Examen de MECANISMOS – Junio 94
Nombre ....

Sean dos ruedas talladas a cero con una cremallera de módulo m=4 mm, ángulo de presión 20^{o}, addendum igual al módulo y dedendum igual también al módulo. Los números de dientes de las ruedas son, respectivamente, 45 y 18 . Calcular:

a) Relación de velocidades entre los ejes que conectan las ruedas.

b) Distancia entre los centros de ambos ejes.

c) Angulos de conducción, arco de conducción y recubrimiento.

d) Si se desea que la distancia entre los centros de los ejes sea de 124 mm sin modificar la relación de velocidades, calcular las correcciones que sería necesario efectuar en el tallado de las ruedas, asegurando que no se produzca interferencia de tallado en ninguna de ellas.

$m = 4$

$\Psi = 20^\circ$

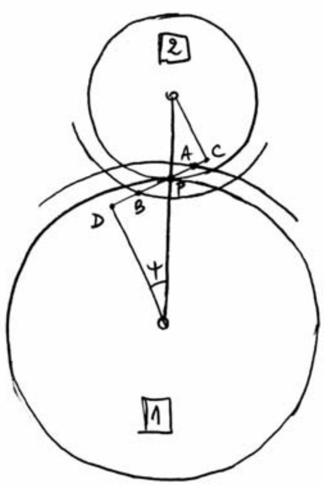
$Z_1 = 45$

$Z_2 = 18$

a) $\dfrac{\omega_1}{\omega_2} = \dfrac{Z_2}{Z_1} = \dfrac{18}{45}$

b) $d = \dfrac{m}{2}(z_1 + z_2) = \dfrac{4}{2}(45+18) = 2 \times 63 = 126$

c)



$\gamma_1 = \dfrac{\overline{AB}}{\rho_1}$

$\rho_1 = R_1 \cos \Psi$

$R_1 = \dfrac{m Z_1}{2}$

Entonces,

$R_1 = \dfrac{4 \times 45}{2} = 90$

$\rho_1 = 90 \cos 20 = 84'5733$

$$\overline{AB} = \overline{AP} + \overline{BP}$$

$* \quad \overline{AP} = \overline{AD} - \overline{PD}$

$$\overline{AD} = \sqrt{(R_1+m)^2 - \rho_1^2} = \sqrt{(90+4)^2 - 84'5723^2} = 41'0308$$

$$\overline{PD} = R_1 \operatorname{sen}\varphi = 90 \operatorname{sen} 20 = 30'7818$$

$$\overline{AP} = 41'0308 - 30'7818 = 10'249$$

$* \quad \overline{BP} = \overline{BC} - \overline{PC}$

$$R_2 = \frac{m z_2}{2} = \frac{4 \times 18}{2} = 36$$

$$\rho_2 = R_2 \cos\varphi = 36 \cos 20 = 33'8289$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(R_2+m)^2 - \rho_2^2} = \sqrt{(36+4)^2 - 33'8289^2} = 21'3449$$

$$\overline{PC} = R_2 \operatorname{sen}\varphi = 36 \operatorname{sen} 20 = 12'3127$$

$$\overline{BP} = 21'3449 - 12'3127 = 9'0322$$

$* \quad \overline{AB} = 10'249 + 9'0322 = 19'2812$

$$\gamma_1 = \frac{\overline{AB}}{\rho_1} = \frac{19'2812}{84'5723} = 0'228 \text{ rad} = \boxed{13'06^\circ = \gamma_1}$$

$$\gamma_2 = \frac{\overline{AB}}{\rho_2} = \frac{19'2812}{33'8289} = 0'57 \text{ rad} = \boxed{32'66^\circ = \gamma_2}$$

$$S\alpha = R_1\gamma_1 = 90 \times 0'228 = 20'52 \text{ mm}$$

$$S\alpha = R_2\gamma_2 = 36 \times 0'57 = 20'52 \text{ mm}$$

ok! $\boxed{S\alpha = 20'52 \text{ mm}}$

$$p = \pi m = 4\pi \quad S_\alpha = 20'52 \quad \Bigg\} \quad Rec. = \frac{S_\alpha}{p} = \frac{20'52}{4\pi} = 1'633$$

$$\boxed{Rec. = 1'633}$$

d)

$d_v = 124$

$d = 126 \ , \ \psi = 20^\circ$

$$d \cos\psi = d_v \cos\psi_v$$

$$\cos\psi_v = \frac{d\cos\psi}{d_v} = \frac{126\cos 20}{124}$$

$$\cos\psi_v = 0'9548 \ , \ \underline{\psi_v = 17'283^\circ}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{Ev(\psi_v) - Ev(\psi)}{2\,tg\,\psi}(z_1 + z_2)$$

$$x_1 + x_2 = \frac{Ev(17'283) - Ev(20)}{2\,tg\,20}(45 + 18)$$

$$x_1 + x_2 = \frac{0'0094946 - 0'0149043}{2 \times 0'36397}(45 + 18)$$

$$x_1 + x_2 = -0'4682$$

A la rueda de 18 dientes no se le puede dar corrección negativa (apenas), luego le damos toda a la de 45.

$$\boxed{\begin{array}{l} x_1 = -0'4682 \\ x_2 = 0 \end{array}}$$

Comprobemos interferencia de tallado en la rueda 1,

$$x_1 \geq 1 - \frac{z_1}{2}\,sen^2\psi = 1 - \frac{45}{2}\,sen^2 20$$

$$x_1 \geq -1'632 \quad \text{OK!}$$

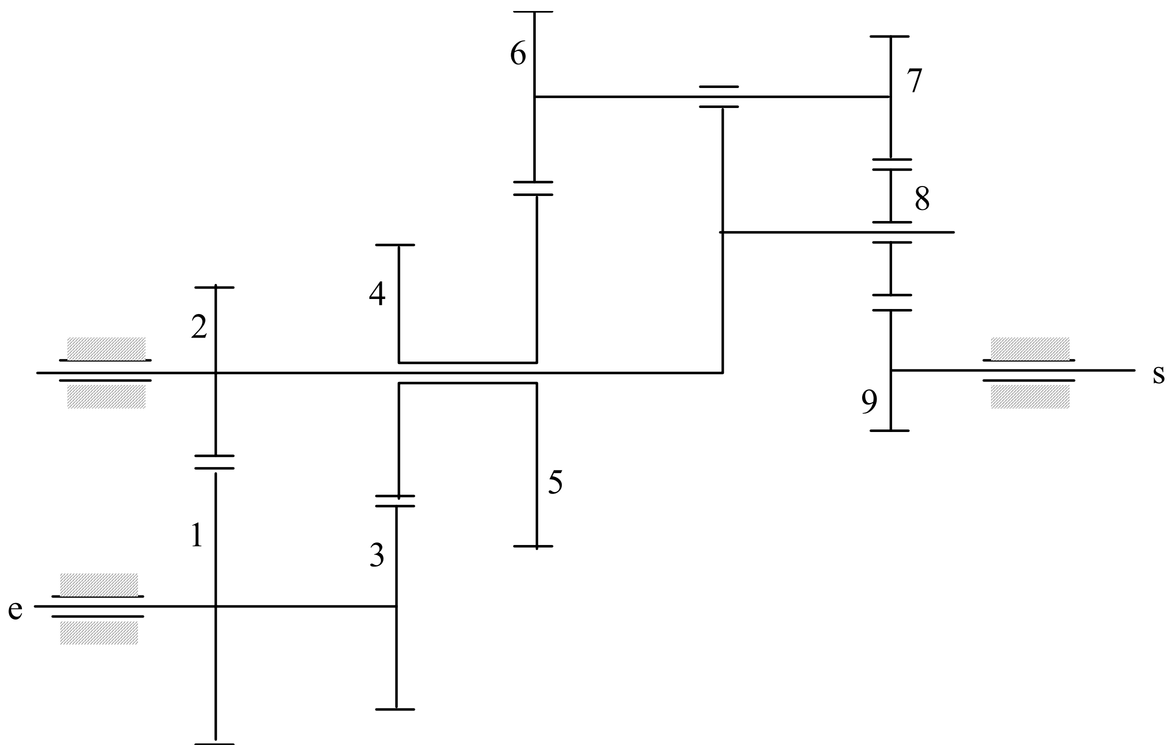
Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 94
Nombre ....

