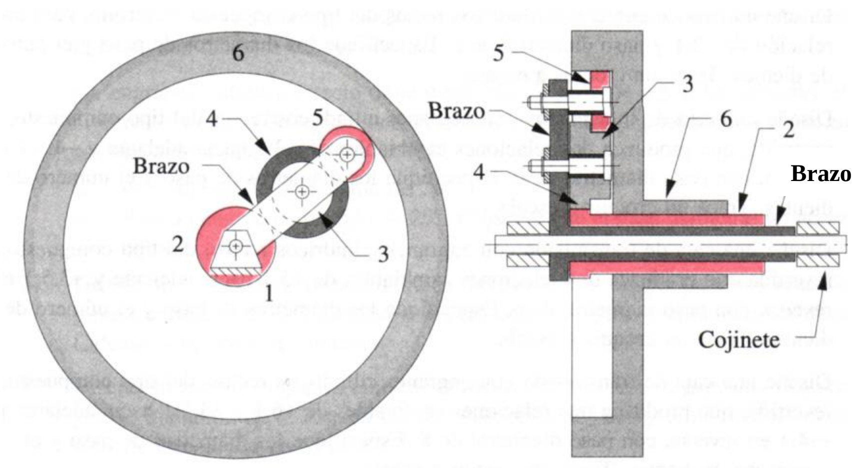
Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Diciembre 02

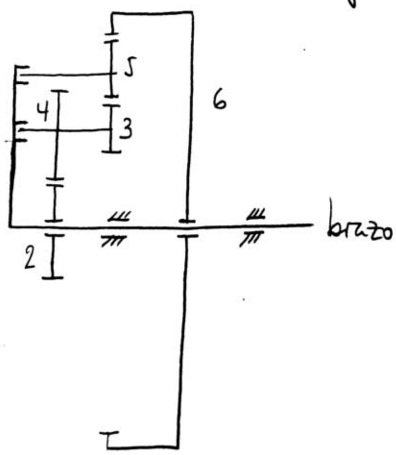
Nombre ....

La figura muestra un tren de engranajes epicicloidal. Rellenar los huecos de la tabla adjunta.



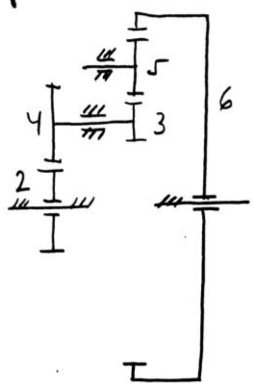
Caso	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	ω_2	ω_6	ω_{Brazo}
1	30	25	45	50			20	-50
2	30	25	45	50		30		-90
3	30	25	45	50		50	0	
4	30	25	45	30			40	-50
5	30	25	45	30		50		-75
6	30	25	45	30		50	0	

El esquema del tren es como sigue:



Ha de cumplirse la relación: $R_6 = R_2 + R_4 + R_3 + 2R_5$,
luego, $$Z_6 = Z_2 + Z_4 + Z_3 + 2Z_5$$

El tren fundamental se obtiene parando el brazo,



$$\frac{\overline{\omega}_6}{\overline{\omega}_2} = \frac{Z_2 Z_3}{Z_4 Z_6}$$

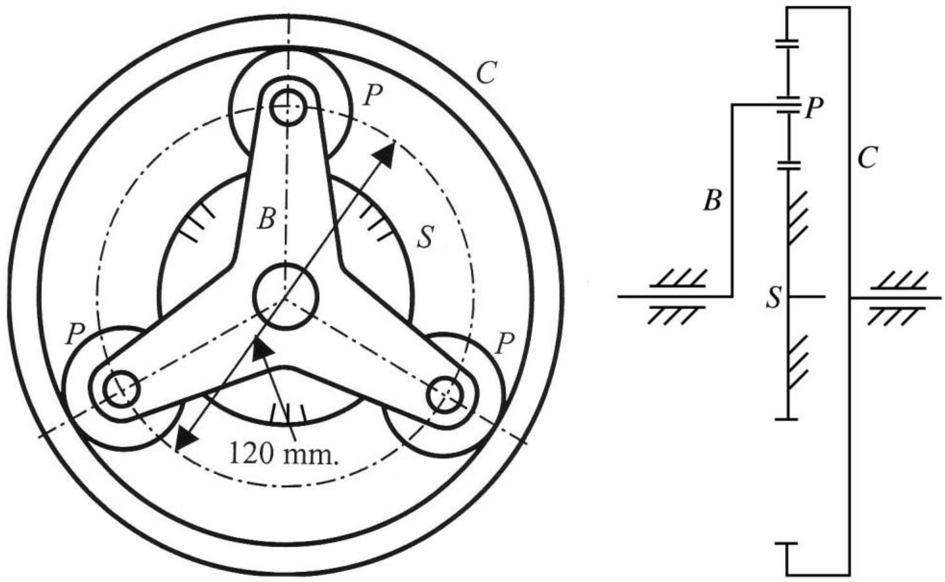
$$\boxed{\frac{\omega_6 - \omega_B}{\omega_2 - \omega_B} = \frac{Z_2 Z_3}{Z_4 Z_6}}$$

Entonces, se puede completar la tabla como sigue:

Caso	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6	ω_2	ω_6	ω_B
1	30	25	45	50	$\boxed{200}$	$\boxed{790}$	20	−50
2	30	25	45	50	$\boxed{200}$	30	$\boxed{-80}$	−90
3	30	25	45	50	$\boxed{200}$	50	0	$\boxed{-4'55}$
4	30	25	45	30	$\boxed{160}$	$\boxed{814}$	40	−50
5	30	25	45	30	$\boxed{160}$	50	$\boxed{-61'98}$	−75
6	30	25	45	30	$\boxed{160}$	50	0	$\boxed{-5'81}$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Septiembre 04
Nombre ....

