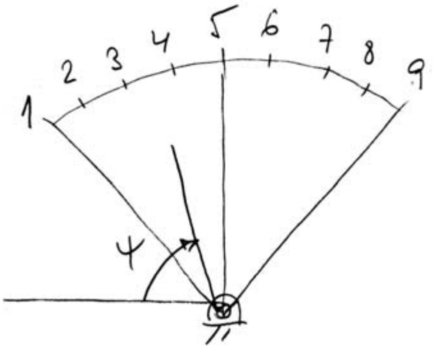
Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 97

Nombre ...................................................................................................................

Diseñar un cuadrilátero articulado que genere $y = x^2$, variando $x$ entre 1.0 y 3.0. Realícese la elección de puntos mediante el método de Chebyshev, y sea $\phi_o = 45^o$, $\Delta\phi = 90^o$, $\psi_o = 45^o$, $\Delta\psi = 90^o$. Tómese la longitud del elemento fijo igual a la unidad.






Los puntos de precisión serán los siguientes:

$$\begin{cases} x_1 = 2 - \cos 30 = 1'134 \\ x_2 = 2 \\ x_3 = 2 + \cos 30 = 2'866 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 1'286 \\ y_2 = 4 \\ y_3 = 8'214 \end{cases}$$

Que corresponden a los siguientes valores angulares,

$$\phi_1 = 45 + \frac{1'134-1}{2} 90 = 51'03^\circ \rightarrow \psi_1 = 45 + \frac{1'286-1}{8} 90 = 48'22^\circ$$

$$\phi_2 = 90^\circ \rightarrow \psi_2 = 45 + \frac{4-1}{8} 90 = 78'75^\circ$$

$$\phi_3 = 45 + \frac{2'866-1}{2} 90 = 128'97^\circ \rightarrow \psi_3 = 45 + \frac{8'214-1}{8} 90 = 126'16^\circ$$

Entonces, se aplica para estos puntos la ecuación de Freudenstein,

$$\boxed{k_1 \cos\phi - k_2 \cos\psi + k_3 = \cos(\phi - \psi)}$$

$$\begin{cases} 0'6289\, k_1 - 0'6663\, k_2 + k_3 = 0'9988 & (1) \\ \quad - 0'1951\, k_2 + k_3 = 0'9808 & (2) \\ -0'6289\, k_1 + 0'59\, k_2 + k_3 = 0'9988 & (3) \end{cases}$$

$$(1)+(3) \quad -0'0763\,k_2 + 2k_3 = 1'9976$$
$$2\times(2) \quad -0'3902\,k_2 + 2k_3 = 1'9616$$

$$(-) \quad 0'3139\,k_2 = 0'036 \Rightarrow \underline{k_2 = 0'1147}$$

En (2),

$$k_3 = 0'9808 + 0'1951 \times 0'1147 = \underline{1'0032 = k_3}$$

En (1),

$$k_1 = \frac{1}{0'6289}\left(0'9998 + 0'6663 \times 0'1147 - 1'0032\right) = \underline{0'1145 = k_1}$$

Ahora, aplicando las fórmulas,

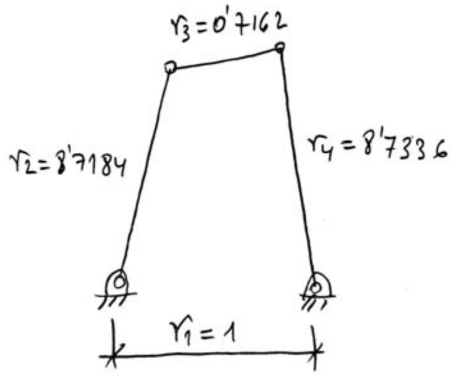
$$r_4 = \frac{r_1}{k_1} = \frac{1}{0'1145} = \boxed{8'7336 = r_4}$$

$$r_2 = \frac{r_1}{k_2} = \frac{1}{0'1147} = \boxed{8'7184 = r_2}$$

$$r_3 = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 + r_4^2 - 2k_3 r_2 r_4} =$$

