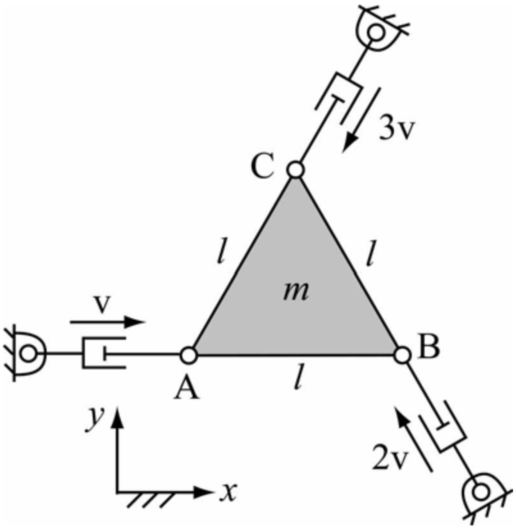
Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Diciembre 03
Nombre ....

La figura muestra un manipulador paralelo horizontal plano, que consta de una plataforma en forma de triángulo equilátero de lado *l*, cuya masa *m* se halla uniformemente distribuida, y tres actuadores lineales.



En la posición representada, determinar, sabiendo que las velocidades de los actuadores son constantes, y que sus longitudes son todas iguales al lado del triángulo *l*:

a) Velocidad del centro de masas (expresada en los ejes fijos *xy*) y velocidad angular de la plataforma.

b) Aceleración del centro de masas (expresada en los ejes fijos *xy*) y aceleración angular de la plataforma.

c) Diagrama de sólido libre de la plataforma, señalando las fuerzas de inercia y las fuerzas aplicadas sobre la misma.

d) Fuerza en cada uno de los actuadores.

Nota: el momento de inercia de un triángulo respecto a uno de sus lados es $I = \frac{1}{6} mh^2$, donde *h* es la correspondiente altura del triángulo.

a) En velocidades ha de cumplirse:

$$\overset{\parallel AB}{v_B} = \overset{\parallel AB}{v_A} + \overset{\parallel AB}{v_{B/A}}$$

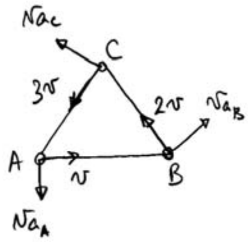
$$v_{a_B}\cos 30 - 2v\cos 60 = v + 0 \longrightarrow v_{a_B} = \frac{4v}{\sqrt{3}}$$

$$\overset{\parallel BC}{v_C} = \overset{\parallel BC}{v_B} + \overset{\parallel BC}{v_{C/B}}$$

$$v_{a_C}\cos 30 - 3v\cos 60 = 2v + 0 \longrightarrow v_{a_C} = \frac{7v}{\sqrt{3}}$$

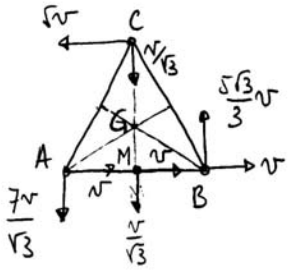
$$\overset{\parallel CA}{v_A} = \overset{\parallel CA}{v_C} + \overset{\parallel CA}{v_{A/C}}$$

$$v_{a_A}\cos 30 - v\cos 60 = 3v + 0 \longrightarrow v_{a_A} = \frac{7v}{\sqrt{3}}$$



Proyectando en cada punto sobre los ejes fijos xy, se tiene:

$$v_A \Rightarrow \begin{cases} v_{Ax} = v \\ v_{Ay} = -\dfrac{7v}{\sqrt{3}} \end{cases} ; \quad v_B \Rightarrow \begin{cases} v_{Bx} = v \\ v_{By} = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}v \end{cases} ; \quad v_C \Rightarrow \begin{cases} v_{Cx} = -5v \\ v_{Cy} = -\dfrac{v}{\sqrt{3}} \end{cases}$$



La velocidad angular de la plataforma se puede obtener relacionando las velocidades de A y B:

$$\overset{\perp AB}{v_B} = \overset{\perp AB}{v_A} + \overset{\perp AB}{v_{B/A}}$$

$$\frac{5\sqrt{3}}{3}v = -\frac{7v}{\sqrt{3}} + \omega l \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{12v}{\sqrt{3}\,l}\ \circlearrowleft}$$

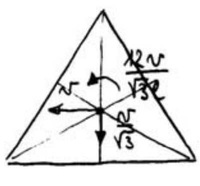
La velocidad del punto M será la media de las velocidades de A y B:

$$v_M \Rightarrow \begin{cases} v_{Mx} = v \\ v_{My} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{5\sqrt{3}}{3}v - \dfrac{7v}{\sqrt{3}}\right) = -\dfrac{v}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

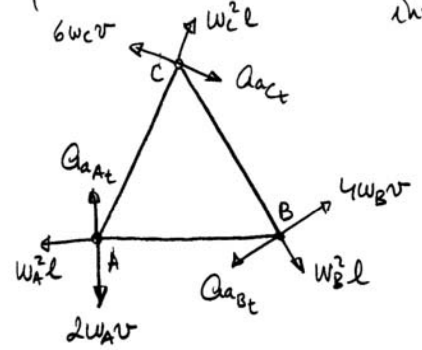
La velocidad de G se puede obtener como combinación de las de C y M:

$$\boxed{v_G \rightarrow \begin{cases} v_{Gx} = -5v \times \dfrac{1}{3} + v \times \dfrac{2}{3} = -v \\ v_{Gy} = -\dfrac{v}{\sqrt{3}} \end{cases}}$$

Por tanto, la solución del problema de velocidades es la que se indica en la figura:



b) En acceleracions se ha de seguir el mateix procediment que en velocitats. Les velocitats angulars de los actuadores son inmediats a partir de la información obtenida en el problema de velocidads:



$$\omega_A = \frac{v_{a_A}}{l} = \frac{7v}{\sqrt{3}l} \circlearrowright$$

$$\omega_B = \frac{v_{a_B}}{l} = \frac{4v}{\sqrt{3}l} \circlearrowright$$

$$\omega_C = \frac{v_{a_C}}{l} = \frac{7v}{\sqrt{3}l} \circlearrowright$$

$$\overset{\parallel AB}{a_B} = \overset{\parallel AB}{a_A} + \overset{\parallel AB}{a_{B/A}}$$

$$(4\omega_B v - a_{a_{B_t}})\cos 30 + \omega_B^2 l \cos 60 = -\omega_A^2 l - \omega^2 l \rightarrow a_{a_{B_t}} = \frac{450}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{v^2}{l}$$

$$\overset{\parallel BC}{a_C} = \overset{\parallel BC}{a_B} + \overset{\parallel BC}{a_{C/B}}$$

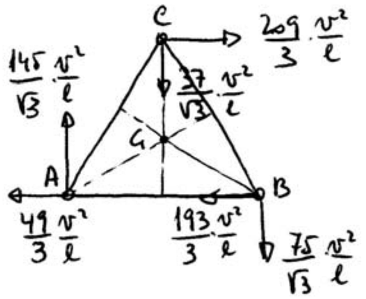
$$(6\omega_C v - a_{a_{C_t}})\cos 30 + \omega_C^2 l \cos 60 = -\omega_B^2 l - \omega^2 l \rightarrow a_{a_{C_t}} = \frac{495}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{v^2}{l}$$

$$\overset{\parallel CA}{a_A} = \overset{\parallel CA}{a_C} + \overset{\parallel CA}{a_{A/C}}$$

$$(2\omega_A v - a_{a_{A_t}})\cos 30 + \omega_A^2 l \cos 60 = -\omega_C^2 l - \omega^2 l \rightarrow a_{a_{A_t}} = \frac{477}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{v^2}{l}$$

Proyectando en cada punto sobre los ejes fijos xy,

$$a_A \Rightarrow \begin{cases} a_{Ax} = -\frac{49}{3} \cdot \frac{v^2}{l} \\ a_{Ay} = \frac{145}{\sqrt{3}} \cdot \frac{v^2}{l} \end{cases} ; \quad a_B \Rightarrow \begin{cases} a_{Bx} = -\frac{193}{3} \cdot \frac{v^2}{l} \\ a_{By} = -\frac{75}{\sqrt{3}} \cdot \frac{v^2}{l} \end{cases} ; \quad a_C \Rightarrow \begin{cases} a_{Cx} = \frac{209}{3} \cdot \frac{v^2}{l} \\ a_{Cy} = -\frac{37}{\sqrt{3}} \frac{v^2}{l} \end{cases}$$



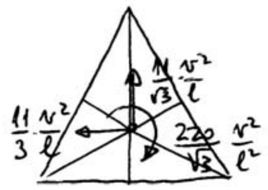
Relacionando A y B,

$$\overset{\perp AB}{a_B} = \overset{\perp AB}{a_A} + \overset{\perp AB}{a_{B/A}}$$

$$-\frac{75}{\sqrt{3}} \cdot \frac{v^2}{l} = \frac{145}{\sqrt{3}} \cdot \frac{v^2}{l} + \alpha l \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{220}{\sqrt{3}} \cdot \frac{v^2}{l^2} \circlearrowright}$$

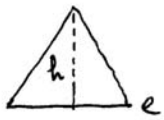
$$\boxed{a_G \Rightarrow \begin{cases} a_{Gx} = a_{Cx} + a_{G/C\,x} = \frac{209}{3} \cdot \frac{v^2}{l} - \alpha \frac{\sqrt{3}}{2} l \frac{l}{3} = -\frac{11}{3} \cdot \frac{v^2}{l} \\ a_{Gy} = a_{Cy} + a_{G/C\,y} = -\frac{37}{\sqrt{3}} \frac{v^2}{l} + \omega^2 \frac{\sqrt{3}}{2} l \frac{2}{3} = \frac{11}{\sqrt{3}} \cdot \frac{v^2}{l} \end{cases}}$$

La solución al problema de aceleraciones se detalla en la figura.