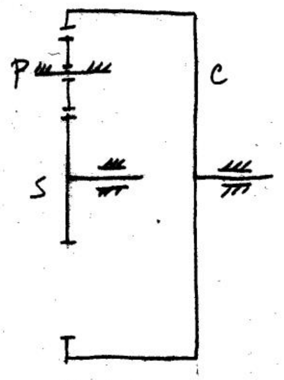
En el tren epicicloidal de la figura, la rueda con dentado interior C engrana con los tres satélites P, cuyos centros, que se mueven sobre una circunferencia de diámetro 120 mm, se hallan articulados al elemento portasatélites B. Los satélites engranan también con la rueda central fija S.



a) Determinar la velocidad angular del portasatélites B, y de cada uno de los tres satélites P, sabiendo que la velocidad angular de la rueda C es de 700 rpm.
b) Calcular el par que sería necesario aplicar a la rueda C para comunicar a ésta una aceleración angular de 50 rad/s^2.

Datos: z_C=100, z_P=30, z_S=40, m_P=500 g, I_C=4,8 g·m^2, I_P=0,15 g·m^2, I_B=2,4 g·m^2 (los momentos de inercia están referidos al centro de masas de cada sólido).

a) Para resolver el problema de velocidades, se puede recurrir a detener el portasatélites B, obteniendo el tren fundamental,



Entonces, se puede escribir,

$$\frac{\bar{\omega}_C}{\bar{\omega}_S} = \frac{\omega_C - \omega_B}{\cancel{\omega_S} - \omega_B} = -\frac{Z_S}{Z_C} \longrightarrow$$

$$1 - \frac{\omega_C}{\omega_B} = -\frac{Z_S}{Z_C} \longrightarrow \frac{\omega_C}{\omega_B} = 1 + \frac{Z_S}{Z_C} \longrightarrow$$

$$\omega_C = \left(1 + \frac{Z_S}{Z_C}\right)\omega_B \qquad (1)$$

Introduciendo en (1) los valores concretos,

$$700 = \left(1 + \frac{40}{100}\right)\omega_B \Rightarrow \boxed{\omega_B = 500 \text{ rpm}}$$

Si ahora, en el tren fundamental, se relaciona

$$\frac{\bar{\omega}_P}{\bar{\omega}_S} = \frac{\omega_P - \omega_B}{\cancel{\omega_S} - \omega_B} = -\frac{Z_S}{Z_P} \longrightarrow 1 - \frac{\omega_P}{\omega_B} = -\frac{Z_S}{Z_P} \longrightarrow$$

$$\frac{\omega_P}{\omega_B} = 1 + \frac{Z_S}{Z_P} \longrightarrow \omega_P = \left(1 + \frac{Z_S}{Z_P}\right)\omega_B \qquad (2)$$

Introduciendo en (2) los valores concretos,

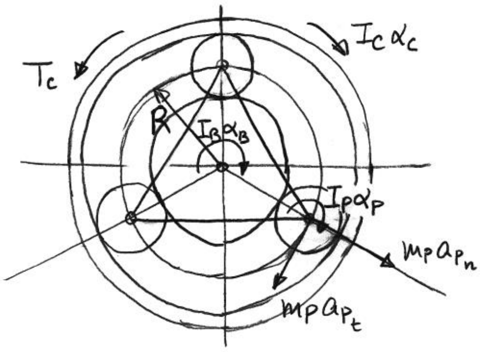
$$\omega_P = \left(1 + \frac{40}{30}\right)500 \Rightarrow \boxed{\omega_P = 1166'67 \text{ rpm}}$$

b) Este apartado requiere resolver la dinámica del mecanismo. En primer lugar, nótese que, dado que las expresiones (1) y (2) son válidas en todo instante, pueden ser derivadas, dando lugar a las relaciones,

$$\alpha_C = \left(1 + \frac{Z_S}{Z_C}\right)\alpha_B \quad ; \quad \alpha_P = \left(1 + \frac{Z_S}{Z_P}\right)\alpha_B$$

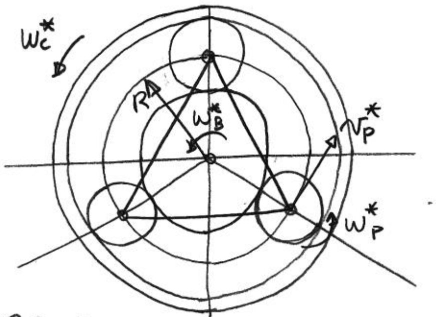
Se va a resolver el problema aplicando el principio de potencias virtuales.

Las fuerzas y momentos aplicados y de inercia que actúan sobre el mecanismo en un instante cualquiera son:



Nota: sólo se han indicado fuerzas y momentos sobre un satélite; sobre los otros dos actúan fuerzas y momentos análogos.