Dado el tren de engranajes de la figura y sabiendo que todas las ruedas tienen el mismo módulo, m = 4 mm:

a) Determinar los números de dientes de las ruedas 4 y 8.

b) Calcular la relación entre la velocidad angular de salida y la de entrada.

c) Obtener las correcciones que habrá que efectuar en las ruedas 1, 2, 3 y 4 si se requiere que la distancia entre sus ejes sea de 104 mm, evitando la interferencia de tallado en las cuatro ruedas.



Datos: $z_1 = 40$; $z_2 = 14$; $z_3 = 36$; $z_5 = 50$; $z_6 = 90$; $z_7 = 30$; $z_9 = 70$.

a) $R_1 + R_2 = R_3 + R_4$

$$\frac{mz_1}{2} + \frac{mz_2}{2} = \frac{mz_3}{2} + \frac{mz_4}{2}$$

$$z_1 + z_2 = z_3 + z_4$$

$$40 + 14 = 36 + z_4$$

$$\boxed{z_4 = 18}$$

$R_5 + R_6 = R_9 + 2R_8 + R_7$

$$\frac{mz_5}{2} + \frac{mz_6}{2} = \frac{mz_9}{2} + 2\frac{mz_8}{2} + \frac{mz_7}{2}$$

$$z_5 + z_6 = z_9 + 2z_8 + z_7$$

$$50 + 90 = 70 + 2z_8 + 30$$

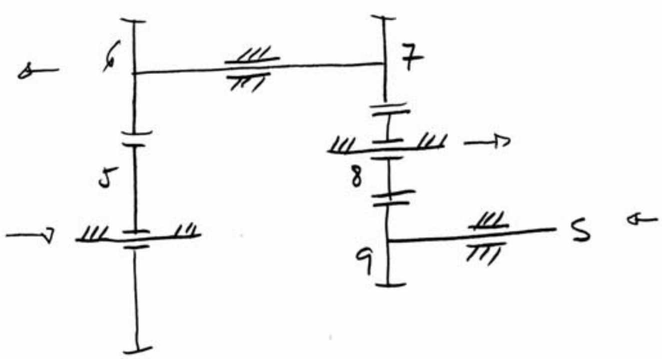
$$\boxed{z_8 = 20}$$

b)

$$\frac{\omega_t}{\omega_e} = -\frac{z_1}{z_2} = -\frac{40}{14} \longrightarrow \omega_t = -\frac{20}{7}\omega_e$$

$$\frac{\omega_4}{\omega_e} = -\frac{z_3}{z_4} = -\frac{36}{18} = -2 \longrightarrow \omega_4 = -2\omega_e$$

Parando el portasatélites, $(-\omega_t)$



$$\frac{\overline{\omega}_s}{\overline{\omega}_5} = -\frac{z_5\, z_7\, \cancel{z_8}}{z_6\, \cancel{z_8}\, z_9} = -\frac{50 \times 30}{90 \times 70} = -\frac{15}{63} = \frac{\omega_s - \omega_t}{\omega_5 - \omega_t}$$

$\omega_5 = \omega_4$

$$-\frac{15}{63} = \frac{\omega_s - \left(-\frac{20}{7}\omega_e\right)}{-2\omega_e - \left(-\frac{20}{7}\omega_e\right)} \quad ; \quad -\frac{15}{63} = \frac{\omega_s + \frac{20}{7}\omega_e}{-2\omega_e + \frac{20}{7}\omega_e}$$

$$-\frac{15}{63} = \frac{\omega_s + \frac{20}{7}\omega_e}{\frac{6}{7}\omega_e}$$

$$-\frac{15}{63}\cdot\frac{6}{7}\omega_e = \omega_s + \frac{20}{7}\omega_e$$

$$\omega_s = \left(-\frac{15\times 6}{63\times 7} - \frac{20}{7}\right)\omega_e$$

$$\frac{\omega_s}{\omega_e} = -\left(\frac{15\times 6}{63\times 7} + \frac{20}{7}\right) = -\left(\frac{90}{441} + \frac{20}{7}\right) = -\frac{150}{49}$$

$$\boxed{\frac{\omega_s}{\omega_e} = -\frac{150}{49}}$$

c)

$$d = R_1 + R_2 = \frac{m z_1}{2} + \frac{m z_2}{2} = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) =$$

$$= \frac{4}{2}(40+14) = 2\times 54 = 108$$

$$d_v = 104$$

$$d\cos\varphi = d_v \cos\varphi_v$$

$$\cos\varphi_v = \frac{d\cos\varphi}{d_v} = \frac{108\cos 20}{104} = 0'9758$$

$$\varphi_v = 12'6216^\circ$$

Corrección 12

$$x_1 + x_2 = \frac{Ev(\varphi_v) - Ev(\varphi)}{2\,tg\,\varphi}(z_1 + z_2)$$

$$E_v(\psi_v) = E_v(12'6216) = 0'003634$$
$$E_v(\psi) = E_v(20) = 0'014904$$

$$x_1 + x_2 = \frac{0'003634 - 0'014904}{2\,tg\,20}(40+14) = -0'836$$

Para que 2 no tenga interferencia de tallado,

$$x_2 \geq 1 - \frac{z_2}{2}\,sen^2\psi = 1 - \frac{14}{2}\,sen^2 20 = 0'1812$$

$$x_2 \geq 0'1812$$

$$x_2 = 0'182$$
$$x_1 = -0'836 - 0'182 = -1'018$$

$$x_1 \geq 1 - \frac{z_1}{2}\,sen^2\psi = 1 - \frac{40}{2}\,sen^2 20 = -1'3396 \quad \text{OK!}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x_1 = -1'018 \\ x_2 = 0'182 \end{array}}$$

Corrección 34

$$x_3 + x_4 = \frac{E_v(\psi_v) - E_v(\psi)}{2\,tg\,\psi}(z_3 + z_4)$$

$$x_3 + x_4 = \frac{0'003634 - 0'014904}{2\,tg\,20}(36+18) = -0'836$$

Dado que 4 está en el límite, no podemos hacerle una corrección negativa, luego todo se va a 3. Veamos si 3 lo soporta.

$$x_3 \geq 1 - \frac{z_3}{2} \operatorname{sen}^2 \varphi = 1 - \frac{36}{2} \operatorname{sen}^2 20 = -1'106 \quad \text{Ok!}$$

Luego,

$$\boxed{\begin{aligned} x_3 &= -0'836 \\ x_4 &= 0 \end{aligned}}$$

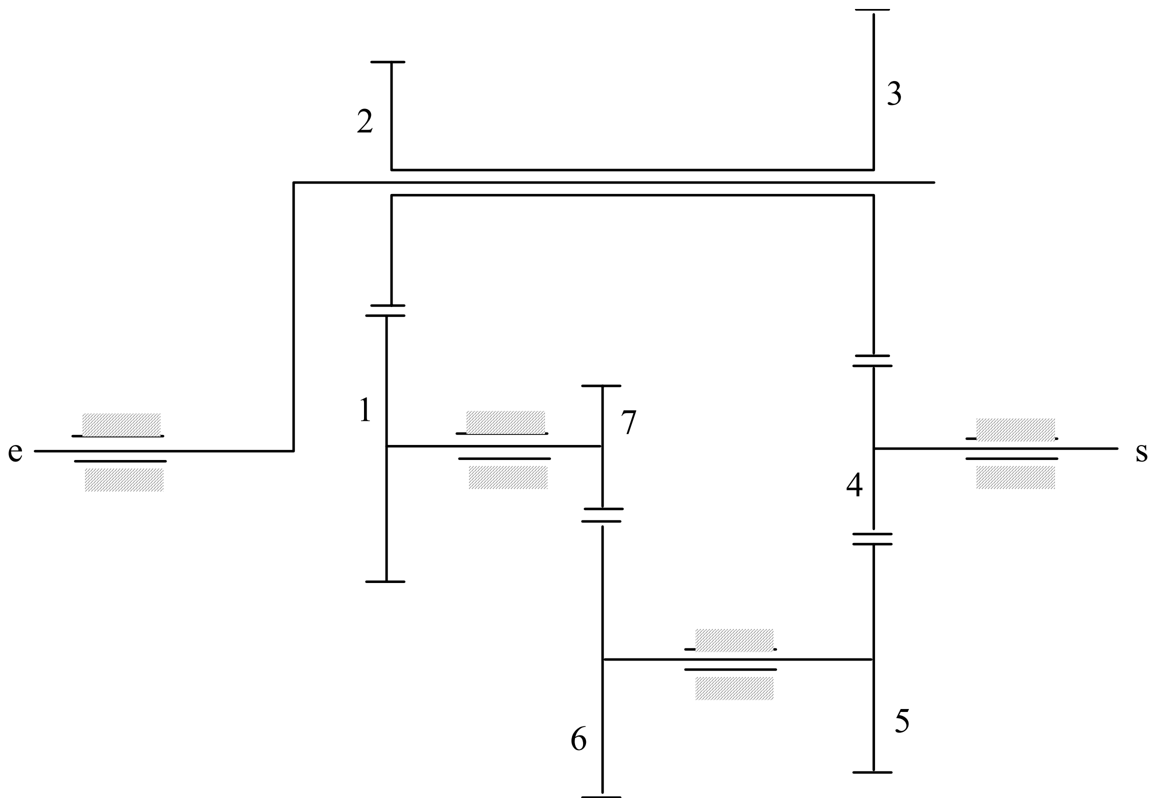
Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Septiembre 94
Nombre ....

