Examen de MECANISMOS – Junio 97
Nombre ....

Se pretende conectar dos ejes paralelos que distan 505 mm mediante dos engranajes, de manera que la relación de velocidades sea 0.0625. El número máximo de dientes admisible en cada rueda es 250.

Determinar:
a) Módulo y número de dientes de los engranajes.
b) Valor de las correcciones, si se precisan.
c) Existencia o no de apuntamiento en la rueda más grande.

Nota: el módulo debe ser normalizado de la serie I: 1–1.25–1.5–2–2.5–3–4–5–6–8–10–12–16–20.

a) La relación de velocidades es $0'0625 = \frac{1}{16}$

Entonces, como en la rueda grande no se puede pasar de 250 dientes,

$$\frac{250}{16} = 15'625 \Rightarrow 15 \text{ entero inferior más cercano},$$

luego los números de dientes de las ruedas serán,

$$z_1 = 15 \ , \ z_2 = 16 \times 15 = 240$$

$$\boxed{z_1 = 15 \ , \ z_2 = 240}$$

El módulo lo elegimos en función de la distancia entre ejes.

$$d = \frac{m}{2}(z_1 + z_2)$$

$$505 = \frac{m}{2}(15 + 240)$$

$$m = \frac{2 \times 505}{15 + 240} = 3'96$$

así que seleccionamos,

$$\boxed{m = 4}$$

b) Será preciso corregir los engranajes porque la distancia entre ejes no coincide con la distancia de los engranajes sin corregir,

$$d = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{4}{2}(15 + 240) = 510 \text{ mm}$$

Además, la rueda pequeña necesita ser corregida por problemas de interferencia de tallado.

$$x_1 \geqslant 1 - \frac{z_1}{2}\operatorname{sen}^2\varphi = 1 - \frac{15}{2}\operatorname{sen}^2 20 = 0'1227$$

Ahora veamos la distancia entre centros,

$$d_v = 505 \text{ mm}$$

$$d\cos\varphi = d_v \cos\varphi_v \rightarrow 510 \cos 20 = 505 \cos\varphi_v$$

$$\underline{\varphi_v = 18'378^\circ}$$

$$x_1 + x_2 = \left[Ev(\varphi_v) - Ev(\varphi)\right]\frac{z_1 + z_2}{2\operatorname{tg}\varphi} = \left[Ev(18'378^\circ) - Ev(20^\circ)\right]\frac{15 + 240}{2\operatorname{tg} 20^\circ}$$

$$x_1 + x_2 = -1'2021$$

Como a la rueda pequeña hay que darle, al menos, lo que necesita para evitar la interferencia de tallado, $x_1 = 0'1227$, tenemos que,

$$x_2 = -1'2021 - 0'1227 = -1'3248$$

Así pues,

$$\boxed{x_1 = 0'1227, \quad x_2 = -1'3248}$$

Comprobemos si la rueda grande admite esta corrección negativa,

$$x_2 \geqslant 1 - \frac{z_2}{2}\operatorname{sen}^2\varphi = 1 - \frac{240}{2}\operatorname{sen}^2 20 = -13'0373 \quad \text{Ok!}$$

c) Para el apuntamiento, calcularemos el espesor de diente en la circunferencia exterior de la rueda grande.

$$e_T = R_T \left[\frac{e}{R} + 2\left(Ev(\psi) - Ev(\phi_T) \right) \right]$$

$$e = \frac{m\pi}{2} + 2mx\,tg\,\psi = \frac{4\pi}{2} - 2 \times 4 \times 1'3248 \times tg\,20 = 2'4257 \text{ mm}$$

$$R = \frac{mz}{2} = \frac{4 \times 240}{2} = 480 \text{ mm}$$

$$R_T = R + mx + m = 480 - 4 \times 1'3248 + 4 = 478'70 \text{ mm}$$

Luego no hay apuntamiento ya que $R_T < R$.

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 97

Nombre ....

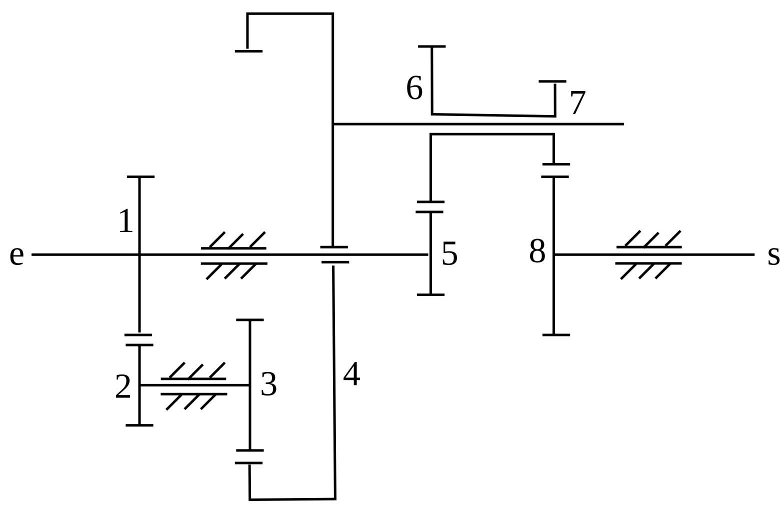
En el tren de engranajes de la figura:

1) Calcular el número de dientes de la rueda 4.

2) Determinar la relación de velocidades ω_s/ω_e.

3) Si se sustituye la rueda 8 por otra de 46 dientes sin modificar la distancia entre ejes, indicar las correcciones a realizar en las ruedas para que el tren de engranajes pueda funcionar.

Todas las ruedas tienen el mismo módulo y sus números de dientes son: $z_1 = 50$, $z_2 = 25$, $z_3 = 45$, $z_5 = 25$, $z_6 = 40$, $z_7 = 18$, $z_8 = 47$.