Si se aplica una velocidad angular virtual ω_C^* saliente al tren, la cinemática virtual responde a relaciones idénticas a las obtenidas para las velocidades reales:



La potencia virtual de las fuerzas y momentos aplicados y de inercia ha de ser nula,

$$\dot{W}^* = (T_C - I_C\alpha_C)\,\omega_C^* - I_B\alpha_B\,\omega_B^* - 3\,I_P\alpha_P\,\omega_P^* -$$

$$- 3\,m_P a_{P_t} v_P^* = 0 \ ,$$ donde, a partir de (1) y (2),

$\frac{5}{7}$

$$\omega_B^* = \frac{z_C}{z_C+z_S}\,\omega_C^* \qquad \omega_P^* = \frac{z_C(z_P+z_S)}{z_P(z_C+z_S)}\,\omega_C^* \qquad v_P^* = R\,\omega_B^*$$

$\frac{5}{3}$ $\quad R = 0'06$

$$\alpha_B = \frac{z_C}{z_C+z_S}\,\alpha_C \qquad \alpha_P = \frac{z_C(z_P+z_S)}{z_P(z_C+z_S)}\,\alpha_C \qquad a_{P_t} = R\,\alpha_B$$

Sustituyendo todas estas relaciones cinemáticas en la ecuación de potencias virtuales, y concretando los valores numéricos, se llega a,

$$\boxed{T_C} = \frac{5}{7}\left[\frac{7}{5} I_C + \frac{5}{7} I_B + \frac{35}{3} I_P + \frac{15}{7} m_P R^2\right]\alpha_C =$$

$$= \frac{5}{7}\left[\frac{7}{5}\,4'8\cdot10^{-3} + \frac{5}{7}\,2'4\cdot10^{-3} + \frac{35}{3}\,0'15\cdot10^{-3} + \frac{15}{7}\,0'5\cdot0'06^2\right]50 = \boxed{0'5015\ \text{Nm}}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 05

Nombre ....

Dos ejes paralelos de una máquina deben conectarse mediante dos engranajes cilíndricos de dientes rectos, con dentado exterior. Los ejes se hallan a una distancia de 435 mm, y se desea que la relación de velocidades de giro sea lo más próxima posible a 0.225352, teniendo en cuenta que ninguna rueda puede poseer más de 120 dientes. Debe evitarse la interferencia de tallado en las ruedas. Se utilizará un ángulo de presión de generación de 20º, y un módulo normalizado ISO de la serie I. Definir las dos ruedas.

Serie I de módulos normalizados ISO: 1, 1.25, 1.5, 2, 2.5, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 16, 20.

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{1}{\frac{1}{0'225352}} = \frac{1}{4+0'437502} = \frac{1}{4+\frac{1}{2+0'285704}} = \frac{1}{4+\frac{1}{2+\frac{1}{3+0'500126}}} =$$

$$= \frac{1}{4+\frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{1}{2}}}} = \frac{16}{71} = \frac{z_1}{z_2}$$

$$\boxed{z_1 = 16 \; ; \; z_2 = 71}$$

$$d = \frac{m}{2}(z_1+z_2) = \frac{m}{2}(16+71) = 435 \Rightarrow \boxed{m = 10}$$

$$x_1 \geq 1 - \frac{z_1}{2}\,\text{sen}^2\varphi = 1 - \frac{16}{2}\,\text{sen}^2 20 = 0'0642$$

luego, para evitar la interferencia de tallado en el piñón, $x_1 = 0'0642$.

Por tanto, dado que la distancia a la que han de engranar las ruedas es la correspondiente a las condiciones de tallado,

$$x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = -x_1 = -0'0642$$

Veamos si la rueda puede soportar esta corrección negativa,

$$x_2 \geq 1 - \frac{z_2}{2}\,\text{sen}^2\varphi = 1 - \frac{71}{2}\,\text{sen}^2 20 = -3'1527 \quad \text{Ok!}$$

Entonces,

$$\boxed{x_1 = 0'0642 \; ; \; x_2 = -0'0642}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 06
Nombre ....

Dos ejes paralelos que distan 220 mm, se van a conectar mediante dos engranajes cilíndricos para lograr una relación de transmisión de 1/6. Mediante cálculos de resistencia, se ha obtenido que el módulo debe ser 4 mm. Ninguno de los engranajes puede poseer más de 100 dientes.

a) Si la solución es con engranajes de dientes rectos, definir las ruedas: números de dientes y correcciones.

b) Si la solución es con engranajes de dientes helicoidales, y no se acepta un ángulo de hélice aparente superior a 30º, definir las ruedas: números de dientes y ángulo de hélice aparente.

En ambos casos, debe evitarse la interferencia de tallado.

$m = 4$ mm , $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1}{6}$, $z \le 100$.. , dist = 220 mm

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1}{6} = \frac{z_1}{z_2} \longrightarrow z_2 = 6 z_1$$

a) $d = \frac{m}{2}(z_1 + z_2)$

$$220 = \frac{4}{2}(z_1 + 6z_1) \longrightarrow z_1 = 15'71 \longrightarrow \boxed{z_1 = 16}$$

$$z_2 = 6z_1 = 6 \times 16 = \boxed{96 = z_2}$$

$d = \frac{4}{2}(16+96) = 224$ mm $\Rightarrow$ hace falta corrección.

$$d\cos\varphi = d_v \cos\varphi_v$$

$$224\cos 20° = 220 \cos\varphi_v \longrightarrow \underline{\varphi_v = 16'91°}$$

$$x_1 + x_2 = \left[Ev(\varphi_v) - Ev(\varphi)\right]\frac{z_1+z_2}{2\,tg\,\varphi} =$$

$$= \left[Ev(16'91°) - Ev(20°)\right]\frac{16+96}{2\,tg\,20°} = -0'9271$$

Como la rueda 1 tiene menos de 18 dientes, necesita corrección para evitar la interferencia de tallado:

$$x_1 \geq 1 - \frac{z_1}{2}\,sen^2\varphi = 1 - \frac{16}{2}\,sen^2 20 = 0'0642$$

Entonces, le damos a 1 la corrección mínima necesaria:

$$x_1 = 0'0642$$

y a la rueda 2,

$$x_2 = -0'9271 - x_1 = -0'9271 - 0'0642 = -0'9913$$

Ahora hay que ver si se produce interferencia de tallado en la rueda 2,

$$x_2 \geq 1 - \frac{z_2}{2} \operatorname{sen}^2 \varphi = 1 - \frac{56}{2} \operatorname{sen}^2 20° = -4'6149$$

luego no hay problema en la rueda 2.