En el tren de engranajes de la figura:

a) Calcular los números de dientes de las ruedas 3 y 5.

b) Determinar la relación de velocidades s/e.

c) Con todas las ruedas normales, se cambia la rueda 3 por otra de 35 dientes. Determinar las correcciones que han de hacerse para que el tren funcione correctamente.



Datos: $z_1 = 20$; $z_2 = 30$; $z_4 = 16$; $z_6 = 18$; $z_7 = 18$.

a) $R_1 + R_2 = R_3 + R_4 \Rightarrow z_1 + z_2 = z_3 + z_4 \Rightarrow 20 + 30 = z_3 + 16$

$$\boxed{z_3 = 34}$$

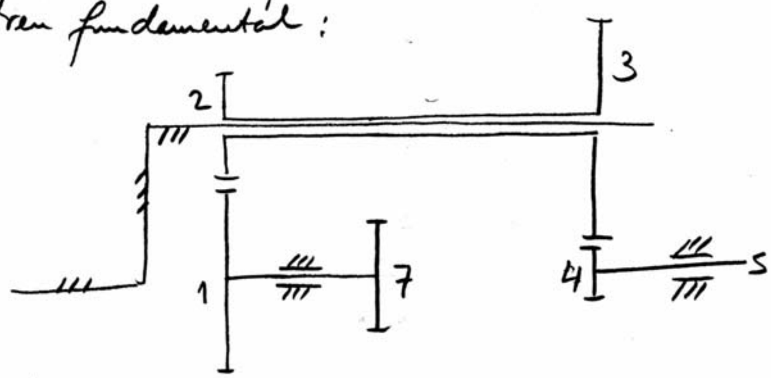
$R_4 + R_5 = R_6 + R_7 \Rightarrow z_4 + z_5 = z_6 + z_7 \Rightarrow 16 + z_5 = 18 + 18$

$$\boxed{z_5 = 20}$$

b)

$$\frac{\omega_{17}}{\omega_S} = \frac{z_6 z_4}{z_7 z_5} = \frac{18 \cdot 16}{18 \cdot 20} = \frac{4}{5} = 0'8 \quad (1)$$

Parando el portasatélites se obtiene el siguiente tren fundamental:



$$\frac{\bar{\omega}_{23}}{\bar{\omega}_{17}} = -\frac{z_1}{z_2} = -\frac{20}{30} = -\frac{2}{3} = \frac{\omega_{23} - \omega_e}{\omega_{17} - \omega_e} \quad (2)$$

$$\frac{\bar{\omega}_{23}}{\bar{\omega}_S} = -\frac{z_4}{z_3} = -\frac{16}{34} = -\frac{8}{17} = \frac{\omega_{23} - \omega_e}{\omega_S - \omega_e} \quad (3)$$

De (1), $\omega_{17} = \frac{4}{5}\omega_S$, y sustituimos en (2) y (3),

$$\left.\begin{aligned} \frac{\omega_{23} - \omega_e}{\frac{4}{5}\omega_S - \omega_e} = -\frac{2}{3} &\longrightarrow \omega_{23} - \omega_e = \frac{2}{3}\left(\omega_e - \frac{4}{5}\omega_S\right) \\ \frac{\omega_{23} - \omega_e}{\omega_S - \omega_e} = -\frac{8}{17} &\longrightarrow \omega_{23} - \omega_e = \frac{8}{17}\left(\omega_e - \omega_S\right) \end{aligned}\right\}$$

$$\frac{2}{3}\left(w_e - \frac{4}{5}w_s\right) = \frac{8}{17}\,(w_e - w_s)$$

$$\frac{2}{3}w_e - \frac{8}{17}w_e = -\frac{8}{17}w_s + \frac{8}{15}w_s$$

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{8}{17}\right)w_e = \left(\frac{8}{15} - \frac{8}{17}\right)w_s$$

$$\frac{w_s}{w_e} = \frac{\frac{2}{3} - \frac{8}{17}}{\frac{8}{15} - \frac{8}{17}} = \frac{\frac{34-24}{\cancel{17}\times 3}}{\frac{17\times 8 - 15\times 8}{15\times\cancel{17}}} = \frac{10\times 5}{16} = \frac{25}{8}$$

$$\boxed{\frac{w_s}{w_e} = \frac{25}{8}}$$

c)

Rueda 3,4

$$d_v = \frac{m}{2}(34+16) = 25\ m$$

$$d = \frac{m}{2}(35+16) = 25'5\ m$$

$$d\cos\varphi = d_v\cos\varphi_v$$

$$25'5\cos 20 = 25\cos\varphi_v \rightarrow \varphi_v = 16'567^\circ$$

$$x_3 + x_4 = \left[Ev(\varphi_v) - Ev(\varphi)\right]\frac{z_3+z_4}{2\,tg\,\varphi}$$

$$Ev(16'567) = 0'00833721$$

$$Ev(20) = 0'0149043$$

$$Ev(\varphi_v) - Ev(\varphi) = -0'0065671$$

$$x_3 + x_4 = -0'0065671 \, \frac{35+16}{2 \, tg \, 20}$$

$$x_3 + x_4 = -0'46$$

Como 4 tiene solamente 16 dientes, necesita una corrección positiva de,

$$x_4 \geq 1 - \frac{z_4}{2} \operatorname{sen}^2 \varphi = 1 - \frac{16}{2} \operatorname{sen}^2 20$$

$$x_4 \geq 0'064$$

En cuanto a 3, acepta una corrección negativa de,

$$x_3 \geq 1 - \frac{z_3}{2} \operatorname{sen}^2 \varphi = 1 - \frac{35}{2} \operatorname{sen}^2 20$$

$$x_3 \geq -1'047$$

Entonces, haremos lo siguiente:

$$\boxed{x_4 = 0'07}$$

$$x_3 = -0'46 - 0'07 = -0'53$$

$$\boxed{x_3 = -0'53}$$

Y ahora, con la corrección que hemos dado a 4, vamos a ver qué corrección necesita 5.

Ruedas 4 y 5

$\varphi_v = \varphi$ pues no hemos cambiado de ruedas.

Entonces $x_4 + x_5 = 0 \Rightarrow x_5 = -0'07$ Veamos si es posible.

$$x_5 \geq 1 - \frac{25}{2} \operatorname{sen}^2 \psi = 1 - \frac{20}{2} \operatorname{sen}^2 20$$

$$x_5 \geq -0'1698$$

Luego $\boxed{x_5 = -0'07}$ es correcto.

Examen de MECANISMOS – Junio 95
Nombre ....

Sean dos ruedas talladas a cero con una cremallera de módulo m=6 mm, ángulo de presión 20^o, addendum igual al módulo y dedendum igual a 1.25 veces el módulo. Los números de dientes de las ruedas son, respectivamente, 25 y 35 . Calcular:

a) Relación de velocidades entre los ejes que conectan las ruedas.

b) Distancia entre los centros de ambos ejes.

c) Angulos de conducción, arco de conducción y recubrimiento.

d) Espesor de diente en la circunferencia exterior y en la circunferencia de fondo para la rueda de 25 dientes.

e) Si se sustituye la rueda de 35 dientes por una de 36, y se desea que la distancia entre centros permanezca invariable, calcular las correcciones que sería necesario efectuar en el tallado de las ruedas, asegurando que no se produzca interferencia de tallado en ninguna de ellas.