1) $R_4 = R_1 + R_2 + R_3$

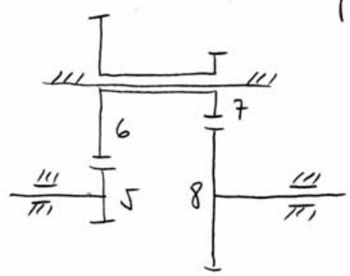
$$\frac{m z_4}{2} = \frac{m z_1}{2} + \frac{m z_2}{2} + \frac{m z_3}{2}$$

$$z_4 = z_1 + z_2 + z_3 = 50 + 25 + 45 = 120$$

$$\boxed{z_4 = 120}$$

2) $$\frac{\omega_4}{\omega_e} = -\frac{z_1 \times z_3}{z_2 \times z_4} = -\frac{50 \times 45}{25 \times 120} = -0'75 \Rightarrow \omega_4 = -0'75\,\omega_e$$

Parando 4, tren fundamental,



$$\frac{\overline{\omega_s}}{\overline{\omega_e}} = \frac{z_5 \times z_7}{z_6 \times z_8} = \frac{25 \times 18}{40 \times 47} = \frac{450}{1880} = \frac{\omega_s - \omega_4}{\omega_e - \omega_4}$$

$$\frac{450}{1880} = \frac{\omega_s + 0'75\,\omega_e}{\omega_e + 0'75\,\omega_e}$$

$$1'75 \times 450\,\omega_e = 1880\,\omega_s + 0'75 \times 1880\,\omega_e$$

$$-622'5\,\omega_e = 1880\,\omega_s$$

$$\frac{\omega_s}{\omega_e} = -\frac{622'5}{1880} = -0'3311$$

$$\boxed{\frac{\omega_s}{\omega_e} = -0'3311}$$

3) Al cambiar la rueda 8 por otra de 46 dientes tenemos que, la distancia a la que funcionarían 7 y 8 sin corrección sería,

$$d = \frac{m}{2}(z_7 + z_8) = \frac{m}{2}(18 + 46) = 32\ m$$

Sin embargo, la distancia a la que deben funcionar es,

$$d_v = \frac{m}{2}(z_7 + z_{8\,antigua}) = \frac{m}{2}(18 + 47) = 32'5\ m$$

Entonces,

$$d \cos\psi = d_v \cos\psi_v$$

$$32\,m \cdot \cos 20 = 32'5\,m \cos\psi_v$$

$$\cos\psi_v = \frac{32 \cos 20}{32'5} \Rightarrow \underline{\psi_v = 22'3^\circ}$$

$$x_7 + x_8 = \left[Ev(\psi_v) - Ev(\psi)\right] \frac{z_7 + z_8}{2\,tg\,\psi}$$

$$x_7 + x_8 = \left[Ev(22'3) - Ev(20)\right] \frac{18 + 46}{2\,tg\,20}$$

$$\underline{x_7 + x_8 = 0'5290} \quad (1)$$

Como ninguna de las ruedas tiene problema de interferencia de tallado, se reparte la corrección de manera inversamente proporcional al número de dientes.

$$\frac{x_7}{x_8} = \frac{z_8}{z_7} = \frac{46}{18} \longrightarrow x_7 = \frac{46}{18} x_8 \quad (2)$$

$$\left(\frac{46}{18} x_8 + x_8\right) = 0'5290 \longrightarrow \boxed{x_8 = 0'1488} \; ; \; \boxed{x_7 = 0'3802}$$

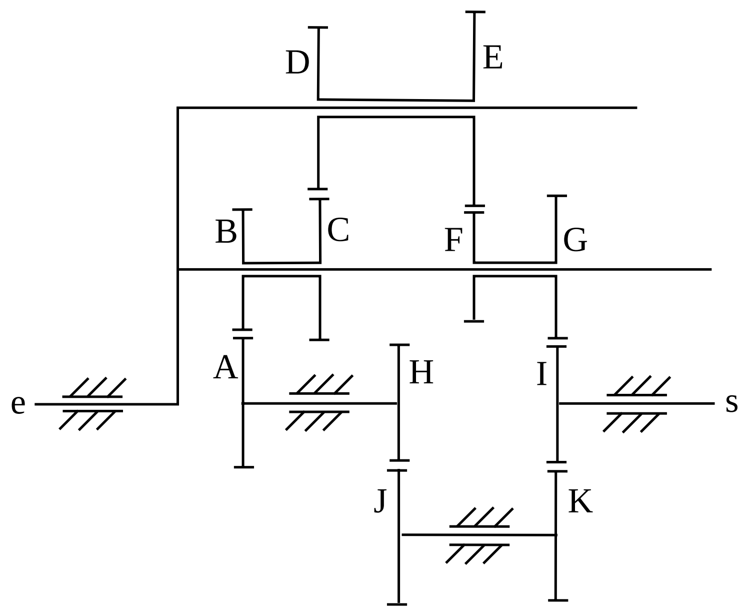
Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Septiembre 98

Nombre ....

En el tren de engranajes de la figura se conocen los números de dientes de las ruedas: z_A=20, z_B=20, z_C=30, z_D=21, z_E=25, z_H=18, z_I=16, z_J=18.

a) Calcular la relación de velocidades salida/entrada.

b) Si, por razones cinemáticas, la rueda G se sustituye por otra de 25 dientes, determinar las correcciones que han de efectuarse para que el tren de engranajes funcione correctamente.



a) Lo primero es calcular los números de dientes de las ruedas que faltan.

$$R_C + R_D = R_F + R_E \Rightarrow Z_C + Z_D = Z_F + Z_E \Rightarrow$$

$$30 + 21 = Z_F + 25 \Rightarrow \underline{Z_F = 26}$$

$$R_A + R_B = R_G + R_I \Rightarrow Z_A + Z_B = Z_G + Z_I \Rightarrow$$

$$20 + 20 = Z_G + 16 \Rightarrow \underline{Z_G = 24}$$

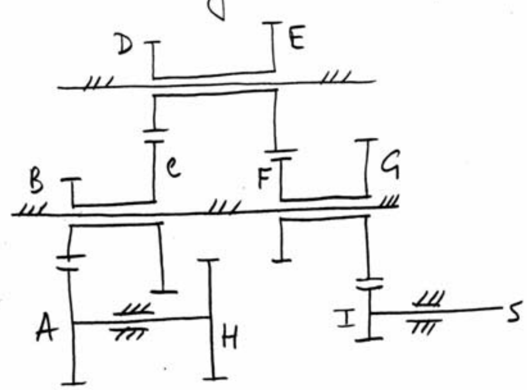
$$R_H + R_J = R_I + R_K \Rightarrow Z_H + Z_J = Z_I + Z_K \Rightarrow$$

$$18 + 18 = 16 + Z_K \Rightarrow \underline{Z_K = 20}$$

Ahora se puede establecer una relación de velocidades entre las ruedas con ejes fijos.

$$\frac{\omega_S}{\omega_{AH}} = \frac{Z_H Z_K}{Z_J Z_I} = \frac{18 \times 20}{16 \times 18} = \frac{5}{4} \Rightarrow \omega_{AH} = \frac{4}{5}\omega_S$$