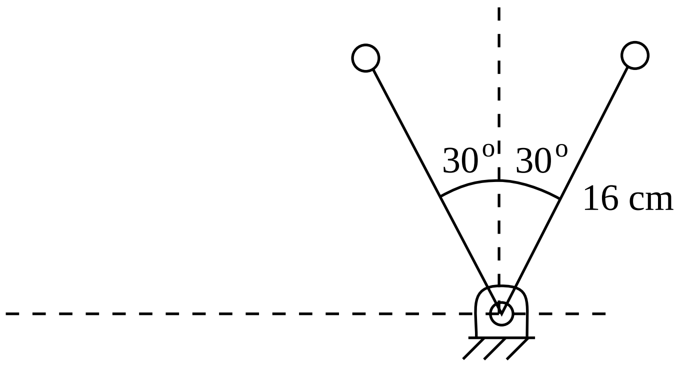
$$= \sqrt{1 + 8'7184^2 + 8'7336^2 - 2 \times 1'0032 \times 8'7184 \times 8'7336} =$$

$$= \boxed{0'7162 = r_3}$$

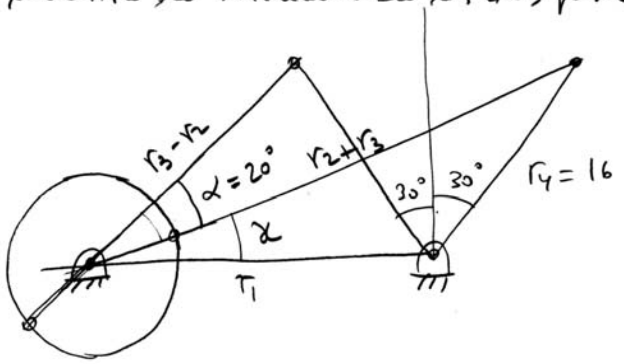


Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 99
Nombre ......................................................................................................................

Se pretende diseñar un cuadrilátero articulado de tipo manivela-balancín, que proporcione una relación de tiempos de 1.25 para un balancín de 16 cm de longitud cuyo ángulo total de oscilación sea de 60º, repartidos por igual a ambos lados de la vertical, según se indica en la figura. Además, se desea que las articulaciones al suelo de manivela y balancín se encuentren sobre la misma horizontal.
Determinar analíticamente las longitudes de manivela, acoplador y distancia entre articulaciones al suelo.



La figura muestra la situación en las dos posiciones extremas.




$$Q = 1'25 = \frac{180+\alpha}{180-\alpha} \; ; \quad 225 - 1'25\alpha = 180+\alpha$$

$$45 = 2'25\,\alpha \Rightarrow \boxed{\alpha = 20°}$$

Proyectando en horizontal y vertical cada uno de los dos triángulos formados se tiene que,

$$\left.\begin{array}{l}(r_2+r_3)\cos\alpha = r_1 + 16\,\text{sen}\,30 \\ (r_2+r_3)\,\text{sen}\,\alpha = 16\cos 30\end{array}\right\} \quad \text{tg}\,\alpha = \frac{16\cos 30}{r_1+16\,\text{sen}\,30}$$

$$\left.\begin{array}{l}(r_3-r_2)\cos(20+\alpha) + 16\,\text{sen}\,30 = r_1 \\ (r_3-r_2)\,\text{sen}(20+\alpha) = 16\cos 30\end{array}\right\} \quad \text{tg}(20+\alpha) = \frac{16\cos 30}{r_1-16\,\text{sen}\,30}$$