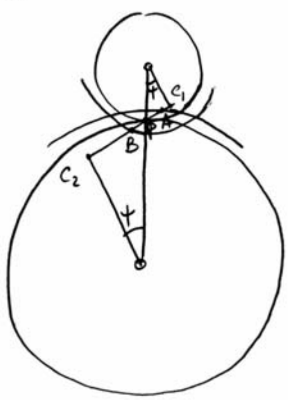
a) $z_1 = 25$

$z_2 = 35$

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{z_1}{z_2} = \boxed{\frac{25}{35} = \frac{\omega_1}{\omega_2}}$$

b) $$d = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{6}{2}(25+35) = 180 \text{ mm}$$

c)



$$\overline{AP} = \overline{AC_2} - \overline{PC_2} = \sqrt{(R_2+a)^2 - (R_2\cos\psi)^2} - R_2 \operatorname{sen}\psi$$

$$\overline{BP} = \overline{BC_1} - \overline{PC_1} = \sqrt{(R_1+a)^2 - (R_1\cos\psi)^2} - R_1 \operatorname{sen}\psi$$

$$R_1 = \frac{m z_1}{2} = \frac{6 \times 25}{2} = 75 \text{ mm}$$

$$R_2 = \frac{m z_2}{2} = \frac{6 \times 35}{2} = 105 \text{ mm}$$

$a = 6$ mm ; $\psi = 20°$

$$\overline{AP} = \sqrt{(105+6)^2 - (105\cos 20)^2} - 105 \operatorname{sen} 20 = 14'94 \text{ mm}$$

$$\overline{BP} = \sqrt{(75+6)^2 - (75\cos 20)^2} - 75 \operatorname{sen} 20 = 14'27 \text{ mm}$$

$$\overline{AB} = \overline{AP} + \overline{BP} = 29'21 \text{ mm}$$

$$\gamma_1 = \frac{\overline{AB}}{\rho_1} = \frac{29'21}{75\cos 20} = 0'4145 \text{ rad} = \underline{23'75^\circ}$$

$$\gamma_2 = \frac{\overline{AB}}{\rho_2} = \frac{29'21}{105\cos 20} = 0'2960 \text{ rad} = \underline{16'96^\circ}$$

$$S_\alpha = \gamma_1 R_1 = \underline{31'09 \text{ mm}} = \gamma_2 R_2 \quad ; \quad p = \pi m = 6\pi$$

$$RC = \frac{S_\alpha}{p} = \frac{31'09}{6\pi} = \underline{1'65}$$

d) $$e_T = R_T \left[\frac{e_A}{R_A} + 2\left(Ev(\phi_A) - Ev(\phi_T) \right) \right]$$

Para la rueda de 25 dientes tenemos que:

$R_A = R_1 = 75$ mm

$e_A = \frac{p}{2} = \frac{m\pi}{2} = \frac{6\pi}{2} = 3\pi$

$\phi_A = \varphi = 20^\circ$

Entonces, para la circunferencia exterior:

$R_T = R_1 + a = 75 + 6 = 81$ mm

$R_T \cos\phi_T = \rho_1 \Rightarrow \cos\phi_T = \frac{\rho_1}{R_T} = \frac{75\cos 20}{81} \Rightarrow \phi_T = 29'53^\circ$

$$e_T = 81\left[\frac{3\pi}{75} + 2\left(Ev(20) - Ev(29'53) \right) \right] = \underline{4'32 \text{ mm}}$$

Y para la circunferencia de fondo:

$R_T = R_1 - d = R_1 - 1'25m = 75 - 1'25 \times 6 = 67'5$ mm

$R_T \cos\phi_T = \rho_1 \Rightarrow \cos\phi_T = \frac{\rho_1}{R_T} = \frac{75\cos 20}{67'5} \Rightarrow \cos\phi_T > 1$

Esto quiere decir que la circunferencia de fondo se encuentra por debajo de la circunferencia base. Calculemos entonces el espesor de diente en la circunferencia base.

$$R_T = \rho_1 = 75 \cos 20 = 70'48 \text{ mm}$$

$$\phi_T = 0$$

$$e_T = 70'48 \left[\frac{3\pi}{75} + 2 \left[Ev(20) - Ev(0) \right] \right] = \underline{10'96 \text{ mm}}$$

e) Si tenemos $z_1 = 25$, $z_2 = 36$, su distancia de funcionamiento si no se corrigieran las ruedas sería,

$$d = \frac{m}{2} (z_1 + z_2) = \frac{6}{2} (25 + 36) = 183 \text{ mm}$$

Pero se desea que funcionen a la distancia a la que funcionaban las ruedas de 25 y 35 sin corrección, es decir,

$$d_v = \frac{m}{2} (z_1 + z_2^{ant}) = \frac{6}{2} (25 + 35) = 180 \text{ mm}$$

Entonces,

$$d \cos \psi = d_v \cos \psi_v$$

$$183 \cos 20 = 180 \cos \psi_v \quad \Rightarrow \quad \psi_v = 17'185^\circ$$

$$x_1 + x_2 = \left[Ev(\psi_v) - Ev(\psi) \right] \frac{z_1 + z_2}{2 \operatorname{tg} \psi}$$

$$x_1 + x_2 = \left[Ev(17'185) - Ev(20) \right] \frac{25 + 36}{2 \operatorname{tg} 20} = -0'4671$$

Como la corrección es negativa, se reparte proporcionalmente al número de dientes de las ruedas,

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{z_1}{z_2} = \frac{25}{36} \; ; \quad x_1 = \frac{25}{36} x_2$$

$$\left(1 + \frac{25}{36} \right) x_2 = -0'4671 \quad \Rightarrow \quad \underline{x_2 = -0'2757} \; ; \quad \underline{x_1 = -0'1914}$$

Comprobemos ahora que con esas correcciones negativas las ruedas no sufren interferencia de tallado.

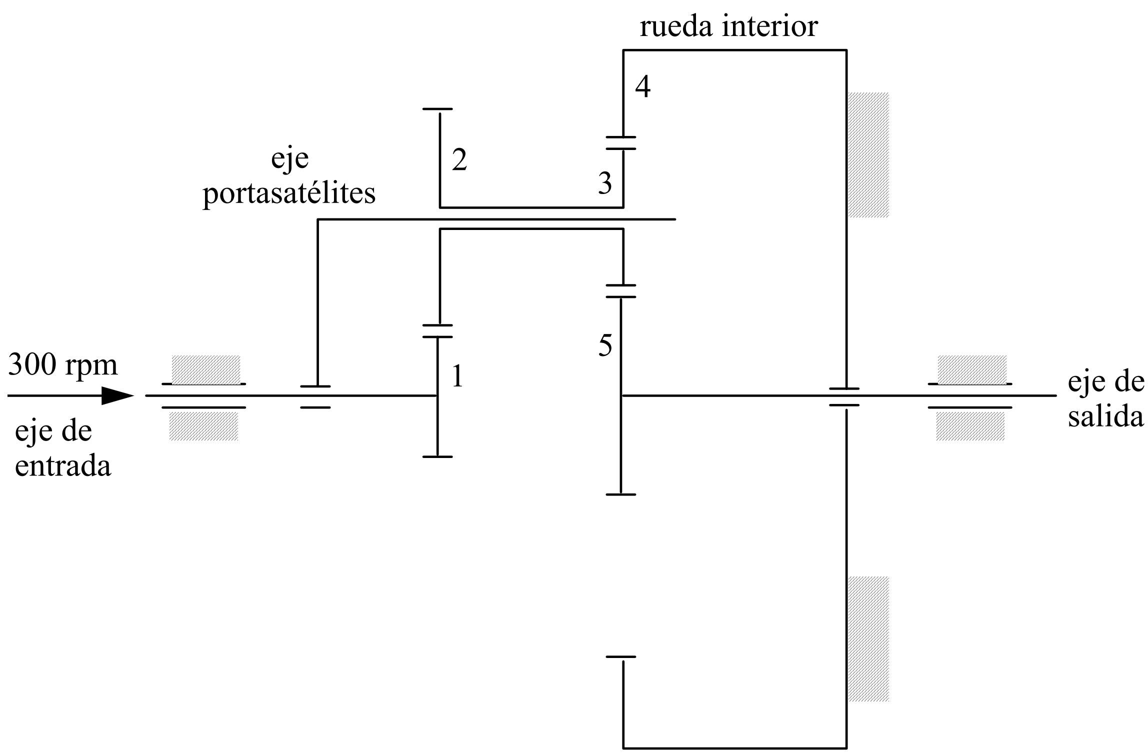
$$x_1 \geq 1'25 - \frac{z_1}{2} \operatorname{sen}^2 \varphi = 1'25 - \frac{25}{2} \operatorname{sen}^2 20 = -0'2122$$

$$x_2 \geq 1'25 - \frac{z_2}{2} \operatorname{sen}^2 \varphi = 1'25 - \frac{36}{2} \operatorname{sen}^2 20 = -0'8556$$

Luego, en efecto, no hay problemas de interferencia de tallado.