A continuación se para la entrada, que es el portasatélites, resultando el tren fundamental,



$$\frac{\overline{\omega_S}}{\overline{\omega_{AH}}} = \frac{Z_A Z_C Z_E Z_G}{Z_B Z_D Z_F Z_I} = \frac{20 \times 30 \times 25 \times 24}{20 \times 21 \times 26 \times 16} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 5 \times 5 \times 5 \times \cancel{2} \times 3 \times \cancel{2} \times \cancel{2}}{\cancel{3} \times 7 \times 2 \times 13 \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2}} =$$

$$= \frac{375}{182} = \frac{\omega_S - \omega_e}{\omega_{AH} - \omega_e}$$ Introduciendo (1) aquí queda,

$$\frac{\omega_s - \omega_e}{\frac{4}{5}\omega_s - \omega_e} = \frac{375}{182} \Rightarrow 182\,\omega_s - 182\,\omega_e = \frac{4}{5}375\,\omega_s - 375\,\omega_e \Rightarrow$$

$$(375-182)\,\omega_e = (300-182)\,\omega_s \Rightarrow 193\,\omega_e = 118\,\omega_s \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{193}{118} = 1'6356}$$

b) Inicialmente, la distancia entre los centros de G e I era,

$$d_v = \frac{m}{2}(z_G + z_I) = \frac{m}{2}(24+16) = 20\,m$$

Al sustituir G por otra de 25 dientes, la distancia a la que G e I engranarían sin corrección es,

$$d = \frac{m}{2}(z'_G + z_I) = \frac{m}{2}(25+16) = 20'5\,m$$

Entonces, la corrección necesaria para que la nueva G e I engranen a la distancia de 20 m existente entre sus centros es,

$$d\cos\psi = d_v\cos\psi_v$$

$$20'5\,m\cos 20^\circ = 20\,m\cos\psi_v \Rightarrow \psi_v = 15'595^\circ$$

$$x_G + x_I = \left[Ev(\psi_v) - Ev(\psi)\right]\frac{z_G + z_I}{2\,tg\,\psi} = \left[Ev(15'595^\circ) - Ev(20^\circ)\right]\frac{25+16}{2\,tg\,20^\circ} =$$

$$= \left[0'00692685 - 0'0149043\right]\frac{41}{2\,tg\,20} = -0'4493$$

Se trata de una corrección negativa. Como I sólo tiene 16 dientes, necesitará una corrección positiva,

$$x_I \geq 1 - \frac{z_I}{2}\,sen^2\psi = 1 - \frac{16}{2}\,sen^2 20 = 0'0642$$

Entonces, el reparto será,

$x_I = 0'0642$

$x_G = -0'4493 - 0'0642 = -0'5135$

Veamos si G puede soportar esta corrección negativa sin sufrir interferencia de tallado.

$$\boxed{x_G \geq 1 - \frac{z_G}{2} \operatorname{sen}^2 \varphi = 1 - \frac{25}{2} \operatorname{sen}^2 20^\circ = \boxed{-0'4622}}$$

luego no lo soporta. Así que alguna rueda sufrirá interferencia de tallado. Se puede evitar que lo sufra una u otra, pero no las dos. Cabría repartir las correcciones de manera que las dos tuvieran algo de interferencia, pero poco.

Por último, será necesario corregir también la rueda K. Su corrección será,

$x_K = -x_I$

y su condición de interferencia de tallado,

$$x_K \geq 1 - \frac{z_K}{2} \operatorname{sen}^2 \varphi = 1 - \frac{20}{2} \operatorname{sen}^2 20^\circ = -0'1697$$

Así pues, aún en el caso de darle a I toda la corrección positiva que necesita,

$x_K = -0'0642$ que es admisible.

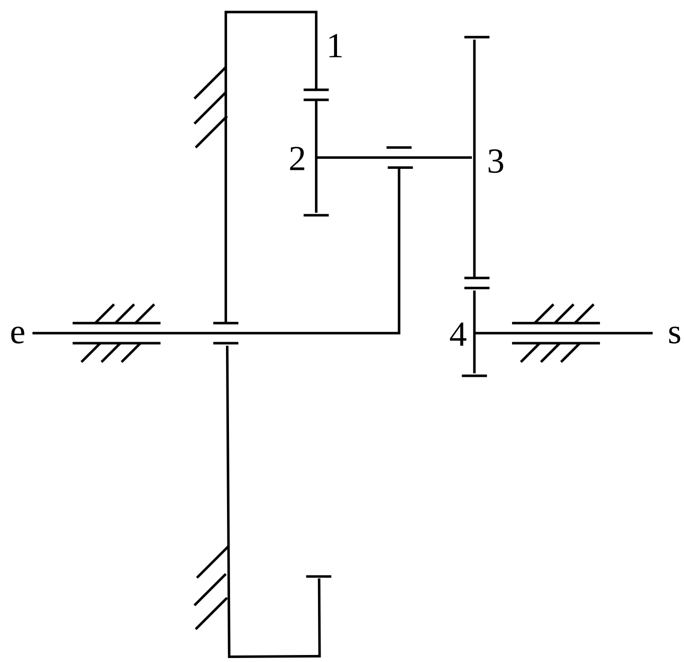
Entonces, una solución sería,

$$\boxed{x_I = 0'0642\,, \quad x_G = -0'5135\,, \quad x_K = -0'0642}$$

con interferencia de tallado en G. Otras soluciones válidas reducirían la corrección de I para que aumentara la de G, de forma que las dos se repartieran la interferencia. En todos los casos $x_K = -x_I$, donde K no sufre interferencia.

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Septiembre 99
Nombre ....

En el tren epicicloidal de engranajes de la figura todas las ruedas tienen módulo igual de valor 2 mm. Sabiendo que los números de dientes de las ruedas 1 y 2 son, respectivamente, 100 y 30, y que la relación de velocidades entrada/salida es de 9/149, definir las ruedas 3 y 4.