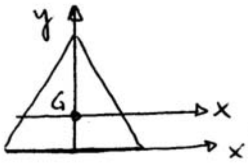
c) Para este apartado se requiere calcular el momento de inercia de la plataforma respecto a su centro de masas.

Se sabe, según indica el enunciado, que:



$$I_e = \frac{1}{6} m h^2$$

En nuestro caso, $I_{x'} = \frac{1}{6} m\left(\frac{\sqrt{3}}{2}l\right)^2 = \frac{1}{8} m l^2$



$$I_{x'} = I_x + m\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}l\right)^2$$

$$I_x = \frac{1}{24} m l^2$$

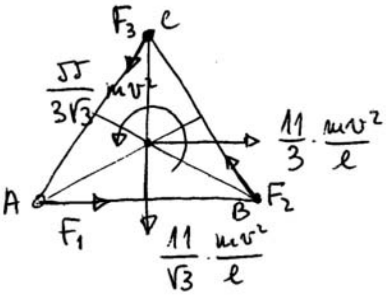
$$I_y = 2\left[\frac{1}{6}\,\frac{m}{2}\left(\frac{l}{2}\right)^2\right] = \frac{1}{24} m l^2$$

Es lógico que salgan iguales. También saldría igual cualquier otro eje por G.

$$I_G = I_x + I_y = \frac{1}{12} m l^2$$

El momento de las fuerzas de inercia en G será,

$$M_G = -I_G\,\alpha = -\frac{1}{12} m l^2\left(-\frac{220}{\sqrt{3}}\frac{v^2}{l^2}\right) = \frac{55}{3\sqrt{3}} m v^2$$



Por tanto, el diagrama de sólido libre de la plataforma queda según se muestra en la figura.

d) A partir de la figura anterior se pueden establecer las ecuaciones de equilibrio:

$$\Sigma M_C = 0$$

$$F_1 \frac{\sqrt{3}}{2} l + \frac{55}{3\sqrt{3}} m v^2 + \frac{11}{3} \cdot \frac{m v^2}{l} \cdot \frac{2}{3} \frac{\sqrt{3}}{2} l = 0$$

$$\boxed{F_1 = -\frac{44}{3} \cdot \frac{m v^2}{l}}$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$F_2 \frac{\sqrt{3}}{2} l + \frac{55}{3\sqrt{3}} m v^2 - \frac{11}{3} \frac{m v^2}{l} \frac{1}{3} \frac{\sqrt{3}}{2} l - \frac{11}{\sqrt{3}} \frac{m v^2}{l} \cdot \frac{l}{2} = 0$$

$$\boxed{F_2 = -\frac{22}{3} \cdot \frac{m v^2}{l}}$$

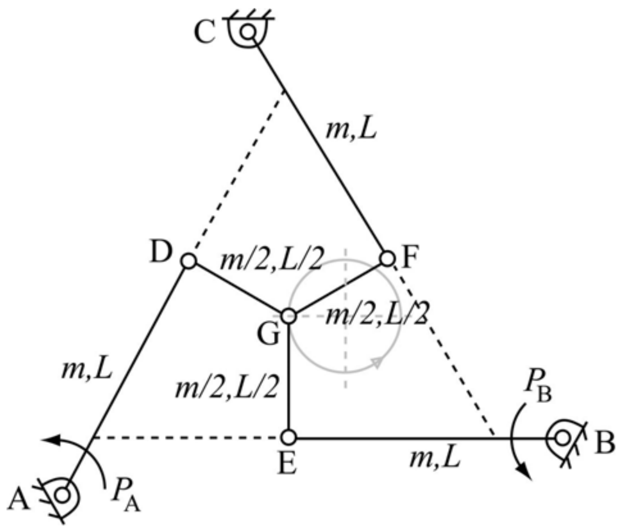
$$\Sigma F_y = 0$$

$$-F_3 \frac{\sqrt{3}}{2} + F_2 \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{11}{\sqrt{3}} \cdot \frac{m v^2}{l} = 0$$

$$\boxed{F_3 = -\frac{44}{3} \cdot \frac{m v^2}{l}}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 04
Nombre ....

La figura muestra un manipulador paralelo plano horizontal de dos grados de libertad. El punto G del manipulador describe una circunferencia de radio *L/4*, y centro sobre la misma horizontal de G en la posición de la figura, dando una vuelta por segundo en sentido antihorario, a velocidad constante.



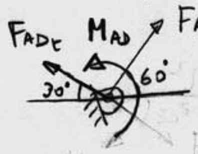
En la posición de la figura, las barras AD, BE y CF, de longitud *L* y masa *m*, se hallan sobre los lados de un triángulo equilátero, mientras que las barras DG, EG y FG, de longitud *L/2* y masa *m/2*, se encuentran perpendiculares, respectivamente, a las anteriores. En las articulaciones A y B se han montado sendos motores rotativos que proporcionan los pares necesarios para lograr el movimiento deseado del manipulador.

El análisis cinemático del mecanismo proporciona los siguientes valores de velocidades y aceleraciones angulares de los elementos del mismo:

Barra	AD	DG	BE	EG	CF	FG
ω	$-\pi/4$	$-\sqrt{3}\pi/2$	$\pi/2$	0	$-\pi/4$	$\sqrt{3}\pi/2$
α	$-(4\sqrt{3}+3)\pi^2/8$	$9\pi^2/8$	0	$-3\pi^2/2$	$(4\sqrt{3}-3)\pi^2/8$	$9\pi^2/8$

Determinar, en la posición representada en la figura:
a) Resultante y momento resultante de las fuerzas de inercia en cada barra.
b) Valor del par motor en A.

a) Barra AD: posee punto fijo, por lo que la reducción de las fuerzas de inercia puede realizarse en A.



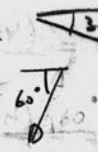
$$F_{AD_n} = m\frac{L}{2}\omega_{AD}^2 = \frac{m L \pi^2}{32}$$

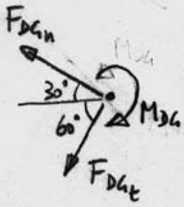
$$F_{AD_t} = m\frac{L}{2}\alpha_{AD} = \frac{(4\sqrt{3}+3)\, m L \pi^2}{16}$$

$$M_{AD} = \frac{1}{3} m L^2 \alpha_{AD} = \frac{(4\sqrt{3}+3)\, m L^2 \pi^2}{24}$$

Barra DG: reducción en el centro de masas. Denominamos a^*_{DG} a la aceleración del centro de masa de esta barra, para evitar la confusión con la aceleración del punto G.

$$\underset{\pi^2 L}{\underrightarrow{a^*_{DG} = a_G}} + a^*_{DG/G} \begin{cases} n & \omega_{DG}^2 \frac{L}{4} = \frac{3\pi^2 L}{16} \\ t & \alpha_{DG}\frac{L}{4} = \frac{9\pi^2 L}{32} \end{cases}$$





$$F_{DG_n} = \frac{m}{2}\left(\frac{3\pi^2 L}{16} + \frac{\sqrt{3}}{2}\pi^2 L\right) = \frac{(3+8\sqrt{3})\, m L \pi^2}{32}$$

$$F_{DG_t} = \frac{m}{2}\left(-\frac{9\pi^2 L}{32} + \frac{1}{2}\pi^2 L\right) = \frac{7\, m L \pi^2}{64}$$

$$M_{DG} = \frac{1}{12}\cdot\frac{m}{2}\cdot\left(\frac{L}{2}\right)^2 \frac{9\pi^2}{8} = \frac{3\, m L^2 \pi^2}{256}$$

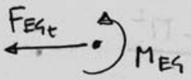
Barra BE: reducción en punto fijo B.

$$F_{BE_n} = m\frac{L}{2}\omega_{BE}^2 = \frac{m L \pi^2}{8}$$

Barra EG : reducción en el centro de masas.

$$a^*_{EG} = a_G + a^*_{EG/G}$$

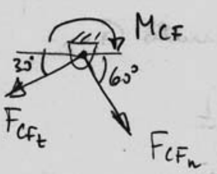
$$\underset{\pi^2 L}{\longrightarrow} \qquad \longleftarrow \ \alpha_{EG}\frac{L}{4} = \frac{3\pi^2}{2}\cdot\frac{L}{4} = \frac{3}{8}\pi^2 L$$



$$F_{EG_t} = \frac{m}{2}\left(\pi^2 L - \frac{3}{8}\pi^2 L\right) = \frac{5mL\pi^2}{16}$$

$$M_{EG} = \frac{1}{12}\frac{m}{2}\left(\frac{L}{2}\right)^2\frac{3\pi^2}{2} = \frac{mL^2\pi^2}{64}$$

Barra CF : reducción en el punto fijo C.



$$F_{CF_n} = m\frac{L}{2}\omega_{CF}^2 = \frac{mL\pi^2}{32}$$

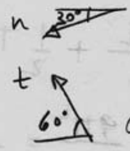
$$F_{CF_t} = m\frac{L}{2}\alpha_{CF} = \frac{(4\sqrt{3}-3)mL\pi^2}{16}$$

$$M_{CF} = \frac{1}{3}mL^2\alpha_{CF} = \frac{(4\sqrt{3}-3)mL^2\pi^2}{24}$$

Barra FG : reducción en el centro de masas.