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 95
Nombre ....

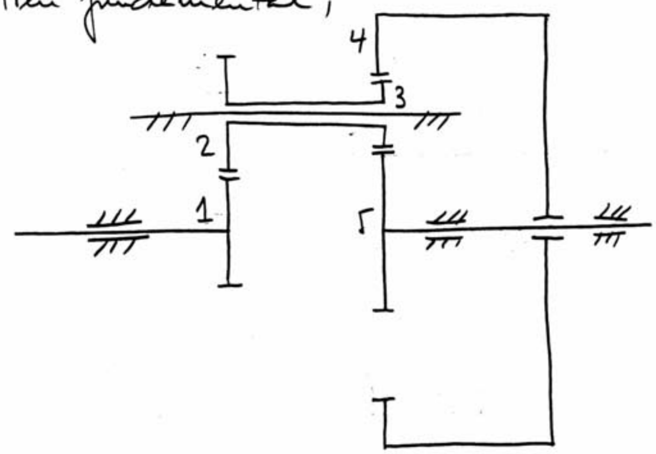
En el tren de engranajes de la figura, todas las ruedas son normales y tienen el mismo módulo m. Los números de dientes son: z_1=26, z_2=32, z_3=22, z_4=80.
Calcular:
a) Número de dientes de la rueda 5.
b) Velocidad angular de salida si la velocidad angular de entrada es 300 rpm en el sentido indicado en la figura.
c) Si la rueda 1 se cambiara por otra del mismo módulo y 27 dientes, obtener las correcciones que sería necesario efectuar en las ruedas 1 y 2 para lograr un correcto funcionamiento.



a) $R_5 + 2R_3 = R_4 \Rightarrow \frac{m z_5}{2} + 2\frac{m z_3}{2} = \frac{m z_4}{2}$

$z_5 + 2z_3 = z_4 \Rightarrow z_5 + 2\times 22 = 80 \Rightarrow \boxed{z_5 = 36}$

b) Tren fundamental,



(1) $\frac{\bar{\omega}_s}{\bar{\omega}_e} = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_5} \Rightarrow \frac{\omega_s - \omega_t}{\omega_e - \omega_t} = \frac{26\times 22}{32\times 36}$

$\frac{\omega_s - \omega_t}{300 - \omega_t} = 0'4965$

$\omega_s - \omega_t = 148'96 - 0'4965\,\omega_t$

$\omega_s - 148'96 = 0'5035\,\omega_t$

$\underline{\omega_t = 1'9861\,\omega_s - 295'85}$

(2) $\frac{\bar{\omega}_4}{\bar{\omega}_e} = -\frac{z_1 z_3}{z_2 z_4} \Rightarrow \frac{\cancel{\omega_4}^{\,0} - \omega_t}{\omega_e - \omega_t} = -\frac{26\times 22}{32\times 80}$

$\frac{\omega_t}{300 - \omega_t} = 0'2234$

$$\omega_t = 67'031 - 0'2234\,\omega_t$$

$$1'2234\,\omega_t = 67'031$$

$$\boxed{\omega_t = 54'791 \text{ rpm}}$$

Y volviendo a (1),

$$54'791 = 1'9861\,\omega_s - 295'85$$

$$\boxed{\omega_s = 176'55 \text{ rpm}} \longrightarrow$$

c) $$d_v = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{m}{2}(26+32) = 29\,m$$

$$d = \frac{m}{2}(z_1^* + z_2) = \frac{m}{2}(27+32) = 29'5\,m$$

$$d \cos\varphi = d_v \cos\varphi_v$$

$$29'5\,m \cos 20 = 29\,m \cos\varphi_v$$

$$\underline{\varphi_v = 17'08^\circ}$$

$$x_1 + x_2 = \Big[\underbrace{Ev(17'08)}_{9'15587\cdot 10^{-3}} - \underbrace{Ev(20)}_{0'0149043}\Big]\frac{27+32}{2\,tg\,20}$$

$$\underline{x_1 + x_2 = -0'4659}$$

$z_1 = 27$

$z_2 = 32$

Como la corrección es negativa, daremos más al más grande.

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{27}{32} \rightarrow x_1 = \frac{27}{32} x_2$$

$$\left(\frac{27}{32} + 1\right) x_2 = -0'4659$$

$$\boxed{\begin{aligned} x_2 &= -0'2527 \\ x_1 &= -0'2132 \end{aligned}}$$

Comprobemos ahora que no se produce interferencia de tallado en ninguna de las dos ruedas.

$$x_1 \geq 1'25 - \frac{z_1}{2} \operatorname{sen}^2 \varphi = 1'25 - \frac{27}{2} \operatorname{sen}^2 20 = -0'3292$$

$$x_2 \geq 1'25 - \frac{z_2}{2} \operatorname{sen}^2 \varphi = 1'25 - \frac{32}{2} \operatorname{sen}^2 20 = -0'6216$$

En efecto, la solución es válida.

Examen de MECANISMOS – Junio 96
Nombre ....

Se pretende conectar dos ejes paralelos de una máquina que distan 20 cm mediante dos engranajes cilíndricos rectos, de manera que la relación de velocidades entre ambos ejes sea 5.1875. Diseñar ambas ruedas si el módulo es 4 mm y el número máximo de dientes admisible es 100.

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{1}{5+0'1875} = \frac{1}{1+\frac{1}{5+0'3333}} = \frac{1}{5+\frac{1}{5+\frac{1}{3}}} = \frac{16}{83} = \frac{z_2}{z_1}$$

luego la relación puede conseguirse con exactitud.

$$\boxed{z_1 = 83, \quad z_2 = 16}$$

La distancia de funcionamiento de los engranajes sin corregir es,

$$d = \frac{m}{2}(z_1+z_2) = \frac{4}{2}(83+16) = 198 \text{ mm}$$

y se desea que funcionen a 200 mm. Entonces,

$$d_v = 200 \;;\; d = 198$$

$$d\cos\psi = d_v \cos\psi_v$$

$$\cos\psi_v = \frac{d\cos\psi}{d_v} = \frac{198\cos 20}{200} = 0'93$$

$$\underline{\psi_v = 21'519^\circ}$$

La suma de correcciones ha de valer,

$$x_1 + x_2 = \left[Ev(\psi_v) - Ev(\psi) \right] \frac{z_1+z_2}{2\,tg\,\psi}$$

$$x_1 + x_2 = \left[Ev(21'519) - Ev(20) \right] \frac{83+16}{2\,tg\,20}$$

$$x_1 + x_2 = 0'5184$$

Vamos a repartir de manera inversamente proporcional al número de dientes, ya que la corrección es positiva.