Entonces: $\boxed{x_1 = 0'0642}$, $\boxed{x_2 = -0'9913}$

b) $d = \frac{m}{2\cos\beta_a}(z_1 + z_2)$

$$220 = \frac{4}{2\cos\beta_a}(z_1 + 6z_1) \Rightarrow \cos\beta_a = \frac{7}{110} z_1$$

z_1	β_a
16	—
15	17'34°
14	27'01°
13	34'18° > 30°

Sólo son posibles las soluciones:

$z_1 = 15$, $z_2 = 90$

$z_1 = 14$, $z_2 = 84$

Probaremos ambas:

Caso 1: $z_1 = 15$, $z_2 = 90$, $\beta_a = 17'34°$

La condición de interferencia de tallado en la rueda de 15 dientes es:

$$z_1 \geq \frac{2\cos\beta_a}{\operatorname{sen}^2\varphi_a} \quad \text{con} \quad tg\,\varphi_n = tg\,\varphi_a \cos\beta_a \Rightarrow$$

$$tg\,\varphi_a = \frac{tg\,\varphi_n}{\cos\beta_a} = \frac{tg\,20°}{\cos 17'34°} \longrightarrow \varphi_a = 20'87°$$

$$z_1 \geq \frac{2\cos 17'34°}{\operatorname{sen}^2 20'87°} = 15'04 \Rightarrow \text{hay interferencia.}$$

Caso 2 : $z_1 = 14, \; z_2 = 84, \; \beta_a = 27'01°$

$$\operatorname{tg} \varphi_a = \frac{\operatorname{tg} 20°}{\cos 27'01°} \longrightarrow \varphi_a = 22'22°$$

$$z_1 \geq \frac{2 \cos 27'01°}{\operatorname{sen}^2 22'22°} = 12'45$$ luego ahora no hay interferencia.

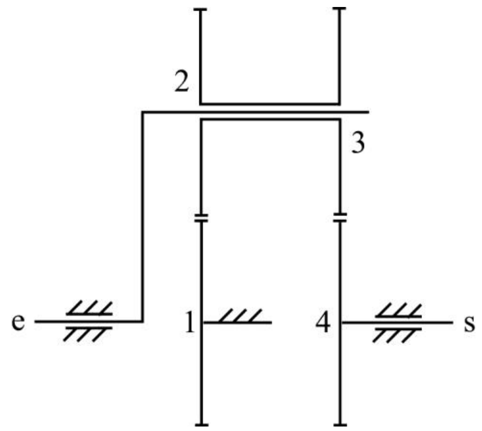
Por tanto, la solución será:

$$\boxed{z_1 = 14, \; z_2 = 84, \; \beta_a = 27'01°}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 07

Nombre ....

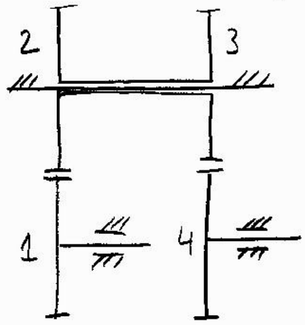
Una de las aplicaciones de los trenes de engranajes epicicloidales son los sistemas con una elevada reducción de la velocidad, como el denominado tren de Pecquer. El tren de Pecquer consiste en un tren epicicloidal simple, como el que se muestra en la figura, donde los engranajes poseen los siguientes números de dientes: $z_1=x-1$, $z_2=z_4=x$, $z_3=x+1$.



a) Determinar la relación de velocidades angulares entre la salida y la entrada, ω_s/ω_e, en función de x.

b) ¿Cuál será el valor de dicha relación y, por tanto, la reducción de velocidad que proporciona el tren para x=40 (z_1=39, z_2=z_4=40, z_3=41)?

El tren fundamental se obtiene parando el portasatélites (e), y es el siguiente:



$$\frac{\overline{\omega_s}}{\overline{\omega_1}} = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4} = \frac{\omega_s - \omega_e}{\cancel{\omega_1} - \omega_e}$$

$$\frac{\omega_s}{\omega_e} = 1 - \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4}$$

Si $z_1 = x-1$, $z_2 = z_4 = x$, $z_3 = x+1$, se tiene que,

$$\boxed{\frac{\omega_s}{\omega_e}} = 1 - \frac{(x-1)(x+1)}{x^2} = \boxed{\frac{1}{x^2}}$$

Entonces, si $x=40$,

$$\boxed{\frac{\omega_s}{\omega_e}} = \frac{1}{40^2} = \boxed{\frac{1}{1600}}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 11
Nombre ....

Dos ejes paralelos que distan 268 mm han de ser conectados mediante dos engranajes cilíndricos helicoidales, de manera que la relación de velocidades angulares entre los ejes sea 5. Se desea emplear para las ruedas dentadas un módulo normalizado de 4 mm o de 5 mm. El número de dientes de cada rueda no podrá sobrepasar los 100, y el ángulo de inclinación de la cremallera de tallado de los dientes respecto al eje de las ruedas no podrá exceder los 25º.

