Soft-real-time simulator with human interaction

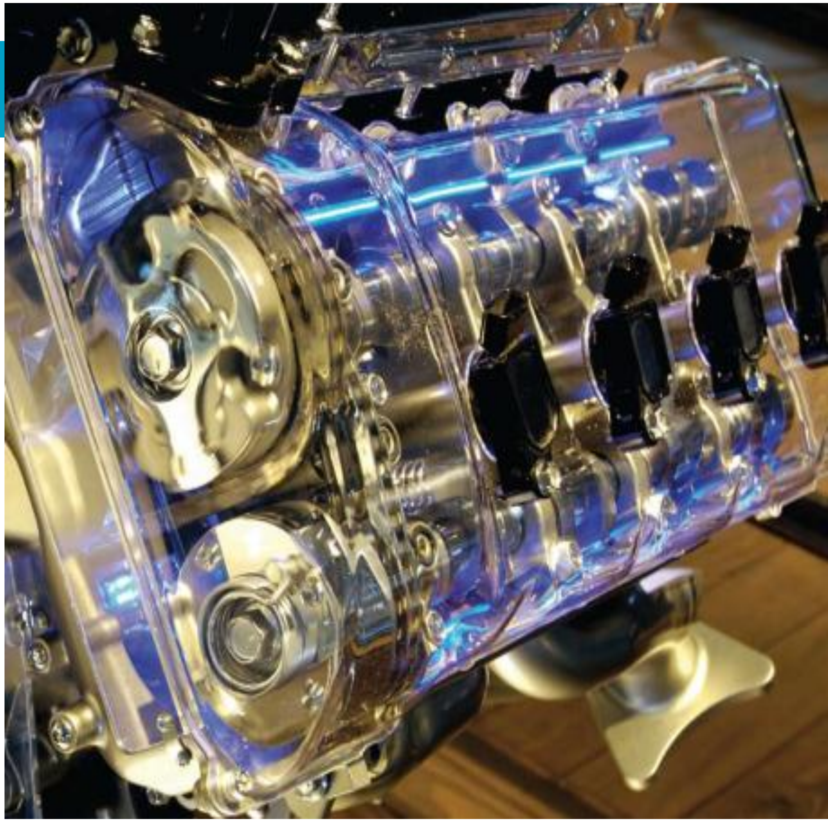
Co-simulation and model reduction

Manuel Vilaboy Rico
Trainee – CAE Division

Tutores:
Daniel Dopico Dopico
Miguel Á. Naya Villaverde
Marco Gubitosa

Índice

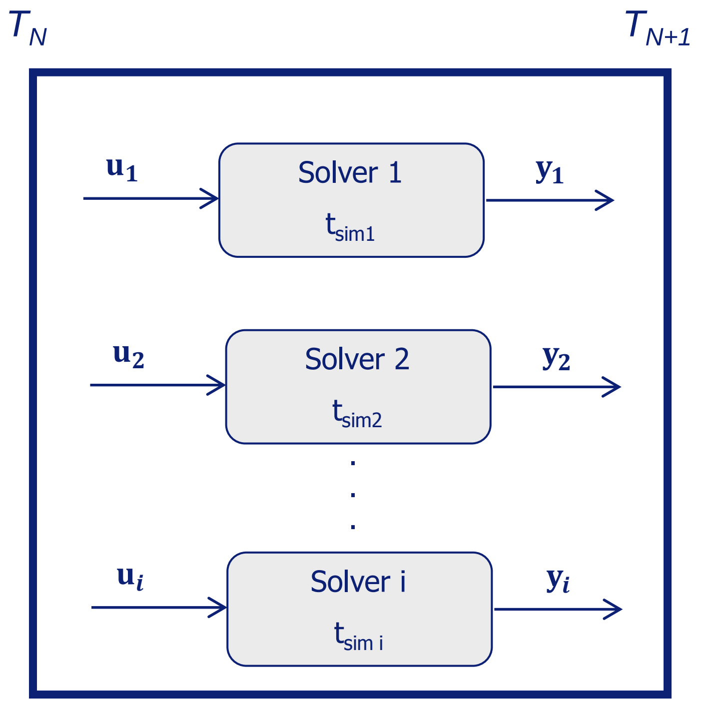
- Introducción
- Análisis de estabilidad
- Co-simulación sistema mecánico lineal
- Co-simulación sistema mecánico no lineal
- Co-simulación hidráulico - mecánico
- Conclusiones y trabajo futuro