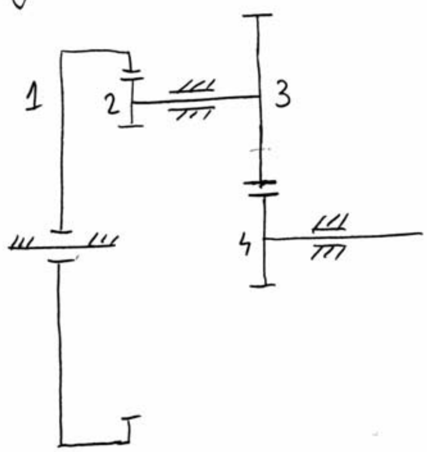
Por geometría del tren debe cumplirse que,

$$R_1 = R_2 + R_3 + R_4 \Rightarrow \frac{m z_1}{2} = \frac{m z_2}{2} + \frac{m z_3}{3} + \frac{m z_4}{4}$$

luego, $z_1 = z_2 + z_3 + z_4 \Rightarrow 100 = 30 + z_3 + z_4$

y entonces, $\underline{z_3 + z_4 = 70}$ (1)

Calculemos ahora la relación de velocidades ω_s/ω_e. El tren fundamental es,



$$\frac{\overline{\omega}_s}{\overline{\omega}_1} = -\frac{z_1 z_3}{z_2 z_4}$$

$$\frac{\omega_s - \omega_e}{\cancel{\omega_1} - \omega_e} = -\frac{100\, z_3}{30\, z_4}$$

$$-\frac{\omega_s}{\omega_e} + 1 = -\frac{10}{3}\frac{z_3}{z_4}$$

$$\frac{\omega_s}{\omega_e} = 1 + \frac{10}{3}\frac{z_3}{z_4} = \frac{149}{9}$$

$$\frac{10}{3}\frac{z_3}{z_4} = \frac{149}{9} - 1 = \frac{140}{9} \Rightarrow \underline{z_3 = \frac{14}{3} z_4} \quad (2)$$

Así, las dos ecuaciones resultantes son,

$$\left\{ \begin{array}{l} z_3 + z_4 = 70 \\ z_3 = \frac{14}{3} z_4 \end{array} \right. \quad \text{cuya solución es,} \quad \begin{array}{l} z_3 = 57'65 \\ z_4 = 12'35 \end{array}$$

Como los dientes han de ser enteros, se prueban las soluciones enteras más próximas que cumplan con la relación de velocidades (ecuación 2).

$Z_4 = 12 \xrightarrow{ec.(2)} Z_3 = 56$

$Z_4 = 13 \xrightarrow{ec.(2)} Z_3 = 60'66$

Entonces, la solución a tomar será $\boxed{\begin{matrix} Z_3 = 56 \\ Z_4 = 12 \end{matrix}}$. Habrá que corregir ambas ruedas ya que no se cumple la ecuación (1).

La distancia a la que funcionarían estas ruedas sin corrección, sería, $d = \frac{m}{2}(z_3+z_4) = \frac{2}{2}(56+12) = 68$ mm

Sin embargo, han de funcionar a una distancia,

$d_v = \frac{m}{2}(z_1-z_2) = \frac{2}{2}(100-30) = 70$ mm

Por tanto,

$$d \cos\varphi = d_v \cos\varphi_v$$

$$68 \cos 20 = 70 \cos\varphi_v \Rightarrow \varphi_v = 24'1^\circ$$

$$x_3 + x_4 = \left[Ev(\varphi_v) - Ev(\varphi)\right]\frac{z_3+z_4}{2\operatorname{tg}\varphi} = \left[Ev(24'1^\circ) - Ev(20^\circ)\right]\frac{56+12}{2\operatorname{tg}20^\circ} =$$

$$= 1'1016 \quad (3)$$

El reparto de esta corrección positiva se hará de manera inversamente proporcional al número de dientes de las ruedas.

$$\frac{x_3}{x_4} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{12}{56} \quad (4)$$

Entonces, con las ecuaciones (3) y (4) se obtiene,

$$\boxed{\begin{matrix} x_3 = 0'1944 \\ x_4 = 0'9072 \end{matrix}}$$

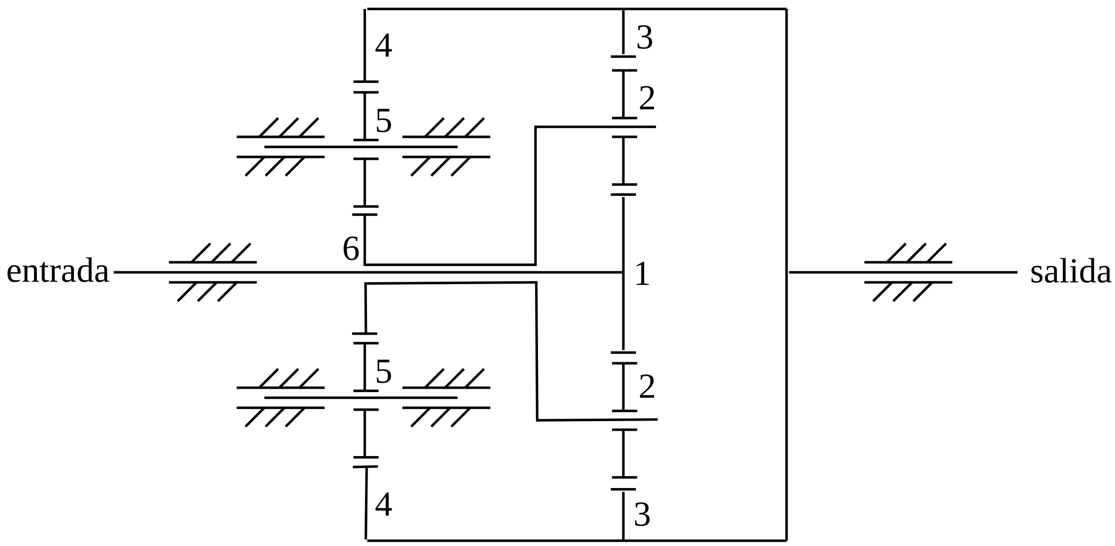
Comprobemos por último que la rueda 4 salva el problema de interferencia de tallado con esa corrección,

$x_4 \geq 1 - \frac{z_4}{2}\operatorname{sen}^2\varphi = 1 - \frac{12}{2}\operatorname{sen}^2 20 = 0'2981$ Ok!

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 00

Nombre ....

En el tren de engranajes de la figura todas las ruedas son normales y tienen el mismo módulo *m*. Los números de dientes son: z_1=20, z_3=40, z_4=60, z_6=20.