$$a^*_{FG} = a_G + a^*_{FG/G} \ \Big\langle \begin{array}{l} n:\ \omega_{FG}^2\frac{L}{4} = \frac{3\pi^2 L}{16} \\ t:\ \alpha_{FG}\frac{L}{4} = \frac{9\pi^2 L}{32} \end{array}$$

$$\underset{\pi^2 L}{\longrightarrow}$$

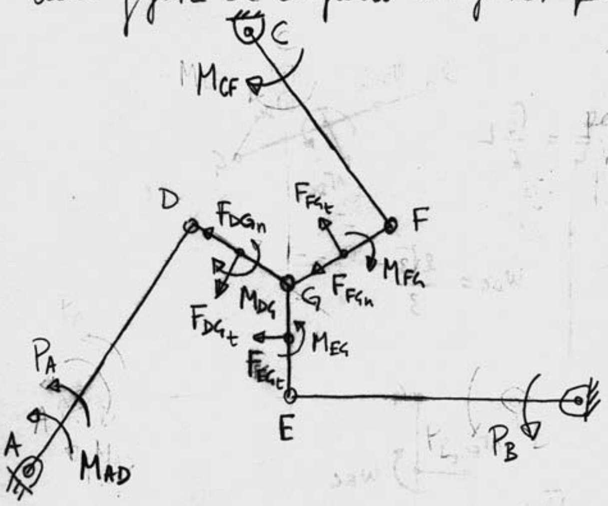


$$F_{FG_n} = \frac{m}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\pi^2 L - \frac{3\pi^2 L}{16}\right) = \frac{(8\sqrt{3}-3)mL\pi^2}{32}$$

$$F_{FG_t} = \frac{m}{2}\left(\frac{\pi^2 L}{2} - \frac{9\pi^2 L}{32}\right) = \frac{7mL\pi^2}{64}$$

$$M_{FG} = \frac{1}{12}\frac{m}{2}\left(\frac{L}{2}\right)^2\frac{9\pi^2}{8} = \frac{3mL^2\pi^2}{256}$$

b) Vistas las fuerzas de inercia en cada barra, vamos a recoger en una figura el conjunto de fuerzas que actúan sobre el manipulador.



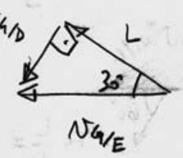
Dado que sólo se requiere el cálculo del par motor en A, recurriremos al principio de potencias virtuales.

Comunicamos una velocidad angular virtual unitaria a la barra AD, y una velocidad angular virtual nula a la barra BE.

$$\omega_{AD} = 1 \text{ sal}, \quad \omega_{BE} = 0$$

$$v_G = v_D + v_{G/D} = v_E + v_{G/E}$$

$$\underset{L}{30^\circ} \qquad \underset{?}{60^\circ} \qquad \underset{0}{\|} \qquad ?$$



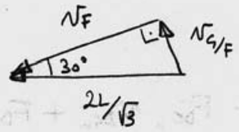
$$v_{G/D} = \frac{\sqrt{3}}{3} L = \omega_{DG} \frac{L}{2} \longrightarrow \omega_{DG} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ entr}$$

$$v_{G/E} = \frac{2L}{\sqrt{3}} = \omega_{EG} \frac{L}{2} \longrightarrow \omega_{EG} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ sal}$$

$$v_G = \frac{2\sqrt{3} L}{3} \longleftarrow$$

$$v_G = v_F + v_{G/F}$$

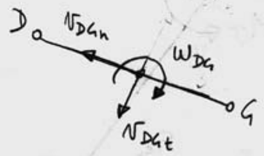
$$\underset{\frac{2L}{\sqrt{3}}}{\longleftarrow} \qquad \underset{?}{30^\circ} \qquad \underset{60^\circ}{?}$$



$$v_F = \frac{2L}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = L = \omega_{CF} L \longrightarrow \omega_{CF} = 1 \text{ entr}$$

$$v_{G/F} = \frac{2L}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3} L = \omega_{FG} \frac{L}{2} \longrightarrow \omega_{FG} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ entr}$$

Para calcular las velocidades virtuales de los centros de masas de las barras DG, EG, FG.

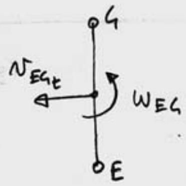


$$v^*_{DG} = v_G + v^*_{DG/G}$$

$$\overleftarrow{\frac{2\sqrt{3}L}{3}} \qquad \angle 60^\circ \quad \omega_{DG}\frac{L}{4} = \frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{L}{4} = \frac{\sqrt{3}}{6}L$$

$$v_{DG_n} = \frac{2\sqrt{3}L}{3}\,\frac{\sqrt{3}}{2} = L \qquad \Bigg| \qquad \omega_{DG} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

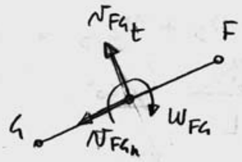
$$v_{DG_t} = \frac{2\sqrt{3}L}{3}\cdot\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6}L = \frac{\sqrt{3}}{6}L$$



$$v^*_{EG} = v_G + v^*_{EG/G}$$

$$\overleftarrow{\frac{2\sqrt{3}L}{3}} \qquad \overrightarrow{\omega_{EG}\frac{L}{4}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{L}{4} = \frac{\sqrt{3}}{3}L$$

$$v_{EG_t} = \frac{\sqrt{3}}{3}L \quad ; \quad \omega_{EG} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$



$$v^*_{FG} = v_G + v^*_{FG/G}$$

$$\overleftarrow{\frac{2\sqrt{3}L}{3}} \qquad \angle 60^\circ \quad \omega_{FG}\frac{L}{4} = \frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{L}{4} = \frac{\sqrt{3}}{6}L$$

$$v_{FG_n} = \frac{2\sqrt{3}L}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = L \qquad \Bigg| \qquad \omega_{FG} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \circlearrowright \text{dextr}$$

$$v_{FG_t} = \frac{2\sqrt{3}L}{3}\cdot\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6}L = \frac{\sqrt{3}}{6}L$$

Ahora se puede calcular la potencia virtual de las fuerzas aplicadas y de inercia:

$$\dot{W} = P_A + M_{AD} + M_{CF} + F_{DG_n}v_{DG_n} + F_{DG_t}v_{DG_t} + M_{DG}\,\omega_{DG} +$$

$$+ F_{EG_t}v_{EG_t} + M_{EG}\,\omega_{EG} + F_{FG_n}v_{FG_n} + F_{FG_t}v_{FG_t} + M_{FG}\,\omega_{FG} = 0$$

$$P_A + \frac{(4\sqrt{3}+3)\, m L^2 \Pi^2}{24} + \frac{(4\sqrt{3}-3)\, m L^2 \Pi^2}{24} + \frac{(3+8\sqrt{3})\, m L^2 \Pi^2}{32} +$$

$$+ \frac{7\, m L^2 \Pi^2}{64} \cdot \frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{3\, m L^2 \Pi^2}{256} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{5\, m L^2 \Pi^2}{16} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} +$$

$$+ \frac{m L^2 \Pi^2}{64} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{3} + \frac{(8\sqrt{3}-3)\, m L^2 \Pi^2}{32} + \frac{7\, m L \Pi^2}{64} \cdot \frac{\sqrt{3}}{6} L +$$

$$+ \frac{3\, m L^2 \Pi^2}{256} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} = 0$$

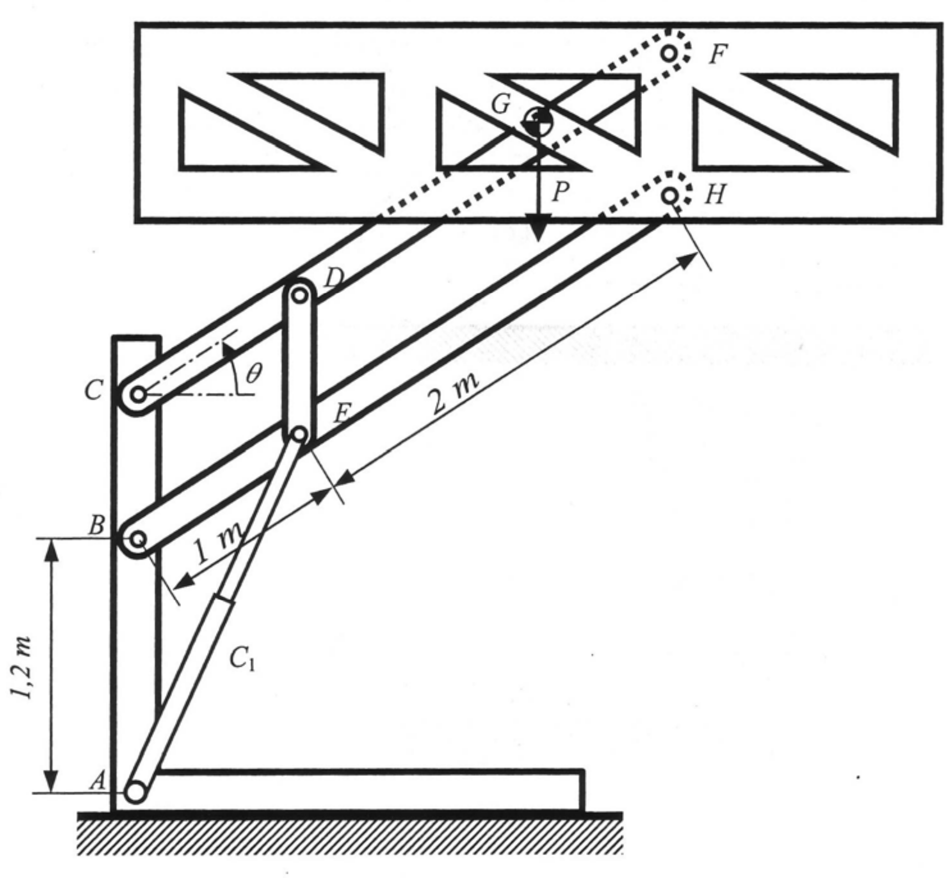
$$P_A + \left(\frac{\sqrt{3}}{3} + \cancel{\frac{3}{32}} + \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{7\sqrt{3}}{384} + \frac{\sqrt{3}}{128} + \frac{5\sqrt{3}}{48} + \frac{\sqrt{3}}{48} + \frac{\sqrt{3}}{4} - \cancel{\frac{3}{32}} +\right.$$

$$\left. + \frac{7\sqrt{3}}{384} + \frac{\sqrt{3}}{128} \right) m L^2 \Pi^2 = 0$$

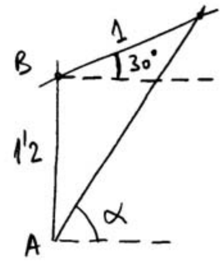
$$\boxed{P_A = -\frac{97}{96}\sqrt{3}\, m L^2 \Pi^2}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Septiembre 04
Nombre ....