Introducción a la co-simulación

Co-simulación [1]

- Sistemas complejos
- Sistemas multidisciplinares



El sistema completo es dividido en varios subsistemas

Para cada subsistema i:

- Ecuaciones

$$\dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{f}_i(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i)$$
$$\mathbf{y}_i = \mathbf{g}_i(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i)$$

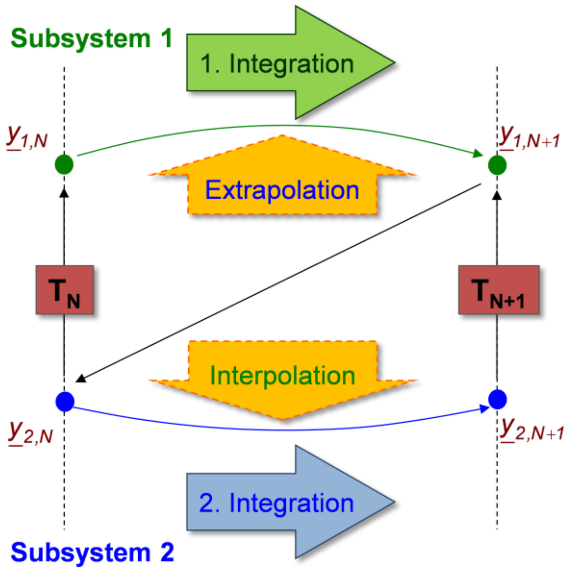
donde: $\mathbf{x}_i$: vector de estado
$\mathbf{u}_i$: vector de entrada
$\mathbf{y}_i$: vector de salida

- Integrador numérico propio (Solver i)

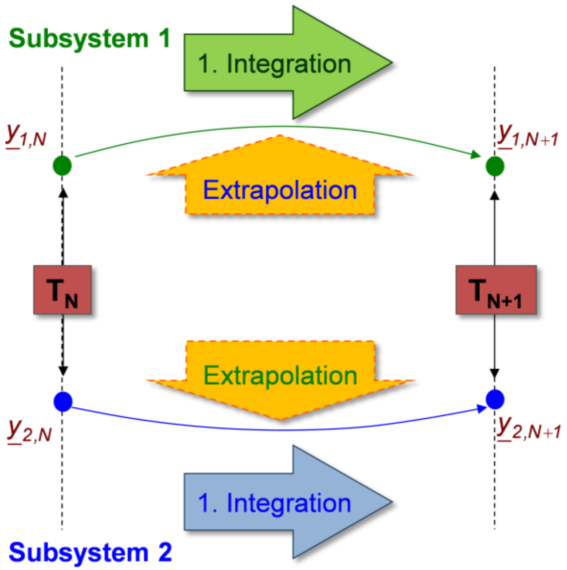
- Paso de integración propio ($t_{sim\ i}$)

Métodos de acoplamiento [1]