Definir las ruedas de modo que se cumplan las condiciones indicadas, y que se evite la interferencia de tallado.

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{z_1}{z_2} = 5 \longrightarrow \boxed{z_1 = 5 z_2}$$

$$d = \frac{m}{2\cos\beta_a}(z_1+z_2) = \frac{m}{2\cos\beta_a}(5z_2+z_2) = \frac{3m}{\cos\beta_a} z_2 = 268$$

$\underline{m=4}$

$$268 = \frac{3\times 4}{\cos\beta_a} z_2 \Rightarrow \boxed{\cos\beta_a = \frac{3}{67} z_2}$$

$\underline{m=5}$

$$268 = \frac{3\times 5}{\cos\beta_a} z_2 \longrightarrow \boxed{\cos\beta_a = \frac{15}{268} z_2}$$

$m=4$			$m=5$		
z_1	z_2	β_a	z_1	z_2	β_a
100	20	~~26'42°~~	100	20	—
95	19	~~31'71°~~	95	19	—
...	...	...	90	18	—
			$\boxed{85}$	$\boxed{17}$	$\boxed{17'92°}$
			80	16	~~26'42°~~

Condiciones:

$z \leq 100$

$\beta_a \leq 25°$

La única solución válida es, por tanto,

$$\boxed{z_1 = 85,\ z_2 = 17,\ m = 5,\ \beta_a = 17'92°}$$

Calculamos el ángulo de presión aparente, y comprobamos la interferencia de tallado.

$$\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}\varphi_a \cos\beta_a \rightarrow \operatorname{tg} 20° = \operatorname{tg}\varphi_a \cos 17'92° \rightarrow \boxed{\varphi_a = 20'93°}$$

$$z \geq \frac{2\cos\beta_a}{\operatorname{sen}^2\varphi_a} = \frac{2\cos 17'92°}{\operatorname{sen}^2 20'93°} = 14'91$$

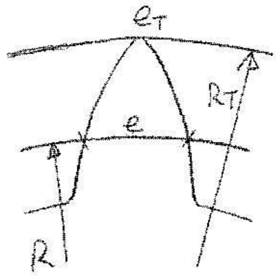
Como $z_2 = 17 > 14'91$, no hay interferencia de tallado.

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 14
Nombre ....

Se pretende diseñar una reductora con engranajes normales no corregidos de módulo 6 mm. El piñón tiene 19 dientes y la rueda tiene 60 dientes.
a) Calcular cuál sería el valor del addendum de los dientes para el que se produciría apuntamiento en el piñón.

Al cabo del tiempo se modifica la reductora, de manera que el piñón pasa a tener 17 dientes sin variar la distancia entre centros y sin modificar la rueda.
b) Determinar la corrección a introducir en el piñón para evitar que se produzca interferencia de tallado en el mismo.

a) $R = \dfrac{mz}{2} = \dfrac{6 \times 19}{2} = 57 \text{ mm}$



$e = \dfrac{m\pi}{2} = \dfrac{6\pi}{2} = 3\pi \text{ mm}$; $\psi = 20°$

$e_T = R_T \left[\dfrac{e}{R} + 2\left(Ev(\psi) - Ev(\phi_T) \right) \right]$

Se producirá apuntamiento si $e_T = 0$, luego,

$0 = R_T \left[\dfrac{e}{R} + 2\left(Ev(\psi) - Ev(\phi_T) \right) \right]$

$Ev(\phi_T) = Ev(\psi) + \dfrac{e}{2R} = Ev(20) + \dfrac{3\pi}{2 \times 57} =$

$= tg\,20 - \dfrac{20\pi}{180} + \dfrac{\pi}{38} = 0'097578$

$\left.\begin{array}{l} 35'9° \text{ — } 0'097306 \\ 36'0° \text{ — } 0'098224 \end{array}\right\} \phi_T = 35'93°$

$\rho = R\cos\psi = R_T \cos\phi_T$

$57 \cos 20 = R_T \cos 35'93 \rightarrow R_T = 66'15 \text{ mm}$

Entonces, el addendum para el que se produciría apuntamiento sería,

$a = R_T - R = 66'15 - 57 = \boxed{9'15 \text{ mm} = a}$

b) $d = \dfrac{m}{2}(z_1 + z_2) = \dfrac{6}{2}(19 + 60) = 237 \text{ mm}$

Esta era la distancia entre centros, que ahora se quiere mantener. Por tanto,

$d' = 237 \text{ mm}$

Con el nuevo piñón de 17 dientes,

$$d = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{6}{2}(17+60) = 231 \text{ mm}$$

$$d \cos\psi = d_v \cos\psi_v \longrightarrow 231 \cos 20 = 237 \cos\psi_v$$

$$\underline{\psi_v = 23'67^\circ}$$

$$x_1 = \left[Ev(\psi_v) - Ev(\psi)\right]\frac{z_1+z_2}{2\,tg\psi} =$$

$$= \left[Ev(23'67) - Ev(20)\right]\frac{17+60}{2\,tg\,20} = \boxed{1'0917 = x_1}$$

En este caso toda la corrección es para el piñón, ya que la rueda no estaba corregida y no se ha modificado.