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{16}{83} \longrightarrow x_1 = \frac{16}{83} x_2$$

$$\left(\frac{16}{83} + 1 \right) x_2 = 0'5184 \longrightarrow x_2 = 0'4346$$

$$x_1 = 0'5184 - x_2 = 0'5184 - 0'4346 = 0'0838$$

Veamos si la rueda 2 tiene, con esta corrección, problemas de interferencia de tallado.

$$x_2 \geq 1 - \frac{z_2}{2} \operatorname{sen}^2 \varphi = 1 - \frac{16}{2} \operatorname{sen}^2 20 = 0'0642$$

Luego no hay problema.

$$\boxed{\begin{array}{l} x_1 = 0'0838 \\ x_2 = 0'4346 \end{array}}$$

Los radios primitivos de funcionamiento serán,

$$R_{1v} \cos \varphi_v = \rho_1 = R_1 \cos \varphi$$

$$R_{1v} = \frac{R_1 \cos \varphi}{\cos \varphi_v} = \frac{\frac{m z_1}{2} \cos \varphi}{\cos \varphi_v} = \frac{\frac{4 \times 83}{2} \cos 20}{\cos 21'519} = 167'6767 \text{ mm}$$

$$d_v = R_{1v} + R_{2v}$$

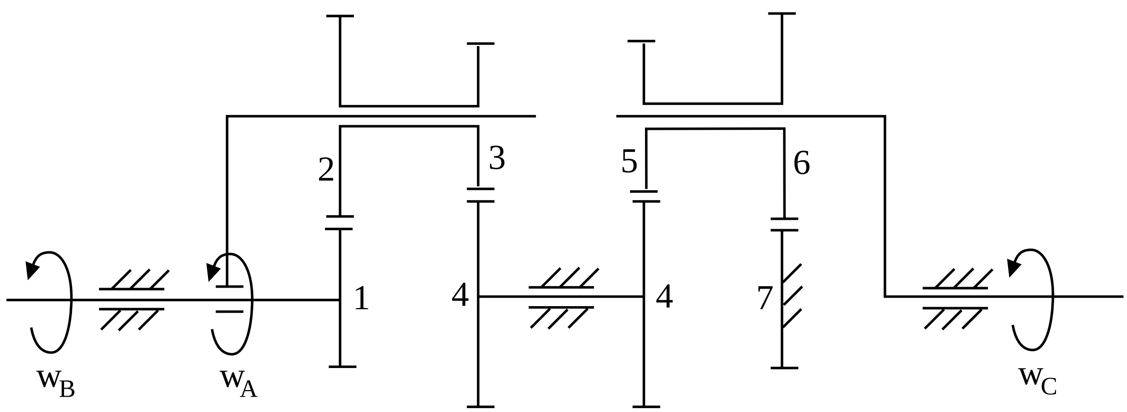
$$R_{2v} = d_v - R_{1v} = 200 - 167'6767 = 32'3232 \text{ mm}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 96
Nombre...

Se desea que el tren epicicloidal de la figura sea sumador, es decir, que la velocidad angular de salida sea suma de las dos de entrada,

$$w_C = w_A + w_B$$

Sabiendo que z_1=28 y z_2=42, que los dos portasatélites tienen el mismo radio y que todas las ruedas son de igual módulo, determinar los números de dientes z_3, z_4, z_5, z_6 y z_7.



Imponiendo la igualdad de ambos portasatélites resulta,

$$\begin{cases} z_1+z_2 = z_3+z_4 \\ z_1+z_2 = z_4+z_5 \\ z_1+z_2 = z_6+z_7 \end{cases}$$

Pero como z_1 y z_2 son conocidos,

$$\begin{cases} z_3+z_4 = 70 & (1) \\ z_4+z_5 = 70 & (2) \\ z_6+z_7 = 70 & (3) \end{cases}$$

Ahora, vamos a obtener la velocidad angular de salida, ω_C, en función de las de entrada, ω_A y ω_B.

Parando el portasatélites de la izquierda $(-\omega_A)$ tenemos,

$$\frac{\bar{\omega}_4}{\bar{\omega}_B} = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4} \Rightarrow \frac{\omega_4-\omega_A}{\omega_B-\omega_A} = k_1$$

$$\omega_4 = \omega_A + k_1(\omega_B-\omega_A) \qquad (a)$$

Parando el portasatélites de la derecha $(-\omega_C)$ tenemos,

$$\frac{\bar{\bar{\omega}}_7}{\bar{\bar{\omega}}_4} = \frac{z_4 z_6}{z_5 z_7} \Rightarrow \frac{\cancel{\omega_7}-\omega_C}{\omega_4-\omega_C} = k_2$$

$$\omega_C = k_2(\omega_C-\omega_4) \qquad (b)$$

Introduciendo (a) en (b) y agrupando términos se obtiene,

$$\omega_C = \frac{k_2(1-k_1)}{k_2-1}\omega_A + \frac{k_1 k_2}{k_2-1}\omega_B$$

Como se desea que el tren sea sumador, esto es, que

$$\omega_C = \omega_A + \omega_B$$

hay que imponer que los coeficientes que acompañan a ω_A y ω_B sean iguales a la unidad. Entonces,

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{k_2(1-k_1)}{k_2-1} = 1 \Rightarrow k_1 k_2 = 1 \\[2ex] \dfrac{k_1 k_2}{k_2-1} = 1 \Rightarrow k_1 k_2 = k_2 - 1 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} k_1 = 1/2 \\[2ex] k_2 = 2 \end{array}$$

Es decir,

$$\frac{z_1 z_3}{z_2 z_4} = k_1 \Rightarrow \frac{z_3}{z_4} = \frac{3}{4} \qquad (4)$$

$$\frac{z_4 z_6}{z_5 z_7} = k_2 \Rightarrow \frac{z_4 z_6}{z_5 z_7} = 2 \qquad (5)$$

Ya se tienen, por tanto, cinco ecuaciones para obtener las cinco incognitas:

$$\left\{\begin{array}{ll} z_3 + z_4 = 70 & (1) \\ z_4 + z_5 = 70 & (2) \\ z_6 + z_7 = 70 & (3) \\ \dfrac{z_3}{z_4} = \dfrac{3}{4} & (4) \\[2ex] \dfrac{z_4 z_6}{z_5 z_7} = 2 & (5) \end{array}\right.$$

De (1) y (4) se obtienen, $\boxed{z_3 = 30}$, $\boxed{z_4 = 40}$

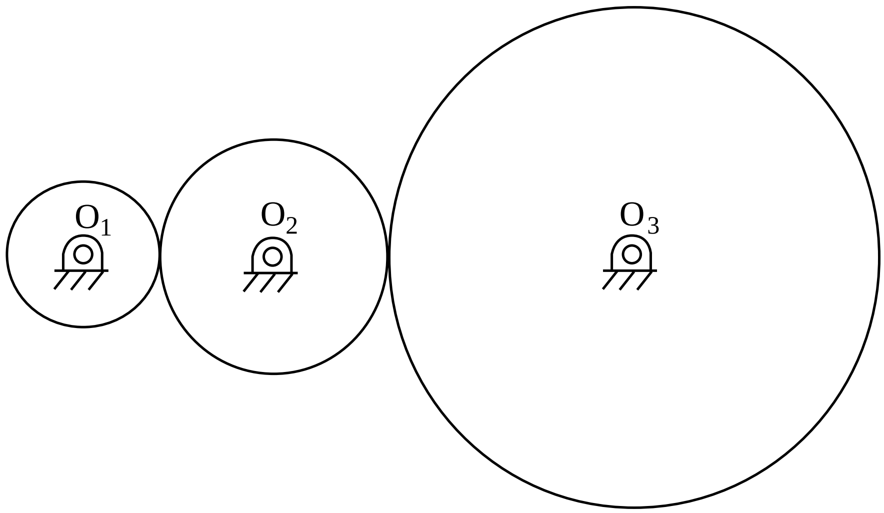
De (2), $\boxed{z_5 = 30}$

Y, finalmente, de (3) y (5), $\boxed{z_6 = 42}$, $\boxed{z_7 = 28}$

Examen de MECANISMOS – Septiembre 96
Nombre ....

La figura representa un tren de engranajes que se debe formar con ruedas cilíndrico-rectas de módulo 2 mm. La relación de velocidades debe ser $\frac{\omega_1}{\omega_3} = 5.5$. La distancia entre ejes es $\overline{O_1O_2} = 28$ mm; $\overline{O_2O_3} = 80$ mm.