En el mecanismo de la figura, obtener la fuerza aplicada por el cilindro hidráulico C_1 para un ángulo θ=30º, sabiendo que el sistema se halla en equilibrio bajo la acción del peso de la plataforma P=5 kN, y que el peso del resto de elementos es despreciable.

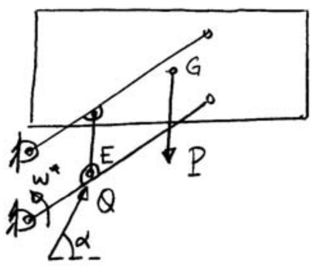


Se va a aplicar el principio de potencias virtuales. El cilindro hidráulico forma un ángulo con la horizontal α,



$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{1'2 + 1 \times \mathrm{sen}\,30}{1 \times \cos 30} \Rightarrow \alpha = 63°$$

Las fuerzas aplicadas sobre el sistema son:



$P = 5000$ N

Q: fuerza aplicada por el cilindro hidráulico

Si se comunica al mecanismo, de 1 grado de libertad, una velocidad angular virtual ω^*, las velocidades virtuales de los puntos de aplicación de las fuerzas son:

$v_G^* = 3\,\omega^*$ Idéntica a la velocidad virtual de los puntos F y H, y de cualquier otro punto de la plataforma, ya que ésta siempre se traslada.

$v_Q^* = 1\,\omega^* = \omega^*$

Entonces, ya se puede calcular la potencia virtual de las fuerzas aplicadas, que deberá ser nula:

$$\dot{W}^* = -P \times 3\omega^* \cos 30° + Q\,\omega^* \cos(90° - \alpha + 30°) = 0$$

$$Q \cos(120° - \alpha) = 3P \cos 30°$$

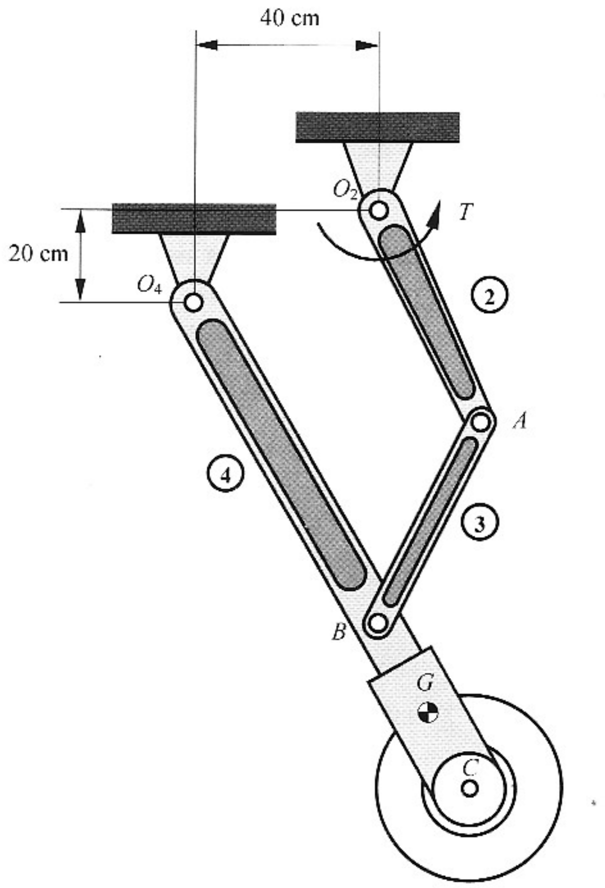
$$Q = \frac{3P\cos 30°}{\cos(120° - \alpha)} = \frac{3 \times 5000 \cos 30°}{\cos(120° - 63°)} = \boxed{23851\ N = Q}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Diciembre 04
Nombre ....

El mecanismo de la figura corresponde al tren de aterrizaje de una avioneta, el cual se repliega al aplicar, sobre la barra 2, un momento T alrededor del eje que pasa por O_2.

La masa del conjunto formado por la barra 4 y la rueda es de 50 kg, con centro de gravedad en G. Las masas de las barras 2 y 3 pueden despreciarse.

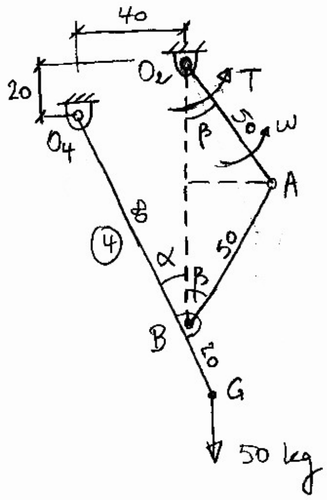
En la posición indicada en la figura, el punto B se encuentra en la misma vertical de O_2. Las dimensiones del mecanismo son: O_4B=80 cm; O_2A=50 cm; AB=50 cm; BG=20 cm.



Determinar, para la posición de la figura:

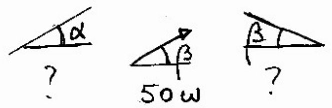
a) Valor del par T que debe aplicarse para elevar la rueda.

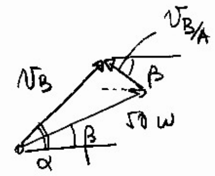
b) Fuerza cortante que debe aguantar el pasador situado en O_2.



El mecanismo es un cuadrilátero articulado. Vamos a aplicar el principio de potencias virtuales. Para ello, daremos una velocidad angular saliente a la barra O_2A, y calcularemos la velocidad del punto G correspondiente.

$$v_B = v_A + v_{B/A}$$





$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{40}{80} = 0'5 \rightarrow \underline{\alpha = 30^\circ}$$

$$O_2B = 80\cos\alpha + 20 =$$
$$= 80\frac{\sqrt{3}}{2} + 20 = 20\left(2\sqrt{3}+1\right)$$
$$\cos\beta = \frac{10\left(2\sqrt{3}+1\right)}{50} = \frac{2\sqrt{3}+1}{5}$$
$$\rightarrow \underline{\beta = 26'77^\circ}$$

$$\begin{cases} 50\,\omega\cos\beta = v_B\cos\alpha + v_{B/A}\cos\beta \\ 50\,\omega\operatorname{sen}\beta + v_{B/A}\operatorname{sen}\beta = v_B\operatorname{sen}\alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} 50\,\omega\cos 26'77^\circ = v_B\cos 30 + v_{B/A}\cos 26'77^\circ \\ 50\,\omega\operatorname{sen} 26'77^\circ + v_{B/A}\operatorname{sen} 26'77^\circ = v_B\operatorname{sen} 30^\circ \end{cases}$$

Para resolver el sistema, multiplicamos la primera ecuación por sen 30, la segunda por cos 30, y restamos.

$$50\,\omega\cos 26'77^\circ\operatorname{sen}30^\circ = v_B\cancel{\operatorname{sen}30}\cos 30^\circ + v_{B/A}\cos 26'77^\circ\operatorname{sen}30^\circ$$
$$-\; 50\,\omega\operatorname{sen}26'77^\circ\cos 30^\circ + v_{B/A}\operatorname{sen}26'77^\circ\cos 30^\circ = v_B\cancel{\operatorname{sen}30^\circ}\cos 30^\circ$$

$$50\,\omega\left(\cos 26'77\operatorname{sen}30 - \operatorname{sen}26'77\cos 30\right) = v_{B/A}\left(\cos 26'77\operatorname{sen}30 + \operatorname{sen}26'77\cos 30\right)$$
$$50\,\omega\operatorname{sen}\left(30 - 26'77\right) = v_{B/A}\operatorname{sen}\left(30 + 26'77\right)$$
$$50\,\omega\operatorname{sen}3'23 = v_{B/A}\operatorname{sen}56'77 \longrightarrow \underline{v_{B/A} = 3'37\,\omega}$$

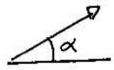
Ahora, volviendo a una cualquiera de las ecuaciones iniciales,

$$50\,\omega\cos 26'77 = v_B\cos 30 + 3'37\,\omega\cos 26'77$$
$$46'63\,\omega\cos 26'77 = v_B\cos 30 \longrightarrow \underline{v_B = 48'07\,\omega}$$

Entonces, la velocidad angular del elemento 4 es,

$$\omega_4 = \frac{v_B}{O_4B} = \frac{48'07\,\omega}{80} = 0'6\,\omega$$

Y la velocidad de G,

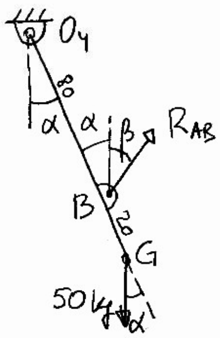
$v_G = \omega_4 \times O_4G = 0'6\,\omega \times 100 = 60\,\omega$ 