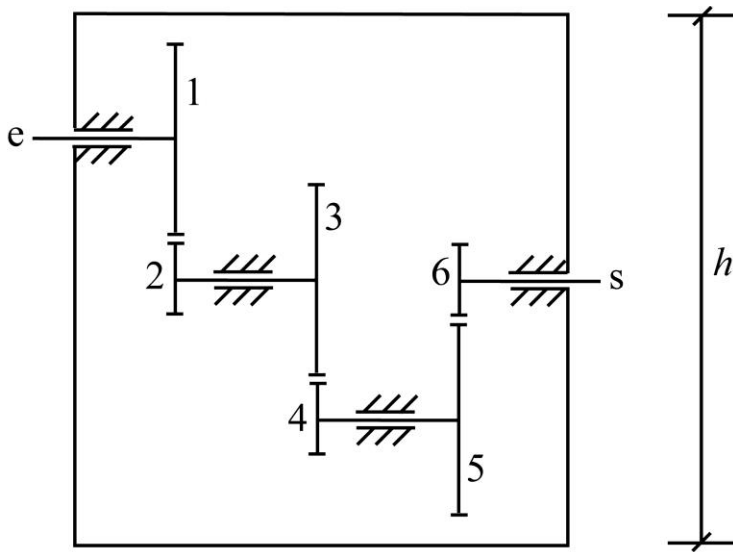
$$x_1 \geq 1 - \frac{z_1}{2}\,sen^2\psi = 1 - \frac{17}{2}\,sen^2 20 = 0'0057$$

luego la corrección aplicada para que el piñón pueda funcionar a la distancia entre centros existente sirve, además, para evitar la interferencia de tallado en el mismo.

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 18

Nombre...

La figura muestra un tren de engranajes cilíndrico-rectos, en el que los números de dientes de las ruedas son los siguientes: $z_1=z_3=z_5=54$, $z_2=z_4=z_6=18$. Todas las ruedas tienen un módulo de 5 mm y dientes normales.



a) Obtener la relación de velocidades angulares entre los ejes de salida y entrada, ω_s/ω_e. ¿Se trata de una reductora o de una multiplicadora?

b) Si el rendimiento del engrane en cada par de ruedas es del 98%, ¿cuál será la relación entre el par de salida y el par de entrada T_s/T_e?

c) Indicar cuál será la dimensión vertical h mínima de la carcasa para albergar al tren de engranajes en su interior, si se van a utilizar ruedas normales.

d) Por un error en la construcción de la carcasa, la distancia entre el eje de entrada y el eje de las ruedas 2-3 es 2 mm inferior al requerido por ruedas normales. ¿Qué correción habrá que dar a las ruedas 1 y 2 para que puedan engranar a esa distancia?

a) $$\frac{\omega_s}{\omega_e} = -\frac{z_1 z_3 z_5}{z_2 z_4 z_6} = -\frac{54\times 54\times 54}{18\times 18\times 18} = \boxed{-27 = \frac{\omega_s}{\omega_e}}$$

Se trata de una <u>multiplicadora</u>.

b) $$\boxed{\frac{T_s}{T_e}} = -\frac{T_6}{T_5}\cdot\frac{T_4}{T_3}\cdot\frac{T_2}{T_1} = -\eta\frac{\omega_5}{\omega_6}\cdot\eta\frac{\omega_3}{\omega_4}\cdot\eta\frac{\omega_1}{\omega_2} =$$

$$= -\eta^3\frac{z_6\cdot z_4\cdot z_2}{z_5\cdot z_3\cdot z_1} = -0'98^3\,\frac{18\times 18\times 18}{54\times 54\times 54} = -0'98^3\,\frac{1}{27} = \boxed{-0'0349}$$

c) Si se consideran los radios primitivos, se tiene:

$$2R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 = \frac{m}{2}\left(2z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + z_5\right) =$$

$$= \frac{5}{2}\left(2\times 54 + 18 + 54 + 18 + 54\right) = 630 \text{ mm}$$

A esta cantidad hay que sumarle los addendum de las ruedas 1 y 5:

$$a_1 + a_5 = m + m = 5 + 5 = 10 \text{ mm}$$

Por tanto, $\boxed{h > 630 + 10 = 640 \text{ mm}}$

d) La distancia a la que engranarían las ruedas 1 y 2 sin corrección es:

$$d = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{5}{2}(54 + 18) = 180 \text{ mm.}$$

Pero los ejes se encuentran a $d_v = 180 - 2 = 178$ mm.

$d\cos\varphi = d_v\cos\varphi_v$; $180\cos 20 = 178\cos\varphi_v$;

$\varphi_v = 18'15^\circ$

$$x_1 + x_2 = \left[Ev(18'15^\circ) - Ev(20^\circ)\right]\frac{54+18}{2\,tg\,20} =$$

$$= \left[0'011039 - 0'014904 \right] \frac{54+18}{2 \, tg 20} = -0'3823$$

Las correcciones admisibles en cada rueda para evitar la interferencia de tallado son:

$$x_1 \geq 1 - \frac{z_1}{2} \sin^2 \varphi = 1 - \frac{54}{2} \sin^2 20 = -2'1584$$

$$x_2 \geq 1 - \frac{z_2}{2} \sin^2 \varphi = 1 - \frac{18}{2} \sin^2 20 = -0'0528$$

Entonces, dado que la rueda 2 posee 18 dientes y apenas soporta corrección negativa, se propone dar toda la corrección a la rueda 1:

$$\boxed{\begin{aligned} x_1 &= -0'3823 \\ x_2 &= 0 \end{aligned}}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 20
Nombre...

Dos ruedas cilíndrico-rectas normales de 50 y 25 dientes, respectivamente, módulo 5 mm y ángulo de presión 20º, están engranando. Determinar:

a) Radios de las circunferencias primitivas y distancia entre centros de las ruedas.