Definir las tres ruedas (números de dientes y correcciones, si se precisan).



$$\frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{z_3}{z_1} = 5'5$$

$$\overline{O_1O_2} = 28 = \frac{m}{2}(z_1+z_2) = z_1+z_2$$

$$\overline{O_2O_3} = 80 = \frac{m}{2}(z_2+z_3) = z_2+z_3$$

Tenemos, por tanto, tres ecuaciones.

$$\left.\begin{array}{l} z_3 = 5'5\, z_1 \\ z_2 = 28 - z_1 \\ z_2 = 80 - z_3 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} z_3 = 5'5\, z_1 \\ 28 - z_1 = 80 - z_3 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} 28 - z_1 = 80 - 5'5\, z_1 \\ 4'5\, z_1 = 52 \\ \underline{z_1 = 11'56} \end{array}$$

$$z_2 = 28 - z_1 = 28 - 11'56 \Rightarrow \underline{z_2 = 16'44}$$

$$z_3 = 5'5\, z_1 = 5'5 \times 11'56 \Rightarrow \underline{z_3 = 63'58}$$

Como los números de dientes han de ser enteros, hacemos,

$$\boxed{z_1 = 12}$$

Además, la relación de velocidades ha de cumplirse, luego,

$$z_3 = 5'5 \times z_1 = 5'5 \times 12 = 66 \Rightarrow \boxed{z_3 = 66}$$

Por último, z_2 puede sacarse de cualquiera de las restantes relaciones.

$$z_2 = 28 - z_1 = 28 - 12 = 16$$

$$z_2 = 80 - z_3 = 80 - 66 = 14$$

Vemos que, según qué relación de distancia apliquemos ($\overline{O_1O_2}$ ó $\overline{O_2O_3}$) obtenemos un número de dientes distinto para la segunda rueda. Vamos a elegir el valor de z_2 más grande, ya que se trata de ruedas muy pequeñas.

a) $\boxed{z_2 = 16}$

Entonces, para el contacto 1-2 tenemos,

$$d = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{2}{2}(12+16) = 28 \text{ mm}$$

La distancia es correcta. Sin embargo, las ruedas 1 y 2 precisan ser corregidas a causa de la interferencia de tallado.

$$x_1 \geq 1 - \frac{z_1}{2} \operatorname{sen}^2 \varphi = 1 - \frac{12}{2} \operatorname{sen}^2 20 = 0'2981$$

$$x_2 \geq 1 - \frac{z_2}{2} \operatorname{sen}^2 \varphi = 1 - \frac{16}{2} \operatorname{sen}^2 20 = 0'0642$$

Como la suma de correcciones, $x_1 + x_2 = 0$, no podremos evitar la interferencia de tallado en ambas ruedas. Por tanto, probaremos otra alternativa.

b) $\boxed{z_2 = 14}$

Contacto 1-2,

$$d = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{2}{2}(12+14) = 26 \text{ mm}$$

siendo $d_v = 28$ mm. Entonces,

$$d \cos \varphi = d_v \cos \varphi_v$$

$$26 \cos 20 = 28 \cos \varphi_v \longrightarrow \varphi_v = 29'241°$$

$$x_1 + x_2 = \left[Ev(\varphi_v) - Ev(\varphi)\right] \frac{z_1 + z_2}{2 \operatorname{tg} \varphi} = \left[Ev(29'241) - Ev(20)\right] \frac{12+14}{2 \operatorname{tg} 20}$$

$$x_1 + x_2 = 1'2345$$

Ahora sí cabe un reparto que evite la interferencia de tallado en ambas ruedas. Si repartimos de manera inversamente proporcional al número de dientes,

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1'2345 \\ \dfrac{x_1}{x_2} = \dfrac{z_2}{z_1} = \dfrac{14}{12} \end{cases} \rightarrow \quad \frac{14}{12} x_2 + x_2 = 1'2345 \rightarrow x_2 = 0'5698$$

$$x_1 = 0'6647$$

Ahora, yendo al contacto 2-3,

$$d = \frac{m}{2}(z_2 + z_3) = \frac{2}{2}(14 + 66) = 80 \text{ mm}$$

que es la distancia requerida, luego $x_2 + x_3 = 0$. Como x_2 ya está calculado, $x_3 = -0'5698$. Comprobamos que la rueda 3 no sufra problemas de interferencia de tallado con esta corrección negativa,

$$x_3 \geq 1 - \frac{z_3}{2} \operatorname{sen}^2 \varphi = 1 - \frac{66}{2} \operatorname{sen}^2 20 = -2'8603$$

luego no hay problema.

Entonces, una solución válida es,

$$\boxed{\begin{array}{ll} z_1 = 12 & x_1 = 0'6647 \\ z_2 = 14 & x_2 = 0'5698 \\ z_3 = 66 & x_3 = -0'5698 \end{array}}$$

Pero, vamos a probar, por último, qué ocurre con la tercera posibilidad.

c) $\boxed{z_2 = 15}$

Contacto 1-2.

$$d = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{2}{2}(12 + 15) = 27 \text{ mm} \; ; \; d_v = 28 \text{ mm}$$

$$d \cos \varphi = d_v \cos \varphi_v$$

$$27 \cos 20 = 28 \cos \varphi_v \Rightarrow \varphi_v = 25'024°$$

$$\left.\begin{array}{l} x_1 + x_2 = \left[Ev(25'024) - Ev(20) \right] \dfrac{12 + 15}{2 \tan 20} = 0'5624 \\ \dfrac{x_1}{x_2} = \dfrac{z_2}{z_1} = \dfrac{15}{12} \end{array}\right\}$$

$$\frac{15}{12} x_2 + x_2 = 0'5624 \rightarrow x_2 = 0'25 \rightarrow x_1 = 0'3124$$

Contacto 2-3

$$d = \frac{m}{2}(z_2+z_3) = \frac{2}{2}(15+66) = 81 \text{ mm} \quad ; \quad d_v = 80 \text{ mm}$$

$$81 \cos 20 = 80 \cos \varphi_v \Rightarrow \varphi_v = 17'929°$$

$$x_2 + x_3 = \left[Ev(17'929) - Ev(20)\right] \frac{15+66}{2 \tg 20} = -0'4756$$

$$x_3 = -0'4756 - x_2 = -0'4756 - 0'25 = -0'7256$$

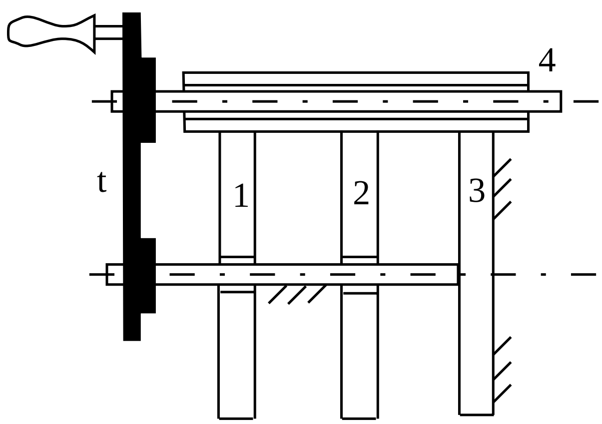
Por tanto, otra solución válida sería,

$z_1 = 12$	$x_1 = 0'3124$
$z_2 = 15$	$x_2 = 0'25$
$z_3 = 66$	$x_3 = -0'7256$

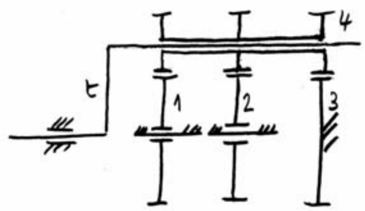
Parece más conveniente esta última solución porque las correcciones en las ruedas 1 y 2 no son tan grandes como en la solución anterior, mientras que la corrección en 3 se mantiene parecida.

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Septiembre 96
Nombre ....

El tren de engranajes de la figura se conoce con el nombre de paradoja de Ferguson. El engranaje 3 está fijo, mientras que los engranajes 1 y 2 pueden girar libremente y de forma independiente uno de otro. Los engranajes 1, 2 y 3 tienen, respectivamente, 99, 101 y 100 dientes, y engranan todos ellos con el engranaje 4, de 20 dientes, que está unido a la manivela t y puede girar alrededor de su propio eje.
La paradoja consiste en que, al girar la manivela t en un sentido, la rueda 2 gira muy lentamente en el mismo sentido, mientras que la rueda 1 gira muy lentamente en el sentido opuesto.
a) Hallar las relaciones $\frac{\omega_2}{\omega_t}$ y $\frac{\omega_1}{\omega_t}$ en función de z_1, z_2, z_3 y z_4. Una vez hecho esto, sustituir los valores concretos de los números de dientes.
b) Determinar qué engranajes necesitan ser corregidos y el valor de la corrección.
Nota: tómese un módulo de 4 mm.