Sabiendo que $\text{tg}(20+\alpha) = \dfrac{\text{tg}20+\text{tg}\alpha}{1-\text{tg}20\,\text{tg}\alpha}$ se puede escribir,

$$\frac{16\cos 30}{r_1-16\,\text{sen}\,30} = \frac{\text{tg}20 + \dfrac{16\cos 30}{r_1+16\,\text{sen}\,30}}{1-\text{tg}20\,\dfrac{16\cos 30}{r_1+16\,\text{sen}\,30}}$$ donde $r_1$ es la única incognita

$$\frac{16\cos 30}{r_1-16\,\text{sen}\,30} = \frac{\text{tg}20\,(r_1+16\,\text{sen}30) + 16\cos 30}{r_1+16\,\text{sen}\,30 - \text{tg}20\,(16\cos 30)}$$

$$\frac{8\sqrt{3}}{r_1-8} = \frac{(r_1+8)\,\text{tg}\,20 + 8\sqrt{3}}{r_1+8-8\sqrt{3}\,\text{tg}\,20}$$

$$8\sqrt{3}\,r_1 + 64\sqrt{3} - 192\,tg\,20 = (r_1-8)\left[(r_1+8)\,tg\,20 + 8\sqrt{3}\right]$$

$$\cancel{8\sqrt{3}\,r_1} + 64\sqrt{3} - 192\,tg\,20 = (r_1^2-64)\,tg\,20 + \cancel{8\sqrt{3}\,r_1} - 64\sqrt{3}$$

$$128\sqrt{3} - 128\,tg\,20 = r_1^2\,tg\,20$$

$$r_1 = \sqrt{\frac{128(\sqrt{3}-tg\,20)}{tg\,20}} = \boxed{21'9345\ cm = r_1}$$ distancia entre puntos fijos

Y ahora, volviendo a ecuaciones anteriores,

$$tg\,\chi = \frac{16\cos 30}{r_1 + 16\,sen\,30} = \frac{8\sqrt{3}}{21'9345+8} = 0'4629 \Rightarrow \chi = 24'839^\circ$$

Y volviendo por último a las ecuaciones iniciales,

$$\left\{\begin{array}{l}(r_2+r_3)\,sen\,\chi = 16\cos 30\\(r_3-r_2)\,sen(20+\chi) = 16\cos 30\end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}r_2+r_3 = \dfrac{8\sqrt{3}}{sen\,24'839^\circ} = 32'9860\\[2ex] r_3-r_2 = \dfrac{8\sqrt{3}}{sen\,44'839^\circ} = 19'6512\end{array}\right.$$

Sumando las dos igualdades se tiene,

$$2r_3 = 52'6372 \Rightarrow \boxed{r_3 = 26'3186\ cm}$$ acoplador

Y sustituyendo en cualquiera de las dos igualdades (por ejemplo en la primera),

$$r_2 = 32'9860 - 26'3186 = \boxed{6'6674\ cm = r_2}$$ manivela

Se puede comprobar que el mecanismo solución es manivela - balancín,

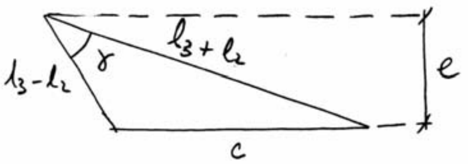
$6'6674 + 26'3186 < 21'9345 + 16$ desigualdad correcta

luego, en efecto, se ha conseguido lo que pedía el enunciado.

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 03
Nombre ......................................................................................................................

Obtener un mecanismo biela-manivela con carrera 18, relación de tiempos 1.35, y excentricidad 15.

$$Q = 1'35 = \frac{180+\gamma}{180-\gamma} \Rightarrow 243 - 1'35\gamma = 180+\gamma \Rightarrow \underline{\gamma = 26'81^\circ}$$