Aplicando potencias virtuales,

$\dot{W}^* = T\cancel{\omega} - 50 \times 9'81 \times 60\,\cancel{\omega} \cdot 10^{-2}\,\mathrm{sen}\,30 = 0$

$\boxed{T = 147'15\ \mathrm{Nm}}$

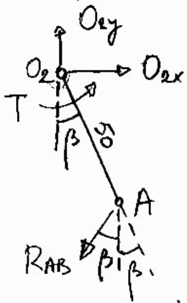
Ahora, aislando la barra O_4G, y tomando momentos en O_4,



$R_{AB} \times 80 \times \mathrm{sen}\,(30 + 26'77) = 50 \times 100\ \mathrm{sen}\,30$

$R_{AB} = 37'36\ \mathrm{kg} = 366'5\ \mathrm{N}$

Y, finalmente, aislando la barra O_2A,



y haciendo el equilibrio de fuerzas horizontal y vertical,

$$\begin{cases} O_{2x} = R_{AB}\,\mathrm{sen}\,\beta \\ O_{2y} = R_{AB}\cos\beta \end{cases}$$

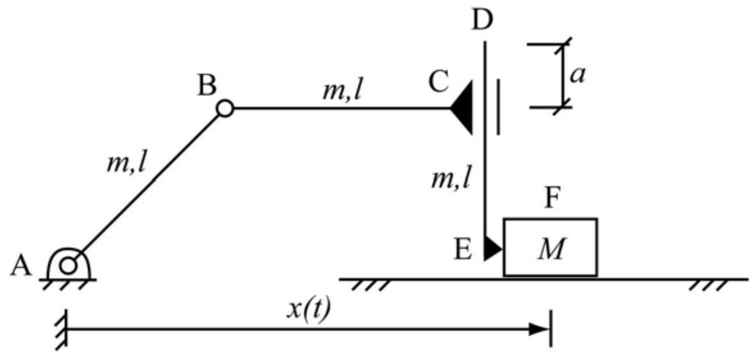
$$\begin{cases} O_{2x} = 366'5 \times \mathrm{sen}\,30 = 183'25\ \mathrm{N} \\ O_{2y} = 366'5 \times \cos 30 = 317'40\ \mathrm{N} \end{cases}$$

Por lo tanto, la fuerza cortante que ha de soportar el pasador situado en O_2 vale,

$$R_{O_2} = \sqrt{O_{2x}^2 + O_{2y}^2} = \sqrt{183'25^2 + 317'40^2} = \boxed{366'50\ \mathrm{N} = R_{O_2}}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 05
Nombre ....

La figura muestra un robot serie de tres brazos que se emplea para empujar a un bloque de masa *M* (punto F) sobre una mesa horizontal. La posición del bloque viene dada por la función del tiempo $x(t)$. En el instante representado, tanto su derivada como su derivada segunda son mayores que cero: $\dot{x} > 0$, $\ddot{x} > 0$.



Los tres brazos del robot tienen masa *m* y longitud *l*. Durante el movimiento del robot, el tercer brazo, DE, se halla siempre vertical, y su extremo E contacta en todo momento sobre el mismo punto del bloque. En la posición representada, la distancia entre la corredera del par prismático C y el extremo superior del tercer brazo D, toma valor *a*. Además, el primer brazo, AB, forma 45º con la horizontal, y el segundo, BC, se halla horizontal.

El robot posee tres motores: motores rotativos en las articulaciones A y B, y un motor lineal en el par prismático C. El sistema se halla sometido a la acción de la gravedad. Los efectos del rozamiento pueden despreciarse.

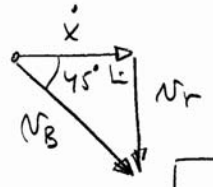
En el instante representado en la figura:
a) Calcular la velocidad angular del primer brazo del robot, AB.
b) Calcular la aceleración angular del primer brazo del robot, AB.
c) Dibujar las fuerzas y momentos aplicados y de inercia sobre el sistema, calculando el valor de fuerzas y momentos de inercia.
d) Determinar la fuerza de contacto entre brazo y bloque en el punto E.
e) Obtener los esfuerzos que ha de soportar el par prismático C.

a) Este apartado se puede resolver de dos formas:

1º) Utilizando las técnicas de cinemática plana.

$v_B = v_a + v_r$ (con DE)

45° ? $\qquad \overrightarrow{v_E} = \dot{x} \qquad |\,?$

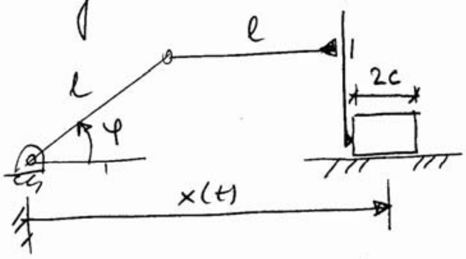


$v_r = \dot{x}$

$v_B = \sqrt{2}\,\dot{x} = \omega_{AB}\, l$

$$\boxed{\omega_{AB} = \frac{\sqrt{2}\,\dot{x}}{l}} \text{ entr}$$

2º) Relacionando $x(t)$ y el giro de la barra AB para cualquier instante, y derivando después.



$x(t) = l\cos\varphi + l + c$

$\dot{x} = -l\dot{\varphi}\,\text{sen}\,\varphi$

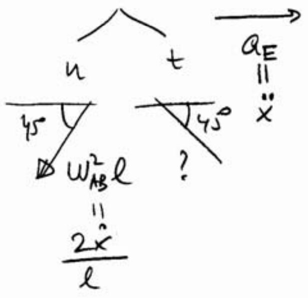
$\dot{\varphi} = -\dfrac{\dot{x}}{l\,\text{sen}\,\varphi}$

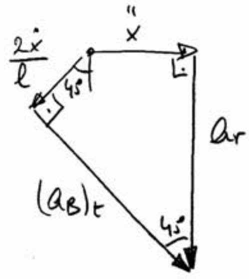
y, para $\varphi = 45°$, $\dot{\varphi} = -\dfrac{\dot{x}}{l/\sqrt{2}} = \omega_{AB} \Rightarrow \boxed{\omega_{AB} = \dfrac{\sqrt{2}\,\dot{x}}{l}}$ entr

b) Análogamente, este apartado admite dos caminos:

1º) $a_B = a_a + a_r + a_{cor}$ (con DE)

$a_{cor} = 0$; $\quad \overrightarrow{a_E} = \ddot{x}$; $\quad a_r \;|\,?$





$\dfrac{\sqrt{2}}{2}(a_B)_t = \ddot{x} + \dfrac{2\dot{x}}{l}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$(a_B)_t = \sqrt{2}\,\ddot{x} + \dfrac{2\dot{x}^2}{l} = \alpha_{AB}\, l \Rightarrow \boxed{\alpha_{AB} = \dfrac{\sqrt{2}\,\ddot{x}}{l} + \dfrac{2\dot{x}^2}{l^2}}$ entr

2º) $\dot{x} = -l\dot{\varphi}\operatorname{sen}\varphi$

$$\ddot{x} = -l\ddot{\varphi}\operatorname{sen}\varphi - l\dot{\varphi}^2\cos\varphi = -l\left(\ddot{\varphi}\operatorname{sen}\varphi + \dot{\varphi}^2\cos\varphi\right)$$

$$\ddot{\varphi} = -\frac{\ddot{x} + l\dot{\varphi}^2\cos\varphi}{l\operatorname{sen}\varphi}$$

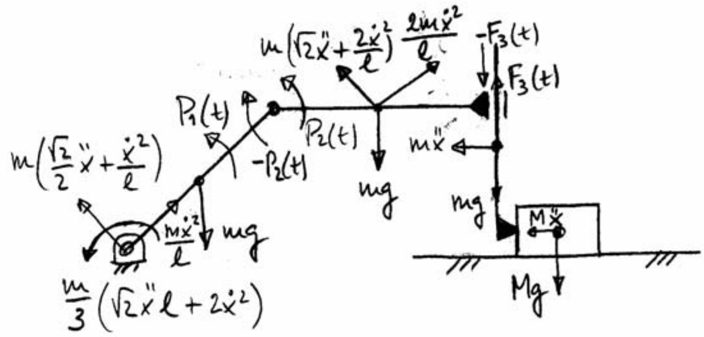
para $\varphi = 45^\circ$, $\dot{\varphi} = -\dfrac{\sqrt{2}\dot{x}}{l} \Rightarrow \ddot{\varphi} = -\left(\dfrac{\sqrt{2}\ddot{x}}{l} + \dfrac{2\dot{x}^2}{l^2}\right) = \alpha_{AB}$

$$\boxed{\alpha_{AB} = \frac{\sqrt{2}\ddot{x}}{l} + \frac{2\dot{x}^2}{l^2} \quad \text{dextr}}$$

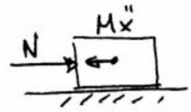
c) Brazo AB: $mW_{AB}^2\dfrac{l}{2} = \dfrac{m\dot{x}^2}{l}$; $m\alpha_{AB}\dfrac{l}{2} = m\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\ddot{x} + \dfrac{\dot{x}^2}{l}\right)$

$$I_A\alpha_{AB} = \frac{1}{3}ml^2\left(\frac{\sqrt{2}\ddot{x}}{l} + \frac{2\dot{x}^2}{l^2}\right) = \frac{m}{3}\left(\sqrt{2}\ddot{x}l + 2\dot{x}^2\right)$$

Brazo BC: $mW_{AB}^2 l = \dfrac{2m\dot{x}^2}{l}$; $m\alpha_{AB}l = m\left(\sqrt{2}\ddot{x} + \dfrac{2\dot{x}^2}{l}\right)$

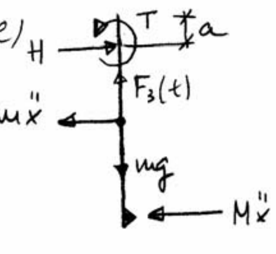


d)



$\boxed{N = M\ddot{x}}$ es la fuerza de contacto

e)



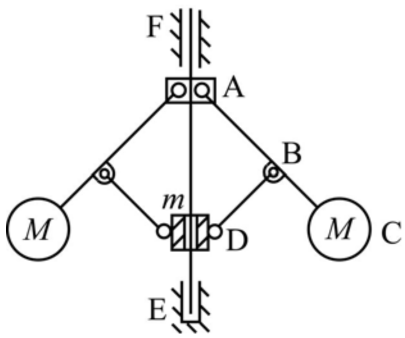
$\boxed{H = (M+m)\ddot{x}}$ es la fuerza que soporta el par prismático

$\boxed{T = M\ddot{x}(l-a) + m\ddot{x}\left(\frac{l}{2}-a\right)}$ es el momento que soporta el par prismático.