Determinar:

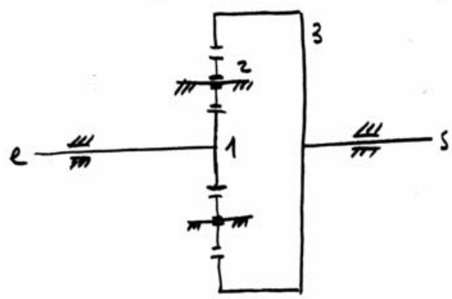
a) Relación entre la velocidad angular de salida y la de entrada.

b) Si *m*=4, hallar el espesor de diente de la rueda 2 en su circunferencia exterior.

a) Relación de transmisión.

$$\frac{\omega_S}{\omega_6} = -\frac{Z_6}{Z_4} = -\frac{20}{60} = -\frac{1}{3} \Rightarrow \underline{\omega_6 = -3\,\omega_S}$$

Ahora, parando el engranaje 6,



$$\frac{\overline{\omega}_S}{\overline{\omega}_e} = -\frac{Z_1}{Z_3} = -\frac{20}{40} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{\omega_S-\omega_6}{\omega_e-\omega_6} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{\omega_S+3\omega_S}{\omega_e+3\omega_S} = -\frac{1}{2}$$

$$-8\,\omega_S = \omega_e + 3\omega_S \rightarrow \omega_e = -11\,\omega_S \rightarrow \boxed{\frac{\omega_S}{\omega_e} = -\frac{1}{11}}$$

b) Espesor de diente.

La rueda 2 tiene un número de dientes dado por,

$$R_3 = R_1 + 2R_2 \rightarrow Z_3 = Z_1 + 2Z_2 \rightarrow 40 = 20 + 2Z_2$$

$$\boxed{Z_2 = 10}$$

El espesor de diente en la circunferencia primitiva,

$$e = \frac{m\pi}{2} = \frac{4\pi}{2} = 2\pi \quad ; \quad R = \frac{mz}{2} = \frac{4\times 10}{2} = 20$$

En la circunferencia exterior,

$$R_T = R + m = 20 + 4 = 24.$$

$$R\cos\varphi = R_T\cos\varphi_T \rightarrow \cos\varphi_T = \frac{R\cos\varphi}{R_T} = \frac{20\cos 20}{24} \Rightarrow \underline{\varphi_T = 38'46^\circ}$$

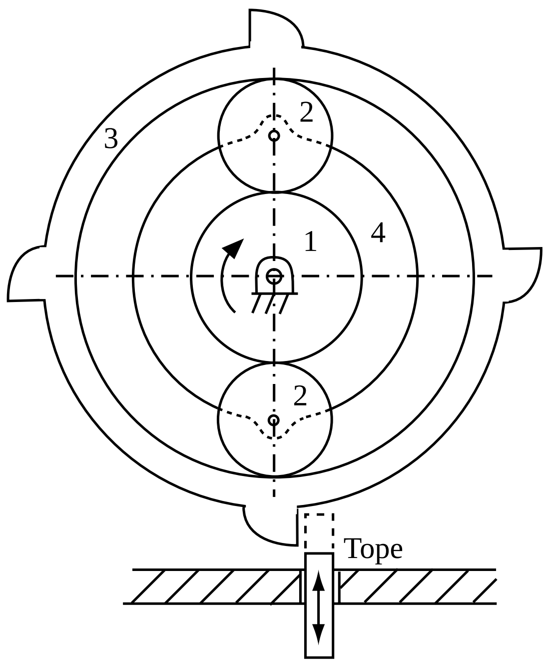
El espesor será,

$$e_T = R_T\left[\frac{e}{R} + 2\left(Ev(\varphi) - Ev(\varphi_T)\right)\right] =$$

$$= 24\left[\frac{2\pi}{20} + 2\left(Ev(20) - Ev(38'46)\right)\right] = \boxed{2'35\ mm = e_T}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Septiembre 00
Nombre ....

La figura muestra un embrague planetario. El tope inferior puede estar conectado (arriba) o desconectado (abajo). Cuando se halla conectado, el tren de engranajes resultante es epicicloidal, mientras que, si se encuentra desconectado, resulta un tren ordinario simple, pues el disco 4 se bloquea. Todas las ruedas son normales y del mismo módulo. Los números de dientes son: z_1=24, z_3=56.



Si el engranaje de entrada 1 gira en el sentido indicado en la figura con velocidad de 300 rpm, determinar:

c) Número de dientes de las ruedas 2.
d) Velocidad de la rueda con dentado interior 3 cuando el tope está desconectado.
e) Velocidad del disco 4 cuando el tope está conectado.

a) $R_3 = R_1 + 2R_2$

$$\frac{m z_3}{2} = \frac{m z_1}{2} + 2\,\frac{m z_2}{2}$$

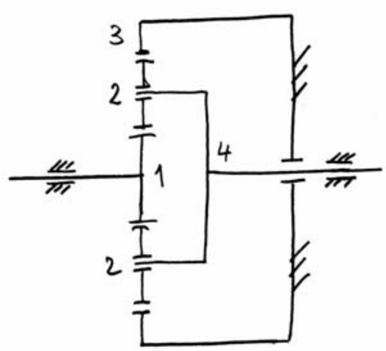
$$z_3 = z_1 + 2 z_2 \Rightarrow z_2 = \frac{z_3 - z_1}{2} = \frac{56-24}{2} = \boxed{16 = z_2}$$

b)

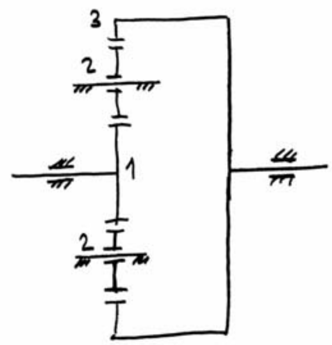
$$\frac{\omega_3}{\omega_1} = -\frac{z_1}{z_3}$$

$$\frac{\omega_3}{-300} = -\frac{24}{56} \; ; \quad \boxed{\omega_3 = 300 \times \frac{24}{56} = 128'57 \text{ rpm}}$$

c)



Tren real



Tren fundamental

$$\frac{\overline{\omega}_3}{\overline{\omega}_1} = -\frac{z_1}{z_3}$$

$$\frac{\cancel{\omega_3} - \omega_4}{\omega_1 - \omega_4} = -\frac{z_1}{z_3} \; ; \quad \frac{\omega_1 - \omega_4}{\omega_4} = \frac{z_3}{z_1} \; ; \quad \frac{\omega_1}{\omega_4} = \frac{z_3}{z_1} + 1$$

$$\omega_4 = \frac{\omega_1}{\frac{z_3}{z_1}+1} = \frac{-300}{\frac{56}{24}+1} = \frac{-300 \times 24}{56+24} = -\frac{300 \times 24}{80} =$$

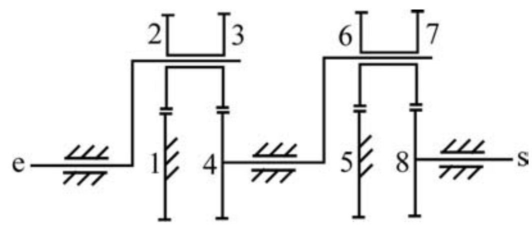
$$= -90 \text{ rpm} \Rightarrow \boxed{\omega_4 = 90 \text{ rpm}}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 01
Nombre ....