$$e^2 = (l_3+l_2)^2 + (l_3-l_2)^2 - 2(l_3+l_2)(l_3-l_2)\cos\gamma$$

$$18^2 = (l_3+l_2)^2 + (l_3-l_2)^2 - 2(l_3+l_2)(l_3-l_2)\cos 26'81^\circ$$

$$l_3^2 = 1507'08 - 17'61\, l_2^2 \qquad (1)$$

$$e = \frac{(l_3+l_2)(l_3-l_2)\operatorname{sen}\gamma}{c}$$

$$15 = \frac{(l_3+l_2)(l_3-l_2)\operatorname{sen} 26'81^\circ}{18}$$

$$l_3^2 = 598'63 + l_2^2 \qquad (2)$$

Igualando las ecuaciones (1) y (2) se tiene,

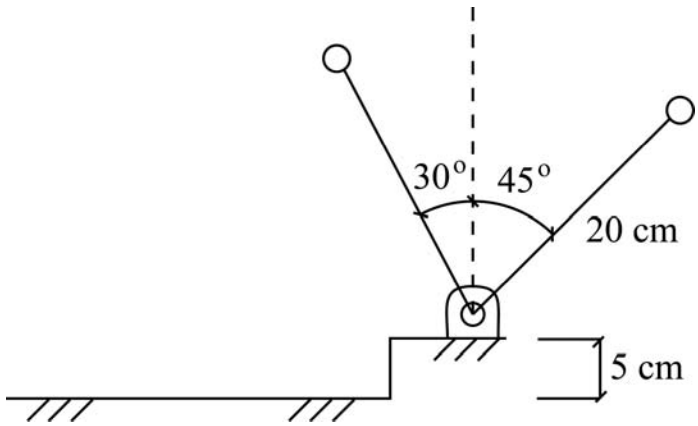
$$\boxed{l_2 = 6'99}$$

y volviendo a (1) ó (2),

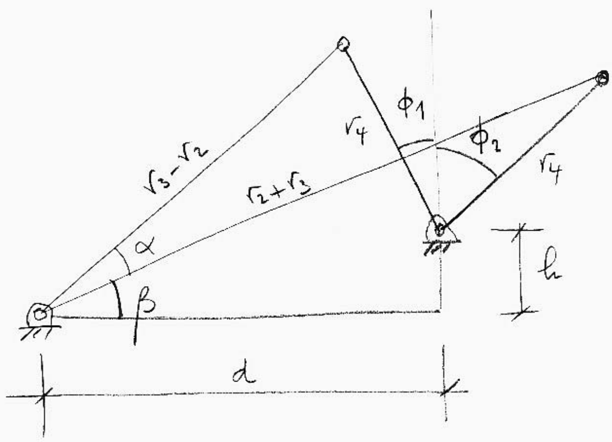
$$\boxed{l_3 = 25'44}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 08
Nombre ......................................................................................................................

Se pretende diseñar un cuadrilátero articulado de tipo manivela-balancín, que proporcione una relación de tiempos de 1.35 para un balancín de 20 cm de longitud cuyo ángulo total de oscilación sea de 75º, repartidos a cada lado de la vertical según se indica en la figura. Además, se desea que la articulación al suelo de la manivela se encuentre 5 cm por debajo de la del balancín.
Determinar analíticamente las longitudes de manivela y acoplador, así como la distancia horizontal entre las articulaciones al suelo de manivela y balancín.




Comprobar que la manivela obtenida lo es realmente, es decir, que puede dar vueltas completas.




$$\cdot\ Q = \frac{180+\alpha}{180-\alpha}$$

$$1'35 = \frac{180+\alpha}{180-\alpha}$$

$$\underline{\alpha = 26'81^\circ}$$

$$\left\{\begin{array}{l} (r_3-r_2)\cos(\alpha+\beta) = d - r_4 \operatorname{sen}\phi_1 \\ (r_3-r_2)\operatorname{sen}(\alpha+\beta) = r_4\cos\phi_1 + h \\ (r_3+r_2)\cos\beta = d + r_4\operatorname{sen}\phi_2 \\ (r_3+r_2)\operatorname{sen}\beta = r_4\cos\phi_2 + h \end{array}\right.$$

$$tg(\alpha+\beta) = \frac{r_4\cos\phi_1 + h}{d - r_4\operatorname{sen}\phi_1}$$

$$tg\,\beta = \frac{r_4\cos\phi_2 + h}{d + r_4\operatorname{sen}\phi_2}$$

$$tg(\alpha+\beta) = \frac{tg\,\alpha + tg\,\beta}{1 - tg\,\alpha\, tg\,\beta} \Rightarrow \boxed{\frac{tg\,\alpha + \dfrac{r_4\cos\phi_2 + h}{d + r_4\operatorname{sen}\phi_2}}{1 - tg\,\alpha\,\dfrac{r_4\cos\phi_2 + h}{d + r_4\operatorname{sen}\phi_2}} = \frac{r_4\cos\phi_1 + h}{d - r_4\operatorname{sen}\phi_1}}$$

