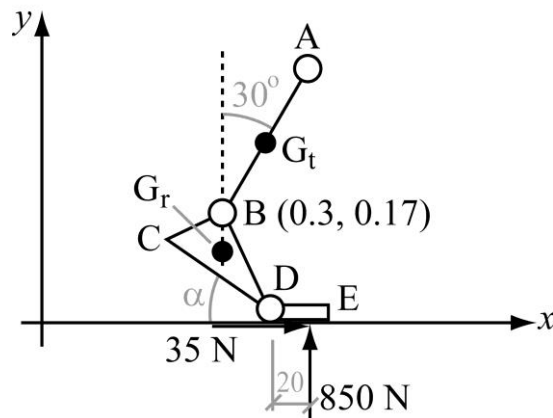


La figura muestra un modelo plano de tibia, retropié y antepié, con una longitud de la tibia $AB = 0.402$ m, una longitud del empeine $BD = 0.187$ m, y una longitud del antepié $DE = 0.075$ m. El pie se representa por un triángulo rectángulo, con ángulo de 30° en la puntera (punto D) y ángulo de 60° en el talón (punto C). En el instante recogido en la figura, el antepié se halla totalmente apoyado en el suelo, la planta del retropié forma un ángulo α con la horizontal, el tobillo se encuentra en las coordenadas $B(0.3, 0.17)$, y la tibia forma un ángulo de 30° con la vertical.

a) ¿Cuál es el valor del ángulo α ?

b) Determinar las coordenadas, en m, de los puntos A, C, D y E.

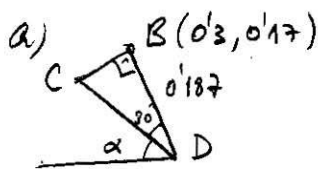


c) Si el antepié está en reposo, la velocidad angular del retropié es de 1 rad/s entrante, de valor constante en el tiempo, y la velocidad angular de la tibia es también de 1 rad/s entrante, pero con aceleración angular de 0.5 rad/s² saliente, ¿cuáles son las velocidades de los puntos A (rodilla) y B (tobillo)?

d) ¿Y sus aceleraciones?

e) La placa de fuerza mide una fuerza vertical de 850 N, situada 20 mm a la derecha de la articulación metatarsfalángica, y una fuerza horizontal de 35 N. La masa del retropié es 1 kg y su centro de masas se encuentra en la vertical del tobillo, 6 mm por debajo de éste. La gravedad se toma $g = 10$ m/s². Calcular las reacciones y el par motor en el tobillo (punto B), teniendo en cuenta el peso del retropié, pero no sus fuerzas de inercia.

f) Si la masa de la tibia es 6.5 kg, y su centro de masas se encuentra en su punto medio, calcular las reacciones y el par motor en la rodilla (punto A), teniendo en cuenta el peso de la tibia y sus fuerzas de inercia.



$$\sin(\alpha + 30) = \frac{0.17}{0.187} = 0.909$$

$$\alpha + 30 = 65.38^\circ \Rightarrow \boxed{\alpha = 35.38^\circ}$$

$$b) \vec{OA} = \vec{OB} + \vec{BA} = \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.17 \end{pmatrix} + 0.402 \begin{pmatrix} \cos 30 \\ \sin 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.501 \\ 0.518 \end{pmatrix}$$

$$\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{BC} = \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.17 \end{pmatrix} + 0.187 \begin{pmatrix} \cos 65.38 \\ -\sin 65.38 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.202 \\ 0.125 \end{pmatrix}$$

$$\vec{OD} = \vec{OB} + \vec{BD} = \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.17 \end{pmatrix} + 0.187 \begin{pmatrix} \cos 65.38 \\ -\sin 65.38 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.378 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{OE} = \vec{OD} + \vec{DE} = \begin{pmatrix} 0.378 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.075 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.453 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$c) \vec{NB} = \vec{ND} + \vec{NB/D} = 0 \begin{pmatrix} \cos 65.38 \\ \sin 65.38 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.17 \\ 0.078 \end{pmatrix}$$