Gauss-Seidel



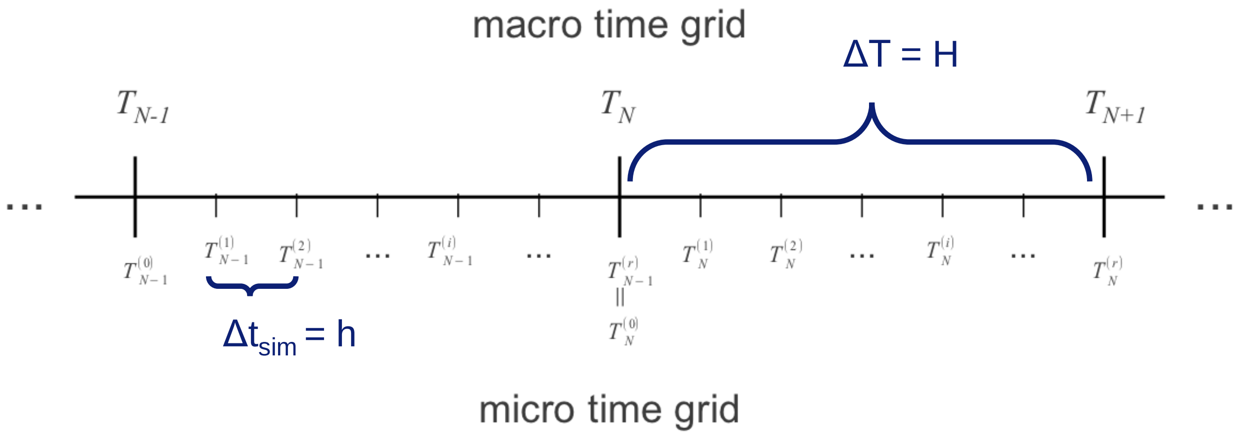
Jacobi



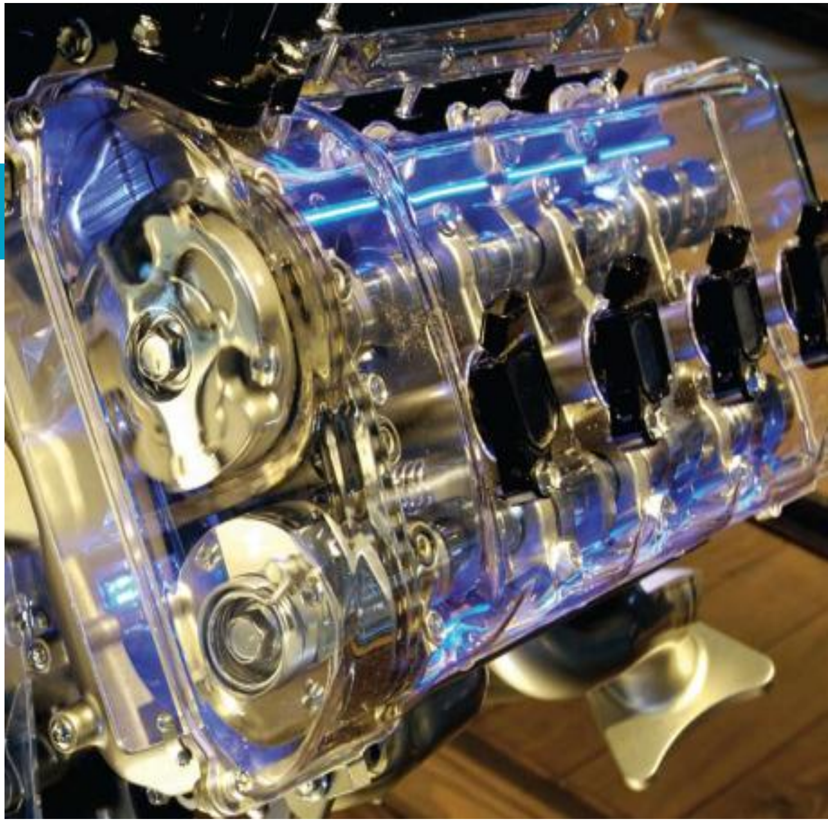
Hipótesis

Hipótesis:

- $\Delta T = H$ y $\Delta t_{sim} = h$ definidos y constantes → base de tiempo (*time grid*)
- *Multirate* → $H \neq h$ → Uso de extrapolación/interpolación [1, 2]
- El paso de comunicación, H, es un múltiplo del paso de integración, h.
- Método numérico de integración: Runge-Kutta IV explícito
- Método de aproximación de las entradas: Polinomios de Lagrange de orden ‘p’



Índice



Análisis de estabilidad

Estabilidad sistema físico (Sistema mecánico autónomo) [3]

- $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}),\ t \geq 0,\ \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \xrightarrow{linearized} \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{z},\ t \geq 0,\ \mathbf{z}(0) = \mathbf{z}_0$

- Si $\lambda_i = \alpha_i + j\beta_i$ son los autovalores de la matriz A, el sistema es estable si $\forall i \rightarrow \alpha_i \leq 0$

Estabilidad método numérico (Runge-Kutta) [3, 4]

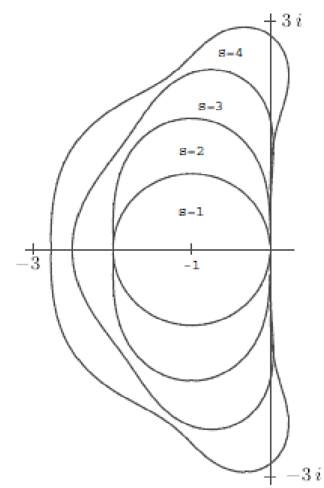
- Un método explícito de Runge-Kutta aplicado a las ecuaciones anteriores resulta:

$$y_{m+1} = R(hJ) \cdot y_m$$

donde J: Jacobiano; h: paso; $R(z) = 1 + \mathrm{z}\sum_j b_j + z^2 \sum_{j,k} b_j a_{jk} + \cdots$