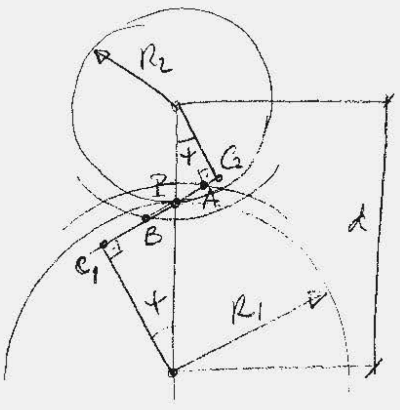
b) Longitud total de la línea de engrane (distancia entre los puntos de tangencia de la línea de engrane con las circunferencias base).

c) Longitud del segmento de engrane, si los dientes son de tamaño normal.

d) Relación de contacto.

e) Puntos sobre la línea de engrane, expresados por su distancia al punto primitivo, hasta donde se puede engranar con perfil de evolvente, si los dientes han sido tallados con cremallera normal de addendum y dedendum igual al módulo.

f) ¿Qué addendum debería tener cada rueda para obtener la máxima relación de contacto posible, y cuál sería el valor de la misma?



a) $\boxed{R_1 = \frac{m z_1}{2} = \frac{5 \times 50}{2} = 125 \text{ mm}}$

$\boxed{R_2 = \frac{m z_2}{2} = \frac{5 \times 25}{2} = 62'5 \text{ mm}}$

$\boxed{d = R_1 + R_2 = 125 + 62'5 = 187'5 \text{ mm}}$

b) $\overline{C_1C_2} = (R_1 + R_2) \operatorname{sen} \varphi =$

$= 187'5 \operatorname{sen} 20 = \boxed{64'13 \text{ mm}}$

c) $\overline{AP} = \overline{AC_1} - \overline{PC_1} = \sqrt{(R_1 + a_1)^2 - \rho_1^2} - R_1 \operatorname{sen} \varphi$

$\rho_1 = R_1 \cos \varphi = 125 \cos 20^\circ = 117'46 \text{ mm}$

$\overline{AP} = \sqrt{(125+5)^2 - 117'46^2} - 125 \operatorname{sen} 20 = 12'95 \text{ mm}$

$\overline{PB} = \overline{C_2B} - \overline{C_2P} = \sqrt{(R_2 + a_2)^2 - \rho_2^2} - R_2 \operatorname{sen} \varphi$

$\rho_2 = R_2 \cos \varphi = 62'5 \cos 20^\circ = 58'73 \text{ mm}$

$\overline{PB} = \sqrt{(62'5+5)^2 - 58'73^2} - 62'5 \operatorname{sen} 20 = 11'90 \text{ mm}$

El segmento de engrane será, por tanto,

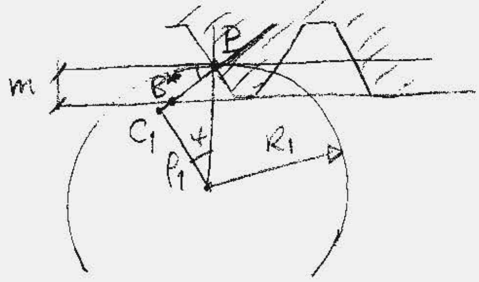
$\boxed{\overline{AB} = \overline{AP} + \overline{PB} = 12'95 + 11'90 = 24'85 \text{ mm}}$

d) El arco de conducción vale,

$S\alpha = \frac{\overline{AB}}{\cos \varphi} = \frac{24'85}{\cos 20} = 26'44 \text{ mm}$

y la relación de contacto,

$\boxed{RC = \frac{S\alpha}{p} = \frac{26'44}{5\pi} = 1'68}$

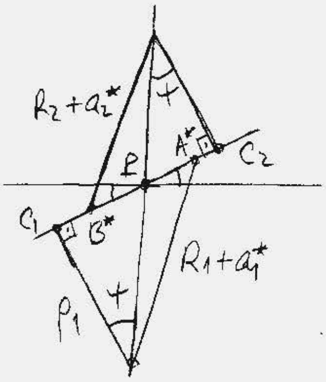


e) Por ejemplo, para la rueda 1,

$$\boxed{\overline{PB^*} = \frac{m}{\operatorname{sen}\phi} = \frac{5}{\operatorname{sen} 20} = 14'62 \text{ mm}}$$

Y lo mismo para la rueda 2,

$$\boxed{\overline{PA^*} = \frac{m}{\operatorname{sen}\phi} = \frac{5}{\operatorname{sen} 20} = 14'62 \text{ mm}}$$



Entonces, se puede engranar con perfil de evolvente hasta los puntos A^* y B^*, distantes ambos 14'62 mm del punto primitivo, P.

f) Hacer máxima la relación de contacto implica conseguir la máxima longitud del segmento de engrane, pues,

$$RC = \frac{\delta x}{p} = \frac{\overline{AB}}{p \cos\phi}$$

Y, para ello, el addendum de cada rueda deberá ser tal que el segmento de engrane sea igual a $\overline{A^*B^*}$.