En la ecuación encuadrada, la única incógnita es "$d$".

$$\frac{tg\,26'81^\circ + \dfrac{20\cos 45^\circ + 5}{d + 20\operatorname{sen}45^\circ}}{1 - tg\,26'81^\circ\,\dfrac{20\cos 45^\circ + 5}{d + 20\operatorname{sen}45^\circ}} = \frac{20\cos 30^\circ + 5}{d - 20\operatorname{sen}30^\circ}$$

$$0'5054\,d^2 - 1'084\,d - 362'67 = 0$$

$\boxed{d = 27'9 \text{ cm}}$ Distancia horizontal entre articulaciones al suelo.

Ahora, volviendo hacia atrás,

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{r_4\cos\phi_2 + h}{d + r_4 \operatorname{sen}\phi_2} = \frac{20\cos 45^\circ + 5}{27'9 + 20\operatorname{sen}45^\circ} = 0'4553$$

$$\underline{\beta = 24'48^\circ}$$

$$\begin{cases} r_3 + r_2 = \dfrac{r_4\cos\phi_2 + h}{\operatorname{sen}\beta} = \dfrac{20\cos 45^\circ + 5}{\operatorname{sen} 24'48^\circ} = 46'20 & (1) \\[2ex] r_3 - r_2 = \dfrac{r_4\cos\phi_1 + h}{\operatorname{sen}(\alpha+\beta)} = \dfrac{20\cos 30^\circ + 5}{\operatorname{sen}(26'81^\circ + 24'48^\circ)} = 28'60 & (2) \end{cases}$$

$(1)+(2) \longrightarrow$ $\boxed{r_3 = 37'4 \text{ cm}}$ Longitud del acoplador.

$(1)-(2) \longrightarrow$ $\boxed{r_2 = 8'8 \text{ cm}}$ Longitud de la manivela.

$r_1 = \sqrt{d^2+h^2} = \sqrt{27'9^2+5^2} = \boxed{28'3 \text{ cm} = r_1}$ Distancia entre articulaciones al suelo.

Comprobación de la condición de Grashof:

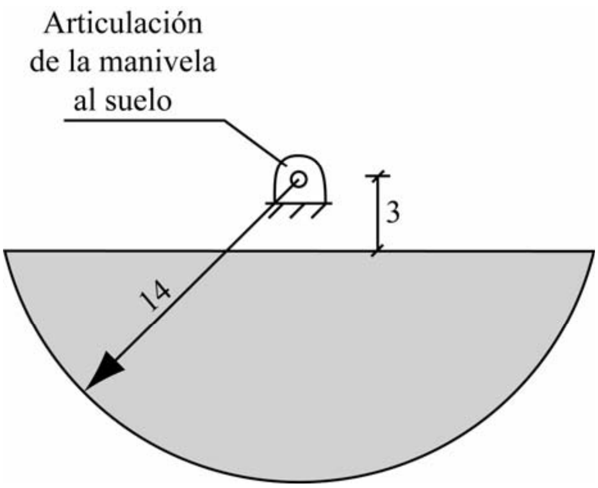
$r_2 + r_3 < r_1 + r_4$

$8'8 + 37'4 < 28'3 + 20$

$46'2 < 48'3$ Se cumple, luego, en efecto, la manivela $r_2$ puede dar vuelta completa.

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 10
Nombre ..........................................................................................................