- La región de estabilidad en este caso es:

$$S = \{z \in \mathbb{C};\ |R(z)| \leq 1\} \quad \text{con } z = h\lambda$$



Regiones de estabilidad
Runge-Kutta orden s

Análisis de estabilidad

Estabilidad de la co-simulación

- Para estudiar la estabilidad de la co-simulación completa se puede usar una ***compound matrix***.

$$\mathbf{z}_{N+1} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{z}_N \qquad \text{donde,} \quad \mathbf{z}_N = \begin{Bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_N^{I} \\ \mathbf{x}_N^{II} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{y}_N^{I} \\ \mathbf{y}_N^{II} \end{pmatrix} \end{Bmatrix}$$

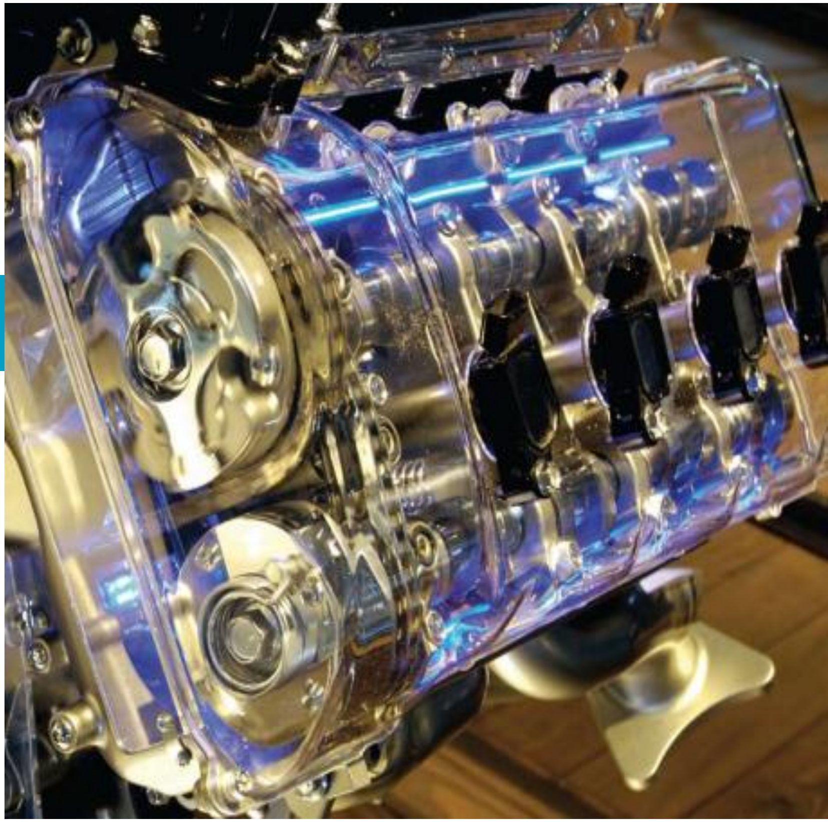
$\mathbf{M}$: compound matrix

- Si el radio espectral $\rho(\mathbf{M}) = \max|\lambda(\mathbf{M})| < 1 \Rightarrow$ la co-simulación será estable [1,5]

- La *compound matrix* incluye información sobre:
  - Tamaño de paso de comunicación
  - Tamaño de paso de integración
  - Método numérico de integración
  - Método de extrapolación/interpolación
  - Método de acoplamiento