En el tren de engranajes epicicloidal de la figura, los números de dientes de los engranajes son: z_1=101, z_2=100, z_3=99, z_4=100, z_5=101, z_6=100, z_7=99, z_8=100.

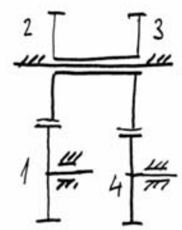
a) Si el eje de entrada gira a 60 rpm, ¿cuánto tiempo tardará en dar una vuelta completa el eje de salida?

b) ¿Qué módulo mínimo ha de tener la rueda 8 para que su espesor de diente en la circunferencia exterior sea al menos de 2 mm?



a) Para contestar a esta pregunta es preciso resolver el problema de velocidades del tren de engranajes.

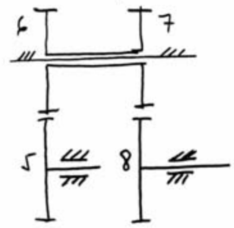
Parando el eje "e",



$$\frac{\overline{\omega}_4}{\overline{\omega}_1} = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4} \Rightarrow \frac{\omega_4 - \omega_e}{\cancel{\omega_1} - \omega_e} = \frac{101 \times 99}{100 \times 100}$$

$$1 - \frac{\omega_4}{\omega_e} = 0'9999 \Rightarrow \frac{\omega_4}{\omega_e} = 10^{-4}$$

Ahora, parando la rueda 4,



$$\frac{\overline{\omega}_5}{\overline{\omega}_5} = \frac{z_5 z_7}{z_6 z_8} \Rightarrow \frac{\omega_5 - \omega_4}{\cancel{\omega_5} - \omega_4} = \frac{101 \times 99}{100 \times 100}$$

$$1 - \frac{\omega_5}{\omega_4} = 0'9999 \Rightarrow \frac{\omega_5}{\omega_4} = 10^{-4}$$

Entonces,

$$\frac{\omega_5}{\omega_e} = \frac{\omega_5}{\omega_4} \times \frac{\omega_4}{\omega_e} = 10^{-4} \times 10^{-4} = \boxed{10^{-8} = \frac{\omega_5}{\omega_e}}$$

Por tanto, si el eje de entrada gira a 60 rpm, quiere decir que da una vuelta por segundo. El eje de salida va 10^8 veces más lento, por lo que, para dar una vuelta tardará,

$$\boxed{10^8 \, s = 1157'4 \text{ días} = 3'171 \text{ años}}$$

b) El espesor de diente de la rueda 8 en la circunferencia exterior se calcula con la siguiente fórmula:

$$e_T = R_T \left[\frac{e}{R} + 2\left(Ev(\psi) - Ev(\phi_T) \right) \right]$$

Siendo,

$$e = \frac{m\pi}{2} \quad ; \quad R = \frac{mz}{2} = \frac{m \times 100}{2} = 50\,m \quad ; \quad \varphi = 20^\circ$$

$$R_T = R + m = 51\,m$$

$$R_T \cos\phi_T = R\cos\varphi \Rightarrow 51\cancel{m}\cos\phi_T = 50\cancel{m}\cos 20^\circ$$

$$\phi_T = 22'89^\circ \Rightarrow Ev(\phi_T) = tg(22'89^\circ) - 22'89\frac{180}{\pi} =$$
$$= 0'022705$$

$$Ev(\varphi) = tg(20^\circ) - 20\frac{\pi}{180} = 0'014904$$

Entonces,

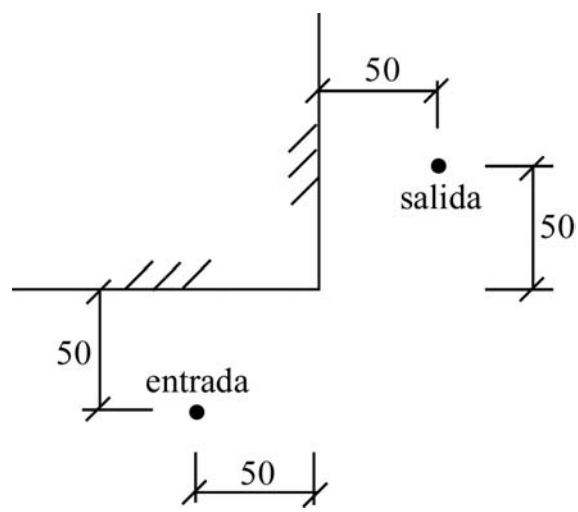
$$e_T = 51\,m\left[\frac{\frac{\cancel{m}\pi}{2}}{50\cancel{m}} + 2\left(0'014904 - 0'022705\right)\right] =$$

$$= 0'8\,m \geqslant 2 \Rightarrow \boxed{m \geqslant \frac{2}{0'8} = 2'5}$$

Por lo tanto, sería necesario un módulo de 2'5 mm o superior.

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Septiembre 01
Nombre ....

Se precisa conectar los dos ejes que muestra la figura, para obtener una relación de velocidades $\frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{11}{23}$, positiva, de manera que ambos ejes giren en el mismo sentido. La dificultad estriba en la existencia del obstáculo que indica la figura. Para resolver el problema, se propone utilizar un tren de engranajes ordinario simple, formado por tres engranajes: uno con centro en el eje de entrada, otro con centro en el eje de salida, y otro intermedio entre los dos anteriores. De esta forma, se consigue la relación de velocidades positiva entre la entrada y la salida, y además se puede salvar el obstáculo.