El esquema del tren es el siguiente:



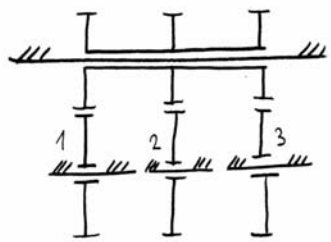
$z_1 = 99$

$z_2 = 101$

$z_3 = 100$

$z_4 = 20$

a) Parando el portasatélites tenemos el tren fundamental.



$$\begin{cases} \dfrac{\overline{\omega}_3}{\overline{\omega}_1} = \dfrac{z_1}{z_3} & (1) \\[2ex] \dfrac{\overline{\omega}_3}{\overline{\omega}_2} = \dfrac{z_2}{z_3} & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad \frac{\cancel{\omega_3} - \omega_t}{\omega_1 - \omega_t} = \frac{z_1}{z_3} \longrightarrow \frac{\omega_t - \omega_1}{\omega_t} = \frac{z_3}{z_1} \longrightarrow 1 - \frac{\omega_1}{\omega_t} = \frac{z_3}{z_1}$$

$$\boxed{\frac{\omega_1}{\omega_t} = 1 - \frac{z_3}{z_1}} \Longrightarrow \frac{\omega_1}{\omega_t} = 1 - \frac{100}{99} = \boxed{-\frac{1}{99} = \frac{\omega_1}{\omega_t}}$$

$$(2) \quad \frac{\cancel{\omega_3} - \omega_t}{\omega_2 - \omega_t} = \frac{z_2}{z_3} \longrightarrow \frac{\omega_t - \omega_2}{\omega_t} = \frac{z_3}{z_2} \longrightarrow 1 - \frac{\omega_2}{\omega_t} = \frac{z_3}{z_2}$$

$$\boxed{\frac{\omega_2}{\omega_t} = 1 - \frac{z_3}{z_2}} \Longrightarrow \frac{\omega_2}{\omega_t} = 1 - \frac{100}{101} = \boxed{\frac{1}{101} = \frac{\omega_2}{\omega_t}}$$

b) Tomaremos 3 y 4 sin corrección: $\boxed{x_3 = 0 \ ; \ x_4 = 0.}$

Entonces, la distancia entre ejes será,

$$d = \frac{m}{2}(z_3 + z_4) = \frac{4}{2}(100 + 20) = 240 \text{ mm}$$

Sin embargo, los engranajes 1 y 2 necesitarán corrección para engranar con 4 a esa distancia.

Engranaje 1

$$d_{14} = \frac{m}{2}(z_1+z_4) = \frac{4}{2}(99+20) = 238 \text{ mm}$$

$$d_v = 240 \text{ mm}$$

$$d \cos\varphi = d_v \cos\varphi_v$$

$$238 \cos 20 = 240 \cos\varphi_v \Rightarrow \varphi_v = 21'273°$$

$$x_1 + x_4 = \left[Ev(\varphi_v) - Ev(\varphi)\right]\frac{z_1+z_4}{2\,tg\,\varphi}$$

$$x_1 + x_4 = \left[Ev(21'273) - Ev(20)\right]\frac{99+20}{2\,tg\,20} = 0'5154$$

Como hemos tomado $x_4 = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = 0'5154}$

Engranaje 2

$$d_{24} = \frac{m}{2}(z_2+z_4) = \frac{4}{2}(101+20) = 242 \text{ mm}$$

$$d_v = 240 \text{ mm}$$

$$d \cos\varphi = d_v \cos\varphi_v$$

$$242 \cos 20 = 240 \cos\varphi_v \rightarrow \varphi_v = 18'644°$$

$$x_2 + x_4 = \left[Ev(18'644) - Ev(20)\right]\frac{101+20}{2\,tg\,20} = -0'4839$$

Como $x_4 = 0 \Rightarrow \boxed{x_2 = -0'4839}$

¿Interf. de tallado? $x_2 \geq 1 - \frac{z_2}{2}\sin^2\varphi = -1'4559$ Ok!

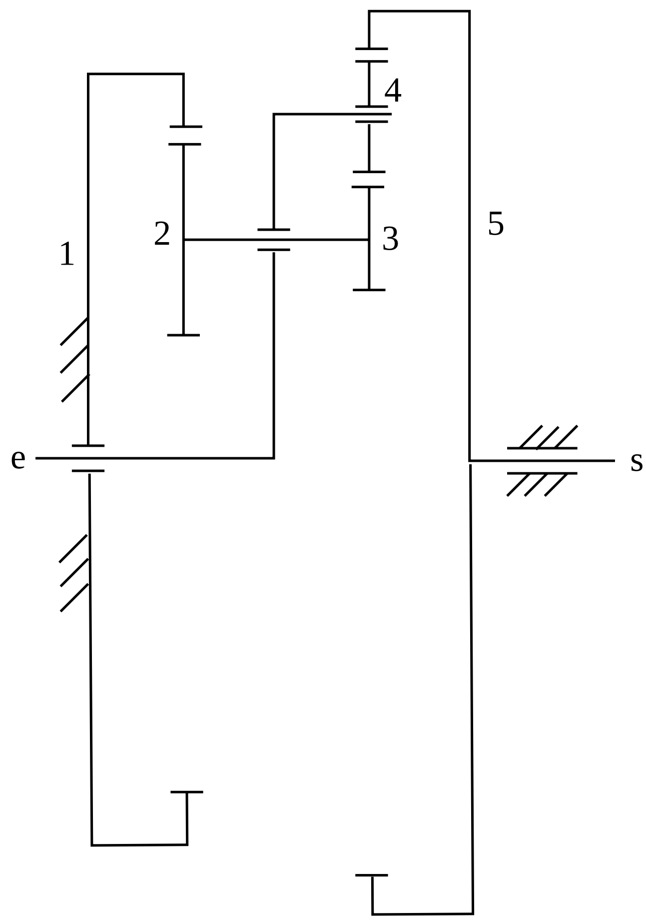
Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Diciembre 96

Nombre ....

El tren de engranajes de la figura contiene cinco ruedas, tres con dentado exterior y dos con dentado interior. Los números de dientes son: z_1=60, z_2=30, z_3=20, z_5=96. La rueda 1 es fija. Determinar:

a) Número de dientes de la rueda 4.

b) Relación de velocidades entre la entrada y la salida.



a) Debe cumplirse la siguiente relación:

$$R_1 - R_2 = R_5 - 2R_4 - R_3$$

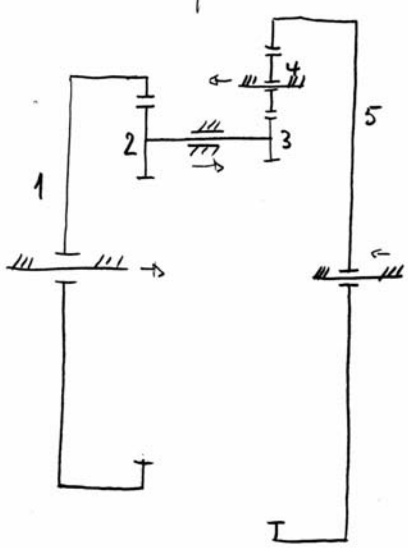
$$\frac{mz_1}{2} - \frac{mz_2}{2} = \frac{mz_5}{2} - 2\times\frac{mz_4}{2} - \frac{mz_3}{2}$$

$$z_1 - z_2 = z_5 - 2z_4 - z_3$$

$$z_4 = \frac{z_5 + z_2 - z_3 - z_1}{2} = \frac{96+30-20-60}{2} = 23$$

$$\boxed{z_4 = 23}$$

b) Parando el portasatélites obtenemos el tren fundamental.



$$\frac{\overline{\omega_5}}{\overline{\omega_1}} = -\frac{z_1 z_3}{z_2 z_5}$$

$$\frac{\overset{\omega_s}{\omega_5} - \omega_e}{\underset{0}{\cancel{\omega_1}} - \omega_e} = -\frac{60\times 20}{30\times 96}$$

$$1 - \frac{\omega_s}{\omega_e} = -\frac{5}{12}$$

$$\frac{\omega_s}{\omega_e} = 1 + \frac{5}{12} = \frac{17}{12}$$

$$\boxed{\frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{17}{12}}$$