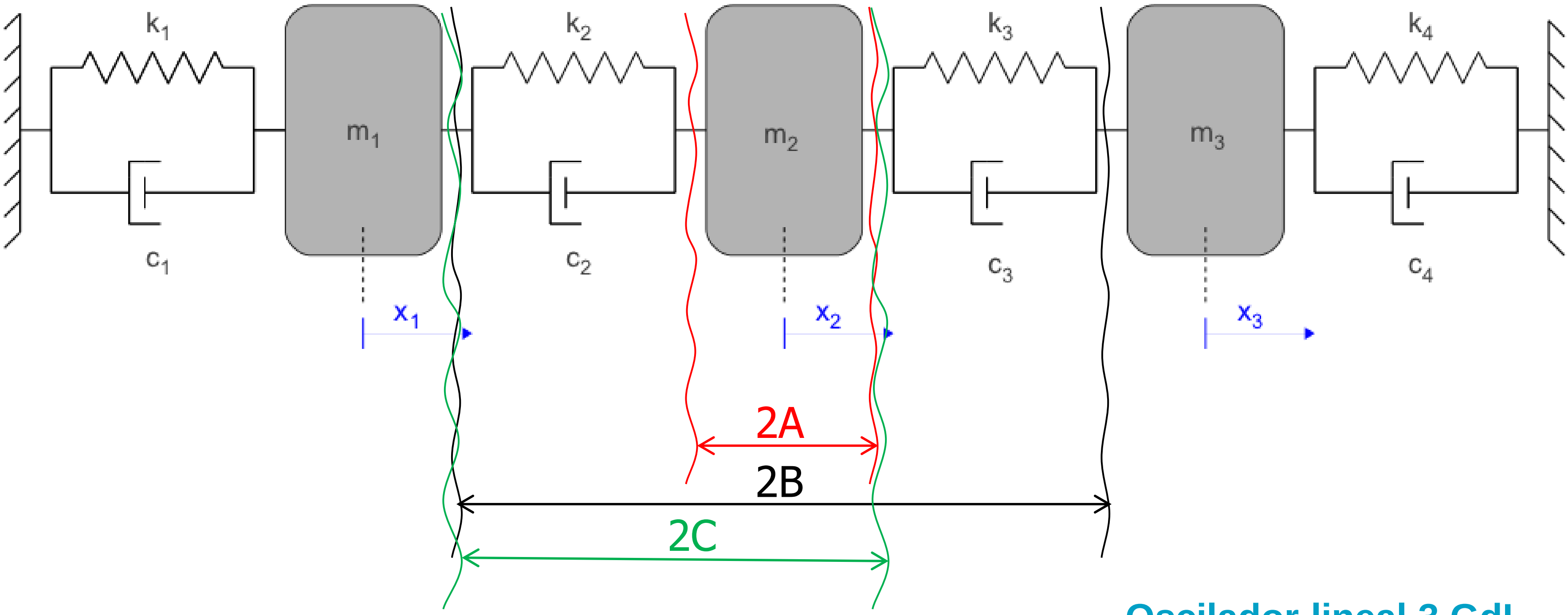
Índice

- Introducción
- Análisis de estabilidad
- **Co-simulación sistema mecánico lineal**
- Co-simulación sistema mecánico no lineal
- Co-simulación hidráulico - mecánico
- Conclusiones y trabajo futuro



Modelo de prueba

Monolítico

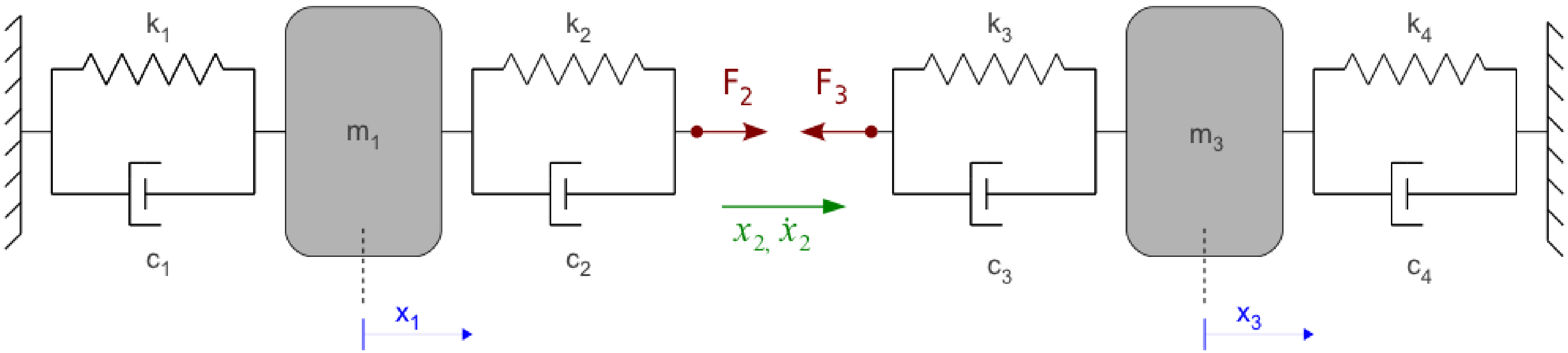


Oscilador lineal 3 GdL

- 11 parámetros físicos
- 3 divisiones diferentes

Modelo de prueba

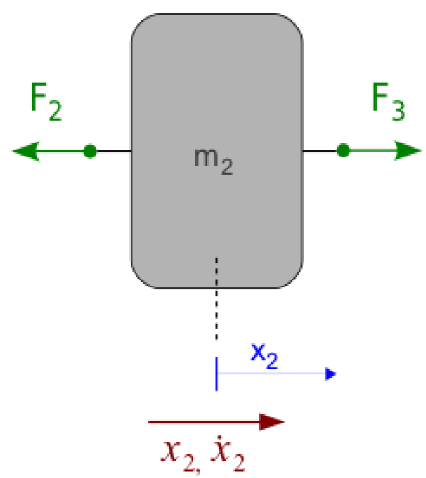
Configuración 2A



Output (y)