Si los módulos normalizados disponibles son 1, 1.25, 1.5, 2, 2.5 y 3, definir perfectamente las tres ruedas a emplear, así como la ubicación del eje de la rueda intermedia. Todas las distancias se encuentran en mm.

$$\frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{11}{23} = \frac{Z_e}{Z_s}$$

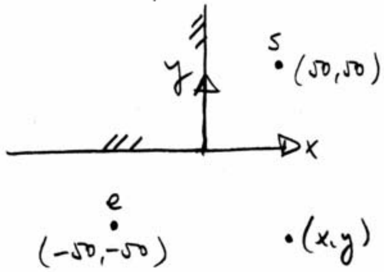
Esta relación se puede conseguir también con múltiplos enteros de los números de dientes. Como 11 dientes son muy pocos, y obliga a una gran corrección, se puede elegir la pareja siguiente,

$$\frac{Z_e}{Z_s} = \frac{22}{46} \Rightarrow \boxed{Z_e = 22} \; ; \; \boxed{Z_s = 46}$$

Entonces, dadas las limitaciones de espacio que implica el obstáculo, se tiene que,

$$R_s = \frac{m}{2} Z_s < 50 \Rightarrow 23\,m < 50 \Rightarrow m < \frac{50}{23} = 2'17$$

Para evitar que la rueda intermedia tenga que ser muy grande, se elige $\boxed{m = 2}$.



Utilizando el sistema de referencia que se muestra en la figura, las coordenadas del eje de la rueda intermedia se pueden designar como (x,y).

Se tendrán que cumplir las siguientes relaciones:

$$\begin{cases} \sqrt{(x+50)^2+(y+50)^2} = R_e + R = \frac{m}{2}(Z_e+Z) = 22+Z \\ \sqrt{(x-50)^2+(y-50)^2} = R_s + R = \frac{m}{2}(Z_s+Z) = 46+Z \end{cases}$$

Elevando al cuadrado,

$$\begin{cases} (x+50)^2+(y+50)^2=(Z+22)^2 \\ (x-50)^2+(y-50)^2=(Z+46)^2 \end{cases}$$

Si se desarrollan las expresiones resulta,

$$\begin{cases} x^2+y^2+100x+100y+5000 = z^2+44z+484 & (1) \\ x^2+y^2-100x-100y+5000 = z^2+92z+2116 & (2) \end{cases}$$

Restando ambas expresiones,

$$200x+200y = -48z-1632 \Rightarrow y = -x-0'24z-8'16 \quad (3)$$

Sustituyendo ahora en la ecuación (1),

$$x^2+\left(-x-0'24z-8'16\right)^2+100x+100\left(-x-0'24z-8'16\right)+5000 =$$

$$= z^2+44z+484$$, y desarrollando,

$$x^2+x^2+0'0576z^2+66'5856+0'48zx+16'32x+$$

$$+3'9168z+100x-100x-24z-816+5000 = z^2+44z+484$$

Resulta,

$$2x^2+\left(16'32+0'48z\right)x-0'9424z^2-64'0832z+3766'5856=0$$

$$\begin{cases} x^2+\left(8'16+0'24z\right)x-0'4712z^2-32'0416z+1883'2928=0 & (4) \\ y=-x-0'24z-8'16 & (5) \end{cases}$$

Entonces, bastará con ir probando distintos valores de z, y obtener de las ecuaciones (4) y (5) las coordenadas del centro de la rueda correspondiente.

El menor valor de z a probar será aquél cuyo centro de la rueda se encuentre sobre la recta que une los ejes de entrada y salida.

$$d_{es} = 100\sqrt{2} = R_e + 2R + R_s = \frac{m}{2}z_e + mz + \frac{m}{2}z_s =$$

$$= 22+2z+46 = 100\sqrt{2} \Rightarrow z = 36'71 \Rightarrow \underline{z_{min} = 37}$$

Por tanto, será solución válida cualquier rueda de $Z \geqslant 37$ que salve el obstáculo. La condición que se ha de cumplir para que la rueda intermedia no colisione con el obstáculo es,

$$R < \sqrt{x^2+y^2} \Rightarrow \frac{m}{2} Z < \sqrt{x^2+y^2}$$

y como el módulo elegido es de valor $m=2$ queda,

$$Z < \sqrt{x^2+y^2} \quad (6)$$

Entonces, hay que buscar una rueda con $Z \geqslant 37$, cuyo centro de coordenadas (x,y), obtenidas de las ecuaciones (4) y (5), cumpla la condición (6). La solución adecuada será aquélla de mínimo valor de Z que satisfaga todo lo mencionado.

Para $Z \geqslant 37$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + (8'16 + 0'24 Z)\,x - 0'4712 Z^2 - 32'0416 Z + 1883'2928 = 0 \\ y = -x - 0'24 Z - 8'16 \end{array} \right.$$

$$\to (x,y) \to ¿\, Z < \sqrt{x^2+y^2}\, ? \xrightarrow{\text{sí}} \text{Solución válida}$$

Realizando las pruebas, resulta que el mínimo valor de Z que cumple las condiciones es,

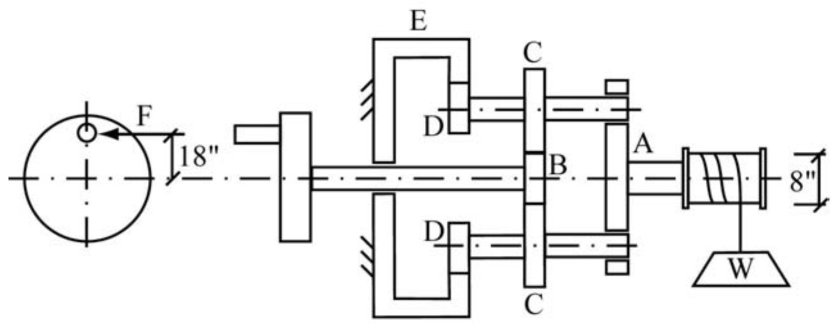
$$\boxed{Z = 55}$$

encontrándose el centro de la rueda en las coordenadas,

$$\boxed{x = 26'98\,,\ y = -48'34}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Diciembre 01
Nombre ....

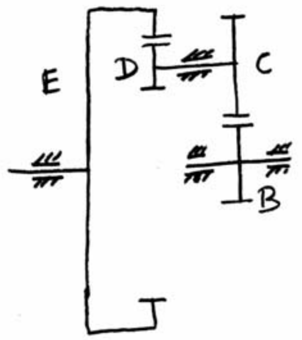
Determinar el número de dientes del engranaje con dentado interior E en el mecanismo elevador de la figura, sabiendo que la reducción de velocidad que se produce entre la entrada y la salida es: $\omega_B / \omega_A = 25$. Se conocen los números de dientes de los demás engranajes, z_B=20, z_C=80, z_D=30.



Calcular también la ventaja mecánica del mecanismo, W/F, suponiendo que no existen pérdidas por rozamiento en los contactos entre ruedas dentadas.