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Septiembre 05
Nombre ....

El regulador de Watt, que se muestra en la figura, tuvo una gran importancia en el desarrollo industrial, por tratarse de un mecanismo sencillo que permitía controlar la velocidad de giro de las máquinas. Muestra de la relevancia del dispositivo es su presencia central en el emblema de los ingenieros industriales españoles.

Una variación en la velocidad de giro del eje vertical EF, provoca una variación en la altura de las bolas C, debido al cambio en la fuerza centrífuga que éstas soportan. Como consecuencia, se produce también una variación en la altura de la deslizadera D, que puede ser aprovechada para actuar sobre el sistema de control de potencia de la máquina, y recuperar así la velocidad original.

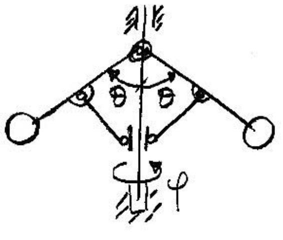


En el regulador de la figura, se considera sólo la masa de las bolas C, y la deslizadera D, con valores M y m respectivamente. Las distancias de interés son AB=BC=BD=L.

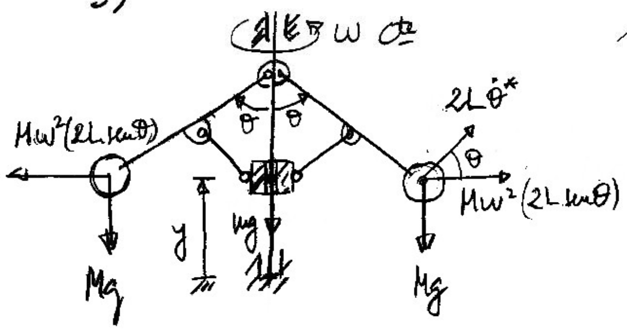
a) Indicar el número de grados de libertad del regulador, y elegir los parámetros que puedan servir para medir el movimiento del sistema.
b) Para una cierta velocidad de giro ω del regulador alrededor del eje vertical EF, calcular la inclinación de las barras AC que hace que el sistema se encuentre en equilibrio, esto es, que tanto ω como la altura de las bolas se mantengan constantes durante el giro del sistema.
c) Supuesto el regulador girando en la posición de equilibrio calculada en el apartado anterior, determinar la fuerza que soporta la barra BD, precisando si dicha barra se encuentra sometida a tracción o a compresión.

d) Obtener la expresión de la energía cinética del sistema para unas condiciones generales de funcionamiento (velocidad de giro ω variable alrededor del eje vertical EF, e inclinación variable de las barras AC).
e) Obtener la expresión de la energía potencial gravitatoria del sistema para unas condiciones generales de funcionamiento.

a) El sistema posee 2 gdl. Los parámetros para medir el movimiento se indican en la figura: φ, θ.



b)



Si se comunica una velocidad angular virtual $\dot{\theta}^*$ a las barras AC, la velocidad de la deslizadera D vale,

$$y = H - 2L\cos\theta$$

$$\dot{y}^* = 2L\dot{\theta}^*\,\text{sen}\,\theta$$

con $H = EA$.

Entonces, la potencial virtual será,

$$\dot{W}^* = -\,mg\,2L\dot{\theta}^*\,\text{sen}\,\theta - (Mg\,2L\dot{\theta}^*\,\text{sen}\,\theta)\times 2 +$$

$$+\left(M\omega^2(2L\,\text{sen}\,\theta)\;2L\dot{\theta}^*\cos\theta\right)\times 2$$

ya que la velocidad de las bolas correspondiente a la velocidad virtual $\dot{\theta}^*$ es $2L\dot{\theta}^*$ en perpendicular a AC, según se muestra en la figura.

Como, según el principio de potencias virtuales, la potencia virtual ha de ser nula, se tiene:

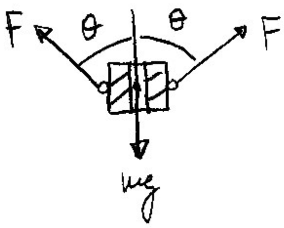
$$8ML^2\omega^2\dot{\theta}^*\,\text{sen}\,\theta\cos\theta = 2\,(2M+m)\,gL\dot{\theta}^*\,\text{sen}\,\theta$$

y despejando,

$$\boxed{\cos\theta = \frac{(2M+m)g}{4ML\omega^2}}$$

este es el ángulo θ para el equilibrio.

c) En la situación de equilibrio,



$$mg = 2F\cos\theta$$

de donde,

$$F = \frac{mg}{2\cos\theta} = \frac{mg}{2}\cdot\frac{4ML\omega^2}{(2M+m)g}$$, luego,

$$\boxed{F = \frac{2MmL\omega^2}{(2M+m)}}$$ es la fuerza de tracción que sufren las barras BD.

d) En una situación general, con $\dot\varphi, \ddot\varphi$, y $\theta, \dot\theta, \ddot\theta$, la energía cinética valdrá:

$$T = \frac{1}{2}m\dot{y}^2 + 2\left(\frac{1}{2}Mv_c^2\right) = \frac{1}{2}m(2L\dot\theta\,\mathrm{sen}\,\theta)^2 +$$

$$+M\left[(2L\dot\theta)^2 + (2L\dot\varphi\,\mathrm{sen}\,\theta)^2\right] = 2mL^2\dot\theta^2\,\mathrm{sen}^2\theta +$$

$$+\ 4ML^2\dot\theta^2 + 4ML^2\dot\varphi^2\,\mathrm{sen}^2\theta =$$

$$= \boxed{4ML^2(\dot\theta^2 + \dot\varphi^2\,\mathrm{sen}^2\theta) + 2mL^2\dot\theta^2\,\mathrm{sen}^2\theta = T}$$

e) En cuanto a la energía potencial,

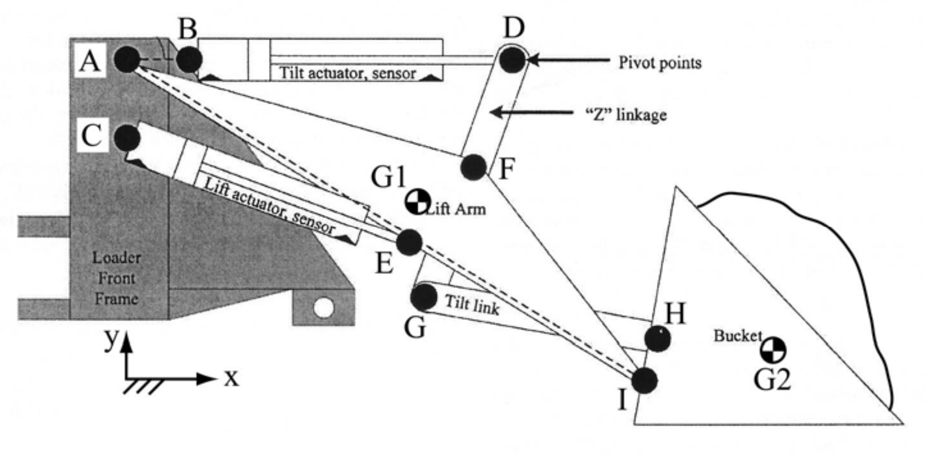
$$V = -mg(2L\cos\theta) - 2(Mg\,2L\cos\theta) =$$

$$= \boxed{-2(2M+m)gL\cos\theta = V}$$

habiendo tomado la cota del punto A como referencia.

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Diciembre 05
Nombre ....

La figura muestra el mecanismo de una máquina cargadora.