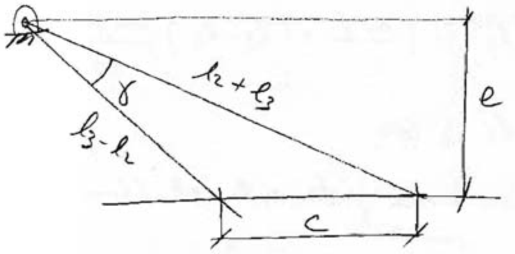
Se desea diseñar un mecanismo biela-manivela con relación de tiempos 1.4 y carrera 10 cm. La deslizadera (horizontal) y el carro (en todo su movimiento) deben hallarse en el interior del área sombreada indicada en la figura.




Determinar las longitudes de biela y manivela que satisfacen los requirimientos indicados, y que minimizan la suma de ambas longitudes. El carro puede suponerse puntual.

$Q = 1'4 = \frac{180+\gamma}{180-\gamma}$

$\underline{\gamma = 30^\circ}$




$C^2 = (l_2+l_3)^2 + (l_3-l_2)^2 - 2(l_2+l_3)(l_3-l_2)\cos\gamma$

$10^2 = (l_2+l_3)^2 + (l_3-l_2)^2 - 2(l_2+l_3)(l_3-l_2)\cos 30^\circ$

$$\boxed{l_3 = \sqrt{\frac{100-(2+\sqrt{3})\,l_2^2}{2-\sqrt{3}}}}$$

Se observa que, al aumentar $l_2$, disminuye $l_3$. Así, se puede hacer la siguiente tabla:

| $l_2$ | $l_3$ |
|---|---|
| 0 | 19'32 |
| 5 | 5 |
| 5'17 | 0 |

Evidentemente, se tiene que cumplir la condición $l_2 < l_3$, para que la manivela lo sea realmente, luego el rango de valores admisibles será, $\underline{0 < l_2 < 5}$ (1)

| $l_2$ | $l_3$ |
|---|---|
| 0 | 19'32 |
| 5 | 5 |

Por otro lado, se observa que la suma de longitudes de las dos barras, $(l_2+l_3)$, es menor cuanto mayor es la longitud de la manivela, $l_2$.

Si se desea una suma de longitudes exactamente igual a 14, que es el límite del que se dispone, se obtiene:

$$\left.\begin{array}{l} l_3 = \sqrt{\frac{100-(2+\sqrt{3})\,l_2^2}{2-\sqrt{3}}} \\ l_2 + l_3 = 14 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} l_2 = 4'51 \\ l_3 = 9'49 \end{array}$$

Aunque sería deseable reducir aún más este valor.

Entonces, la limitación de la suma de longitudes implica $\underline{4'51 \le l_2}$ (2)

Resta por incluir la limitación de la excentricidad:

$$e = (l_3^2 - l_2^2)\frac{\operatorname{sen}\gamma}{c} = (l_3^2 - l_2^2)\frac{\operatorname{sen} 30^\circ}{10} \geq 3$$

$$l_3^2 - l_2^2 \geq 60$$

Si se busca justamente el límite,

$$\left.\begin{aligned} l_3 &= \sqrt{\frac{100-(2+\sqrt{3})l_2^2}{2-\sqrt{3}}} \\ l_3^2 - l_2^2 &= 60 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} l_2 &= 4'58 \\ l_3 &= 9 \end{aligned}$$

Luego, la limitación de la excentricidad lleva a la condición: $\underline{l_2 \leq 4'58}$ (3)

Combinando las limitaciones vistas, resulta:

$$4'51 \leq l_2 \leq 4'58$$

Pero se desea que la suma de longitudes de manivela y biela sea lo menor posible, luego la solución es:

$$\boxed{l_2 = 4'58 \text{ cm}} \longrightarrow \boxed{l_3 = 9 \text{ cm}}$$

En cuanto a la excentricidad, como se ha elegido justo el valor límite,

$$\boxed{e = 3 \text{ cm}}$$