Vamos a calcular la relación de velocidades entre entrada y salida en función de los números de dientes de los engranajes.

El tren fundamental es, parando la salida A,



$$\frac{\bar{\omega}_E}{\bar{\omega}_B} = -\frac{z_B z_D}{z_C z_E}$$

$$\frac{\cancel{\omega_E}-\omega_A}{\omega_B-\omega_A} = -\frac{20\times 30}{80\times z_E}$$

Sabiendo que $\frac{\omega_B}{\omega_A} = 25 \Rightarrow \omega_B = 25\,\omega_A$, luego,

$$\frac{\omega_A}{25\,\omega_A-\omega_A} = \frac{7'5}{z_E} \Rightarrow z_E = 7'5\times 24 = \boxed{180 = z_E}$$

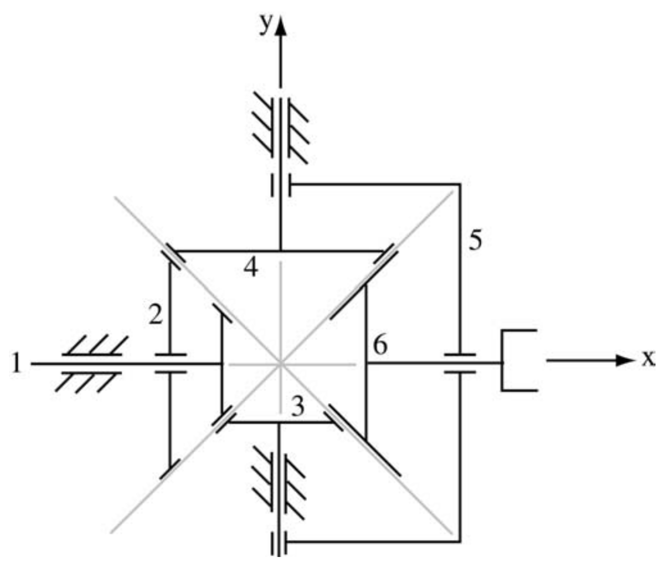
Para la ventaja mecánica podemos aplicar la conservación de la potencia,

$$T_B\,\omega_B = T_A\,\omega_A$$

$$18F\,\omega_B = 4W\cdot\omega_A \Rightarrow \boxed{\frac{W}{F} = \frac{18}{4}\cdot\frac{\omega_B}{\omega_A} = \frac{18}{4}\cdot 25 = 112'5}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Septiembre 02
Nombre ....

La figura muestra el mecanismo desarrollado por Bendix Corporation para ser utilizado como muñeca de la mano de un robot. Para simplificar, se ha omitido la parte correspondiente a uno de los giros, y se ha conservado el tren de engranajes diferencial que permite realizar los otros dos. Las entradas de dicho tren son las velocidades angulares de 1 y 2, mientras que la salida es la velocidad angular de la mano 6, que tendrá una componente según el eje *x* (móvil), y otra según el eje *y* (fijo). Todos los ángulos de los conos son de 45º.



a) Indicar qué relaciones han de cumplir los números de dientes de los engranajes del mecanismo, sabiendo que todos son normales o tallados a cero.
b) Obtener las componentes de la velocidad angular de la mano, ω_{6x} y ω_{6y}, en función de las velocidades angulares de los elementos de entrada, ω_1 y ω_2, tomando siempre como sentidos positivos los correspondientes a los ejes *x* e *y*.

a) Los engranajes 1 y 3 tienen el mismo radio r, luego,

$$\frac{r_1}{r_3} = \frac{r}{r} = 1 = \frac{z_1}{z_3} \Rightarrow \quad z_1 = z_3$$

Los engranajes 2 y 4 tienen el mismo radio R, luego,

$$\frac{R_2}{R_4} = \frac{R}{R} = 1 = \frac{z_2}{z_4} \Rightarrow \quad z_2 = z_4$$

El engranaje 6, en su parte exterior, tiene el mismo radio R que 4, luego, $z_6 = z_4$.

Pero además, el engranaje 6, en su parte interior, tiene el mismo radio r que 3, luego, $z_6 = z_3$.

La única manera de cumplir simultáneamente las dos últimas condiciones es que $z_6 = z_4 = z_3$.

Entonces, las relaciones que han de cumplir los números de dientes de todos los engranajes son:

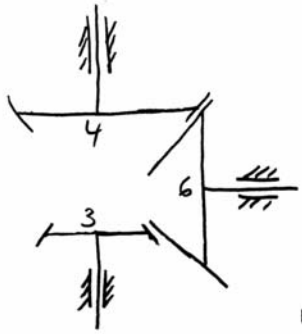
$$\boxed{z_1 = z_2 = z_3 = z_4 = z_6}$$

b) Dados que los ejes de las ruedas 1, 2, 3 y 4 son fijos, se pueden escribir las siguientes relaciones,

$$\frac{\omega_3}{\omega_1} = -\frac{z_1}{z_3} = -1 \Rightarrow \quad \omega_3 = -\omega_1 \quad (1)$$

$$\frac{\omega_4}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_4} = 1 \quad \Rightarrow \quad \omega_4 = \omega_2 \quad (2)$$

Para relacionar a la rueda 6, es preciso parar el portasatélites 5. El tren fundamental es el siguiente:



$$\frac{\overline{\omega}_3}{\overline{\omega}_4} = -\frac{z_4}{z_3} = -1 \Rightarrow \overline{\omega}_3 = -\overline{\omega}_4$$

$$\omega_3 - \omega_5 = -(\omega_4 - \omega_5)$$

$$\omega_3 + \omega_4 = 2\omega_5 \longrightarrow \omega_5 = \frac{\omega_3 + \omega_4}{2}$$

Y, aplicando (1) y (2),

$$\omega_5 = \boxed{\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} = \omega_{6y}} \quad (3)$$

En el tren fundamental también se puede escribir la relación,

$$\frac{\overline{\omega}_6}{\overline{\omega}_4} = -\frac{z_4}{z_6} = -1 \Rightarrow \overline{\omega}_6 = -\overline{\omega}_4 = -(\omega_4 - \omega_5)$$

El valor de $\overline{\omega}_6$ es precisamente ω_{6x}, ya que se trata de la velocidad angular de la rueda 6 respecto al portasatélites 5. Aplicando entonces (2) y (3) se tiene,

$$\omega_{6x} = -(\omega_4 - \omega_5) = \omega_5 - \omega_4 = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} - \omega_2$$

$$\boxed{\omega_{6x} = -\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}} \quad (4)$$