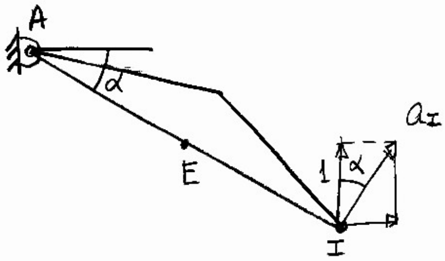
Las coordenadas de los distintos puntos del mecanismo se indican en la tabla siguiente, en mm.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	G1	G2
x	0	280	0	2000	1440	1760	1520	2760	2362	1560	3320
y	1640	1640	1240	1640	640	1040	440	220	0	900	200

a) Indicar el número de grados de libertad del mecanismo.
b) Si el sistema se halla en reposo, y se desea que realice un movimiento tal que la pala mantenga su orientación (para evitar que se caiga la carga), y que la componente vertical de su aceleración en el instante inicial sea de 1 m/s^2, calcular, en ese instante inicial, la aceleración lineal que deberá comunicarse a los pistones, indicando en cada caso si es de alargamiento o acortamiento del pistón.
c) La carga es de 500 kg, y el peso del brazo principal es de 150 kg. El peso del resto de componentes de la máquina puede despreciarse. El valor de la gravedad es $g=9.81$ m/s^2. Dibujar un esquema de la máquina en el instante inicial, e indicar en el mismo las fuerzas y momentos aplicados y de inercia, precisando sus valores, orientaciones y sentidos.

a) El sistema posee 2 gdl, pues hay dos actuadores lineales.

b)



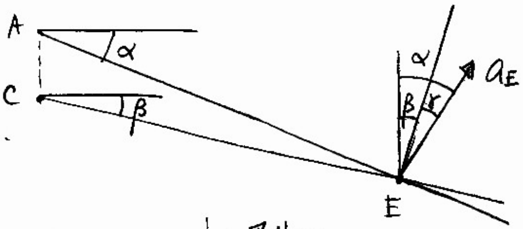
De la pala se sabe que, en el instante inicial, tiene aceleración angular nula (traslación), y aceleración de 1 m/s² en dirección vertical. Entonces,

$$a_I \cos\alpha = 1 \longrightarrow a_I = \frac{1}{\cos 34'78^\circ} = 1'22 \ m/s^2 = \alpha_{AI} \overline{AI}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1000}{1440} \longrightarrow \alpha = 34'78^\circ \qquad \alpha_{AI} = \frac{1'22}{2'876} = 0'42 \ r/s^2 \circlearrowright$$

Sol

$$a_E = \alpha_{AI} \overline{AE} = 0'42 \times 1'753 = 0'74 \ m/s^2$$



$$\operatorname{tg}\beta = \frac{600}{1440} \longrightarrow \beta = 22'62^\circ$$

$$\gamma = \alpha - \beta = 34'78 - 22'62 = 12'16^\circ$$

$$\ddot{\overline{CE}} = a_E \operatorname{sen}\gamma = 0'74 \times \operatorname{sen} 12'16^\circ = \boxed{0'16 \ m/s^2 = \ddot{\overline{CE}}}$$

Alargamiento

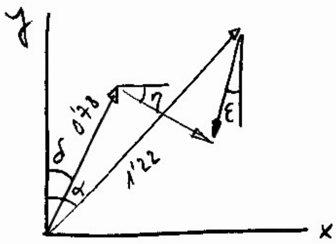
$$a_H = a_I = \ \alpha \nearrow 1'22$$

$$a_F = \alpha_{AI} \overline{AF} = 0'42 \times 1'859 = 0'78 \ m/s^2$$

$$\delta \nearrow a_F \qquad \operatorname{tg}\delta = \frac{600}{1760} \longrightarrow \delta = 18'82^\circ$$

$$a_G = a_H + a_{G/H} = a_F + a_{G/F}$$

$\alpha \nearrow 1'22$	ε ? $\alpha_{GH}\overline{GH}$ $\perp \overline{GH}$	$\delta \nearrow 0'78$	η ? $\alpha_{GF}\overline{GF}$ $\perp \overline{GF}$



$$\operatorname{tg}\varepsilon = \frac{220}{2760-1520} \longrightarrow \varepsilon = 10'06^\circ \ ; \quad \operatorname{tg}\eta = \frac{1760-1520}{600} \longrightarrow \eta = 21'80^\circ$$

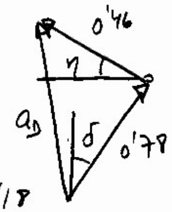
$$\begin{cases} 1'22 \,\text{sen}\,\alpha = 0'78 \,\text{sen}\,\delta + a_{G/F}\cos\eta + a_{G/H}\,\text{sen}\,\varepsilon \\ 1'22\cos\alpha = 0'78\cos\delta + a_{G/F}\,\text{sen}\,\eta + a_{G/H}\cos\varepsilon \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0'7 = 0'25 + a_{G/F}\,0'93 + a_{G/H}\,0'17 \\ 1 = 0'74 + a_{G/F}\,0'37 + a_{G/H}\,0'98 \end{cases} \longrightarrow \begin{array}{l} a_{G/H} = 0'09 \ m/s^2 \\ a_{G/F} = 0'46 \ m/s^2 \end{array}$$

$a_{G/F} = \alpha_{GF}\,\overline{GF} \longrightarrow \alpha_{GF} = \dfrac{0'46}{0'646} = 0'71 \ r/s^2$ final

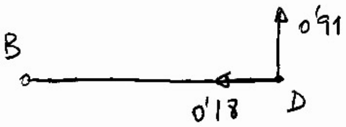
$a_D = a_F + a_{D/F}$

δ 0'78 η $\alpha_{GF}\,\overline{FD} = 0'71 \times 0'646 = 0'46$



$a_{Dx} = 0'78\,\text{sen}\,\delta - 0'46\cos\eta = 0'25 - 0'46 \times 0'93 = -0'18$

$a_{Dy} = 0'78\cos\delta + 0'46\,\text{sen}\,\eta = 0'74 + 0'46 \times 0'37 = 0'91$



$\boxed{\ddot{\overline{BD}} = -0'18 \ m/s^2}$

acortamiento

c) $a_{G1} = \alpha_{AI}\,\overline{AG_1} = 0'42 \times 1'727 = 0'73 \ m/s^2$ ψ 0'73

$\text{tg}\,\psi = \dfrac{740}{1560} \longrightarrow \psi = 25'38°$

$F_{G1} = 150 \times 0'73 = 109'5 \ N$

$a_{G2} = a_H = a_I$ α 1'22

$\alpha = 34'78°$

$F_{G2} = 500 \times 1'22 = 610$

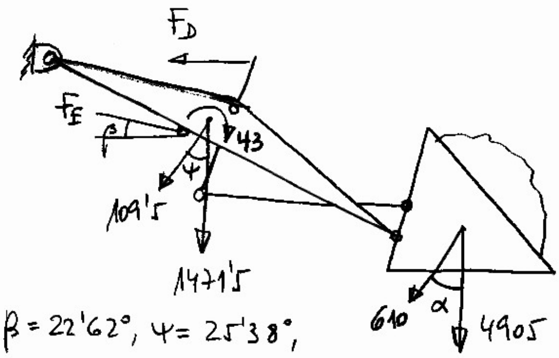
El momento de inercia del brazo principal se ha aproximado por:

$$\left.\begin{array}{l} m_{AI} = 150 \ kg \\ \overline{AI} = 2'876 \ m \end{array}\right\} I = \frac{1}{12} m_{AI}\,\overline{AI}^2 = $$

$$= \frac{1}{12} 150 \times 2'876^2 = 103 \ kg\,m^2$$

y el momento de las fuerzas de inercia en G1,

$I \cdot \alpha_{AI} = 103 \times 0'42 = 43 \ Nm$

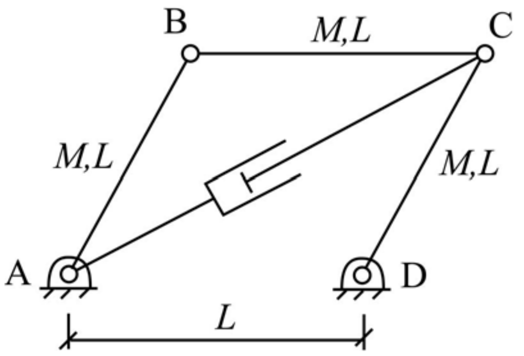


$\beta = 22'62°$, $\psi = 25'38°$,

$\alpha = 34'78°$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 06
Nombre ....

La barra AB del cuadrilátero articulado de la figura gira con velocidad angular constante ω saliente. Las tres barras poseen masa M, uniformemente distribuida, y longitud L. La distancia entre puntos fijos es también L. El conjunto se halla sometido a la acción de la gravedad.

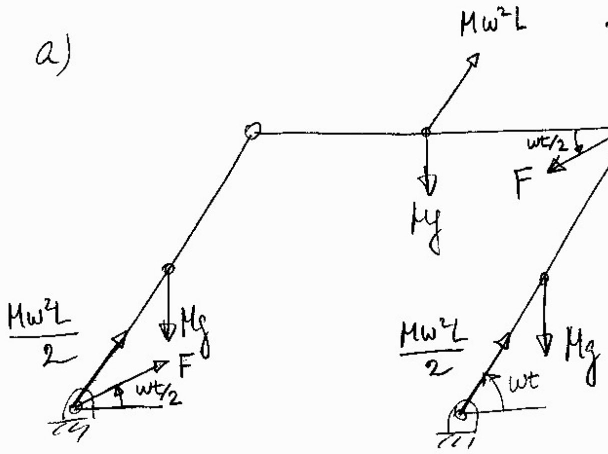


Si el mecanismo es movido por el pistón, cuyos elementos se suponen sin masa:

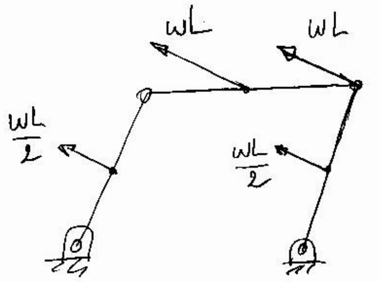
a) Dibujar el sistema en una posición genérica, indicando las fuerzas aplicadas y de inercia que actúan sobre los elementos.

b) Determinar el esfuerzo realizado por el pistón en función del tiempo.

a)



b) Aplicando el principio de potencias virtuales, y utilizando como campo de velocidades el verdadero,



$$\dot{W}^* = -Mg\frac{wL}{2}\cos wt -$$

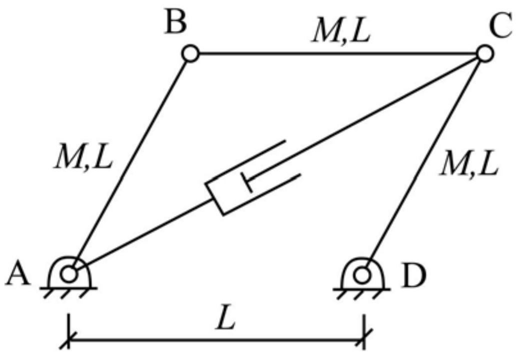
$$-Mg\frac{wL}{2}\cos wt - MgwL\cos wt +$$

$$+ FwL\cos\left(90 - \frac{wt}{2}\right) = 0$$

$$\boxed{F = \frac{2Mg\cos wt}{\operatorname{sen}\frac{wt}{2}}}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Septiembre 06
Nombre ....