$$(R_1 + a_1^*)^2 = \left(\overline{C_1A^*}\right)^2 + \rho_1^2 = \left(R_1 \operatorname{sen}\phi + \overline{PA^*}\right)^2 + \rho_1^2$$

$$125 + a_1 = \sqrt{(125 \operatorname{sen} 20 + 14'62)^2 + 117'46^2}$$

$$\boxed{a_1 = 5'72 \text{ mm}}$$

$$(R_2+a_2^*)^2 = (\overline{C_2B^*})^2 + \rho_2^2 = (R_2 \operatorname{sen}\varphi + \overline{PB^*})^2 + \rho_2^2$$

$$62'5 + a_2^* = \sqrt{(62'5 \operatorname{sen} 20 + 14'62)^2 + 58'73^2}$$

$$\boxed{a_2^* = 6'38 \text{ mm}}$$

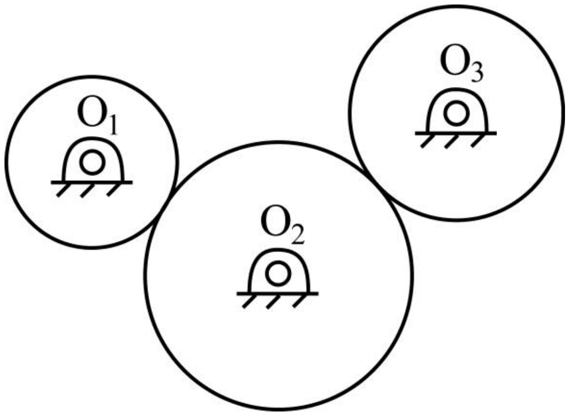
Entonces, la relación de contacto sería máxima, y de valor,

$$\boxed{RC} = \frac{\overline{A^*B^*}}{p\cos\varphi} = \frac{14'62 + 14'62}{5\pi \cos 20^\circ} = \boxed{1'98}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 21

Nombre...

El tren de engranajes de la figura se va a montar con ruedas cilíndrico-rectas de módulo 2 mm. Las distancias entre los ejes de las ruedas están impuestas, y son las siguientes: $\overline{O_1O_2} = 43\ \text{mm}$; $\overline{O_2O_3} = 86\ \text{mm}$. Si se desea obtener una relación de transmisión salida/entrada de $\omega_3/\omega_1=0.25$, definir las ruedas (números de dientes y correcciones, si son necesarias).



Se trata de un tren de engranajes ordinario simple.

$$\frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{z_1}{z_3} = 0'25 \Rightarrow z_3 = 4z_1 \quad (1)$$

$$\overline{O_1O_2} = 43 = \frac{m}{2}(z_1+z_2) = \frac{2}{2}(z_1+z_2) \Rightarrow z_1+z_2 = 43 \quad (2)$$

$$\overline{O_2O_3} = 86 = \frac{m}{2}(z_2+z_3) = \frac{2}{2}(z_2+z_3) \Rightarrow z_2+z_3 = 86 \quad (3)$$

Tenemos, por tanto, tres ecuaciones y tres incógnitas.

$$\begin{cases} z_1+z_2 = 43 & (-) \\ z_2+4z_1 = 86 & (+) \end{cases}$$

$$3z_1 = 43 \Rightarrow z_1 = \frac{43}{3} = 14'3$$

Aproximamos z_1 al valor entero más próximo:

$$\boxed{z_1 = 14}$$

La relación de transmisión (1) nos da el valor de z_3:

$$z_3 = 4z_1 = 4\times 14 = 56 \Rightarrow \boxed{z_3 = 56}$$

Y z_2 se puede obtener de las condiciones de distancia entre ejes:

(2) $z_2 = 43 - z_1 = 43 - 14 = 29$

(3) $z_2 = 86 - z_3 = 86 - 56 = 30$

Vamos a ver cuáles son las distancias de las ruedas normales en ambos casos.

(2) $\underline{z_2 = 29}$

$$d_{12} = \frac{m}{2}(z_1+z_2) = \frac{2}{2}(14+29) = 43\text{ mm} = \overline{O_1O_2}$$

$d_{23} = \frac{m}{2}(z_2+z_3) = \frac{2}{2}(29+56) = 85\ mm < \overline{O_2O_3} = 86\ mm$

La colocación de las ruedas 2 y 3 a 86 mm supondría dar una suma de correcciones positiva.

(3) $\underline{z_2 = 30}$

$d_{12} = \frac{m}{2}(z_1+z_2) = \frac{2}{2}(14+30) = 44\ mm > \overline{O_1O_2} = 43\ mm$

$d_{23} = \frac{m}{2}(z_2+z_3) = \frac{2}{2}(30+56) = 86\ mm = \overline{O_2O_3}$

La colocación de las ruedas 1 y 2 a 43 mm supondría dar una suma de correcciones negativa, lo que no es deseable con la rueda 1 de 14 dientes.

Se elige, por tanto, la opción:

$$\boxed{z_1 = 14\ ;\ z_2 = 29\ ;\ z_3 = 56}$$

$x_1 \geq 1 - \frac{z_1}{2}\,\text{sen}^2\varphi = 1 - \frac{14}{2}\,\text{sen}^2 20 = \boxed{0'1812 = x_1}$

$d_{12} = \overline{O_1O_2} \Rightarrow x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = -x_1 = \boxed{-0'1812 = x_2}$

$x_2 \geq 1 - \frac{z_2}{2}\,\text{sen}^2\varphi = 1 - \frac{29}{2}\,\text{sen}^2 20 = -0'6962$ Ok!

$d_{23}\cos\varphi = \overline{O_2O_3}\cos\varphi_v$

$85\cos 20 = 86\cos\varphi_v \Rightarrow \varphi_v = 21'76°$

$x_2 + x_3 = \left[Ev(\varphi_v) - Ev(\varphi)\right]\frac{z_2+z_3}{2\,tg\,\varphi} =$

$= \left[Ev(21'76°) - Ev(20°)\right]\frac{29+56}{2\,tg\,20} = 0'5224$

$x_3 = 0'5224 - x_2 = 0'5224 - (-0'1812) = \boxed{0'7036 = x_3}$