$w_{rDB} = 1 \times 0.187$

$$\vec{NA} = \vec{NB} + \vec{NA/B} = \begin{pmatrix} 0.17 \\ 0.078 \end{pmatrix} + 0.402 \begin{pmatrix} \cos 30 \\ -\sin 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.518 \\ -0.123 \end{pmatrix}$$

$w_{tBA} = 1 \times 0.402$

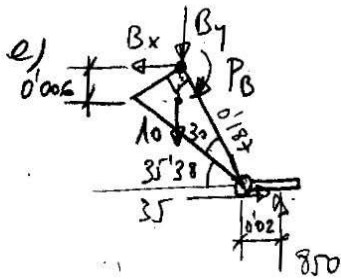
$$d) \vec{a}_B = \vec{a}_D + \vec{a}_{B/D} = 0 \begin{pmatrix} \cos 65.38 \\ -\sin 65.38 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.078 \\ -0.17 \end{pmatrix}$$

$w_{rDB}^2 = 1^2 \times 0.187$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{A/B} = \begin{pmatrix} 0.078 \\ -0.17 \end{pmatrix} - 0.402 \begin{pmatrix} \sin 30 \\ \cos 30 \end{pmatrix} + 0.201 \begin{pmatrix} -\cos 30 \\ \sin 30 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -0.297 \\ -0.418 \end{pmatrix}$$

$w_{tBA} = 0.5 \times 0.402 = 0.201$

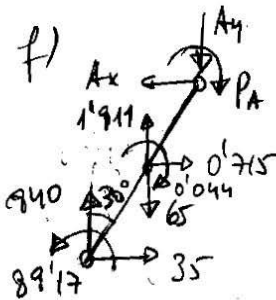


$$P_{\text{res}} = m_r g = 1 \times 10 = 10 \text{ N}$$

$$35 - B_x = 0 \Rightarrow \boxed{B_x = 35 \text{ N}}$$

$$850 - 10 - B_y = 0 \Rightarrow \boxed{B_y = 840 \text{ N}}$$

$$-P_B + 850(0.02 + 0.187 \cos 65.38^\circ) + 35 \times 0.187 \sin 65.38^\circ = 0 \Rightarrow \boxed{P_B = 89.17 \text{ Nm}}$$



$$P_{\text{res}} = m_t g = 6.5 \times 10 = 65 \text{ N}$$

$$\vec{a}_{\text{Gt}} = \vec{a}_B + \vec{a}_{\text{Gt/B}}$$

$$w_t B G_t = \frac{1}{30} \alpha_t$$

$$= 1^2 \times 0.201 \frac{1}{30} \alpha_t$$

$$\alpha_t B G_t = 0.5 \times 0.201 = 0.1005$$

$$\vec{a}_{\text{Gt}} = \begin{Bmatrix} 0.078 \\ -0.17 \end{Bmatrix} - 0.201 \begin{Bmatrix} \sin 30^\circ \\ \cos 30^\circ \end{Bmatrix} + 0.1005 \begin{Bmatrix} -\cos 30^\circ \\ \sin 30^\circ \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0.11 \\ -0.294 \end{Bmatrix}$$

$$\vec{F}_{\text{in}} = -m_t \vec{a}_{\text{Gt}} = -6.5 \begin{Bmatrix} -0.11 \\ -0.294 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.715 \\ 1.911 \end{Bmatrix}$$

$$M_{\text{in Gt}} = -I_{\text{Gt}} \alpha_t = -\left(\frac{1}{12} m_t L^2\right) \alpha_t = -\left(\frac{1}{12} 6.5 \times 0.402^2\right) 0.5 = -0.044$$

$$35 + 0.715 - A_x = 0 \Rightarrow \boxed{A_x = 35.715 \text{ N}}$$

$$840 - 65 + 1.911 - A_y = 0 \Rightarrow \boxed{A_y = 776.911 \text{ N}}$$

$$-P_A + 35 \times 0.402 \cos 30^\circ - 840 \times 0.402 \sin 30^\circ + 89.17 - 0.044 + 0.715 \times 0.201 \cos 30^\circ - (1.911 - 65) \times 0.201 \sin 30^\circ = 0$$

$$\boxed{P_A = -61.06 \text{ Nm}}$$