La barra AB del cuadrilátero articulado de la figura gira con velocidad angular constante ω saliente. Las tres barras poseen masa M, uniformemente distribuida, y longitud L. La distancia entre puntos fijos es también L. El conjunto se halla sometido a la acción de la gravedad.

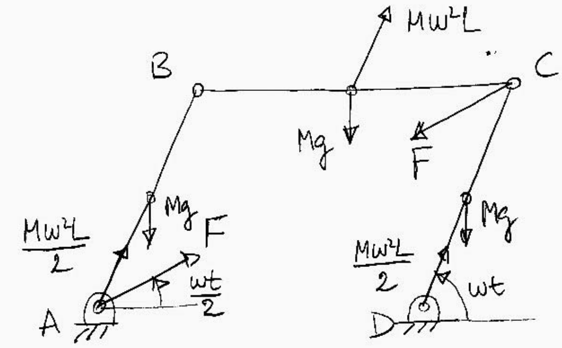


Si el mecanismo es movido por el pistón, cuyos elementos se suponen sin masa:

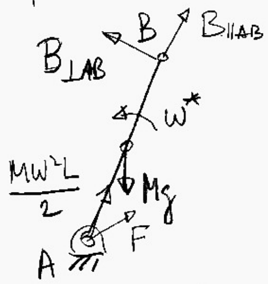
a) Dibujar el sistema en una posición genérica, indicando las fuerzas aplicadas y de inercia que actúan sobre los elementos.

b) Determinar la fuerza de reacción en la articulación B, en función del tiempo.

a)



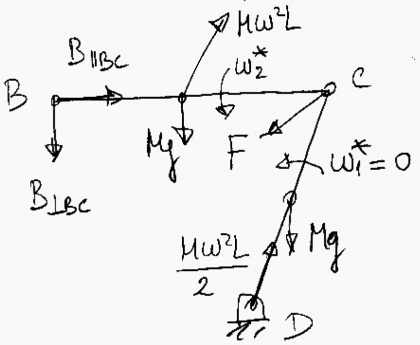
b) En primer lugar, nos quedamos con la barra AB, que posee un grado de libertad, y le comunicamos una velocidad angular virtual ω^*.



$$\dot{W}^* = B_{\perp AB}\,\omega^* L - (Mg\cos\omega t)\,\omega^* \frac{L}{2} = 0$$

$$\underline{B_{\perp AB} = \frac{1}{2} Mg\cos\omega t}$$

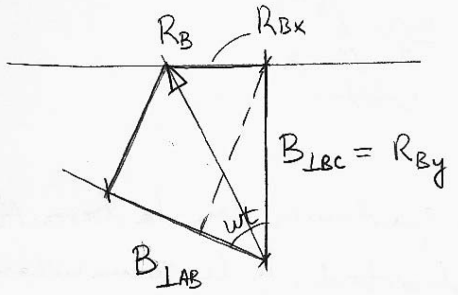
A continuación, nos quedamos con la otra parte del mecanismo, que posee dos grados de libertad. Damos una velocidad angular virtual nula a la barra DC, y una no nula a la barra CB.



$$\dot{W}^* = B_{\perp BC}\,\omega_2^* L + Mg\,\omega_2^* \frac{L}{2} - (M\omega^2 L\,\mathrm{sen}\,\omega t)\,\omega_2^* \frac{L}{2} = 0$$

$$\underline{B_{\perp BC} = \frac{1}{2} M\omega^2 L\,\mathrm{sen}\,\omega t - \frac{1}{2} Mg}$$

Una vez conocidas las componentes de la reacción en B sobre dos direcciones, procedemos a calcular la reacción en B, R_B. Elegimos su cálculo sobre la barra AB.



Proyectando sobre la dirección de $B_{\perp AB}$ tenemos:

$$B_{\perp AB} = B_{\perp BC} \cos \omega t + R_{Bx} \,\mathrm{sen}\, \omega t$$

luego,

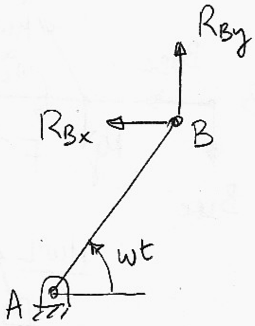
$$R_{Bx} \,\mathrm{sen}\, \omega t = B_{\perp AB} - B_{\perp BC} \cos \omega t =$$

$$= \frac{1}{2} Mg \cos \omega t - \left(\frac{1}{2} M \omega^2 L \,\mathrm{sen}\, \omega t - \frac{1}{2} Mg \right) \cos \omega t$$

$$R_{Bx} \,\mathrm{tg}\, \omega t = Mg - \frac{1}{2} M \omega^2 L \,\mathrm{sen}\, \omega t$$

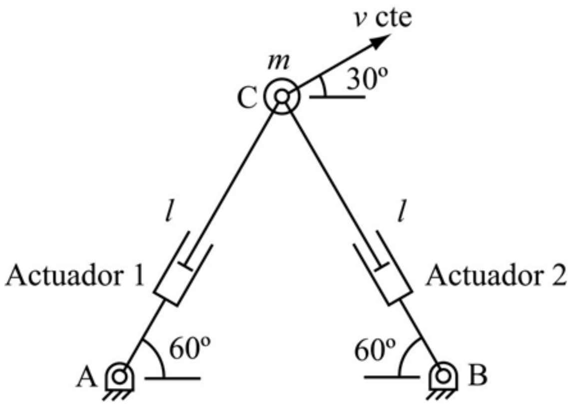
$$\boxed{R_{Bx} = \frac{1}{\mathrm{tg}\, \omega t} Mg - \frac{1}{2} M \omega^2 L \cos \omega t}$$

$$\boxed{R_{By} = \frac{1}{2} M \omega^2 L \,\mathrm{sen}\, \omega t - \frac{1}{2} Mg}$$



Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Diciembre 06
Nombre ....

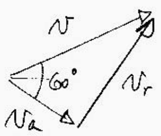
La figura muestra un robot paralelo de dos grados de libertad, que permite posicionar la mano en cualquier punto del espacio de trabajo. En este caso, la mano lleva un masa puntual de valor *m*, mientras que la masa de los actuadores lineales se considera despreciable. En la posición indicada, la longitud de ambos actuadores tiene valor *l*, y la mano se mueve con velocidad constante *v*. El mecanismo se encuentra en un plano horizontal (trabaja sobre una mesa).



Determinar, en el instante representado, para cada actuador:
a) Velocidad (3 puntos).
b) Aceleración (4 puntos).
c) Esfuerzo motor (3 puntos).

a) $v_c = v_a + v_r$ (con 1)

v 30°   ? 30°   ? 60°



$v_a = \frac{v}{2} = \omega_1 l \longrightarrow \omega_1 = \frac{v}{2l}$ entrante

$\boxed{v_{r_1} = \frac{\sqrt{3}}{2} v \quad 60°}$

$v_c = v_a + v_r$ (con 2)

v 30°   ? 30°   60° ?

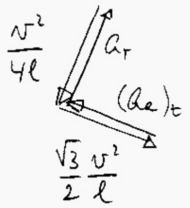
$v_a = v_c = v = \omega_2 l \longrightarrow \omega_2 = \frac{v}{l}$ entrante

$\boxed{v_{r_2} = 0}$

b) $a_c = a_a + a_r + a_{cor}$ (con 1)

$a_c = 0$ a_a: n, t a_r: ? 60° $2\omega_1 \frac{\sqrt{3} v}{2} =$ 30°

n: 60°, $\omega_1^2 l = v^2/4l$ t: 30°, ? $= \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{v^2}{l}$



$\boxed{a_{r_1} = \frac{v^2}{4l} \quad 60°}$

$(a_a)_t = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{v^2}{l} = \alpha_1 l$

$\alpha_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{v^2}{l^2}$ uscente

$a_c = a_a + a_r + a_{cor}$ (con 2) ..

$a_c = 0$

a_a: n, t

n: $60°$, $\omega_2^2 l = v^2/l$

t: $30°$, ?

a_r: $60°$, ?

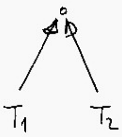
$a_{cor} = 0$

a_r, $\frac{v^2}{l}$

$$\boxed{a_{r_2} = \frac{v^2}{l} \quad 60°}$$

$(a_c)_t = 0 = \alpha_2 l \rightarrow \alpha_2 = 0$

c)



$$\boxed{\begin{array}{l} T_1 = 0 \\ T_2 = 0 \end{array}}$$