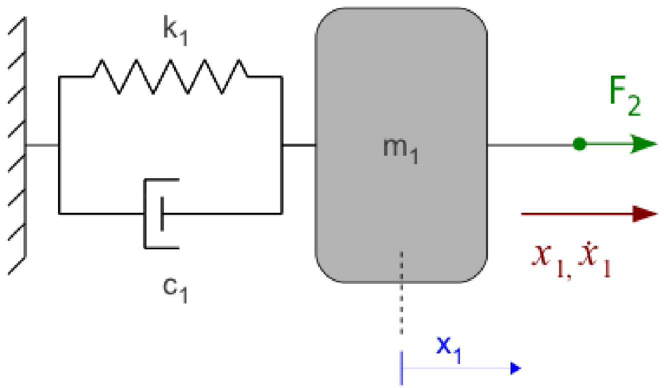
Input (u)

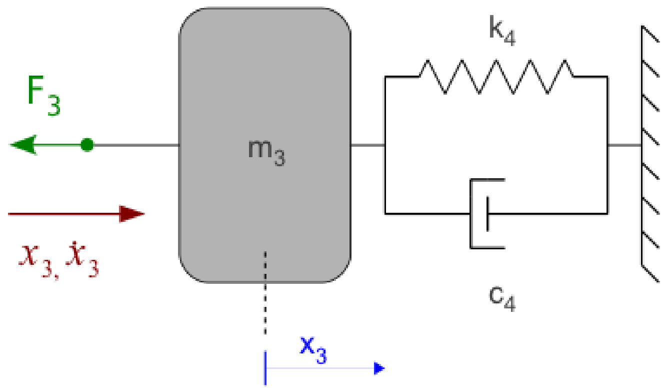
State (x)

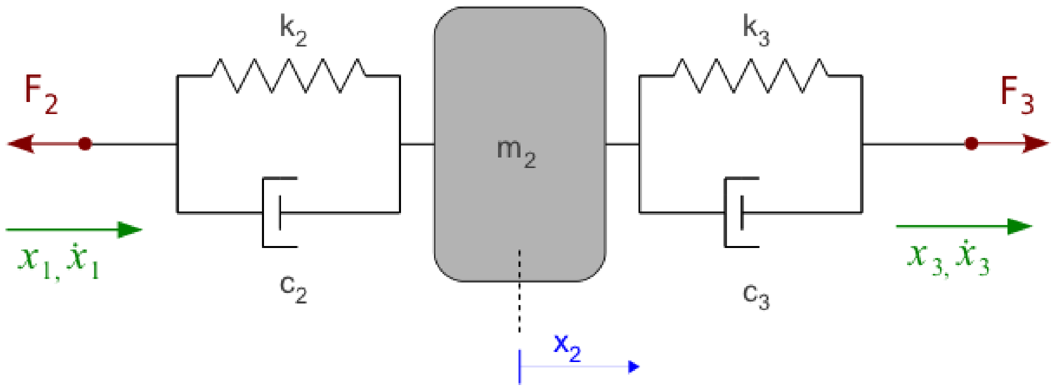


Modelo de prueba

Configuración 2B

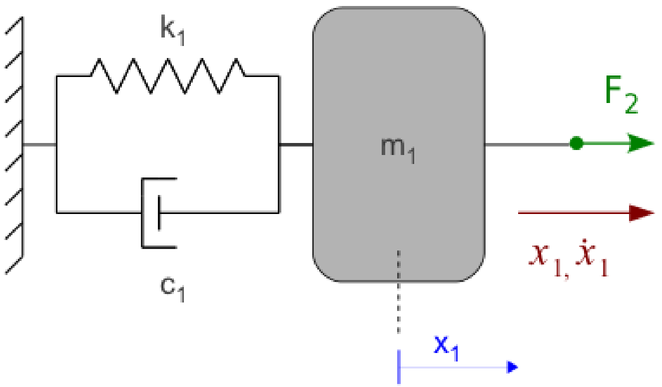


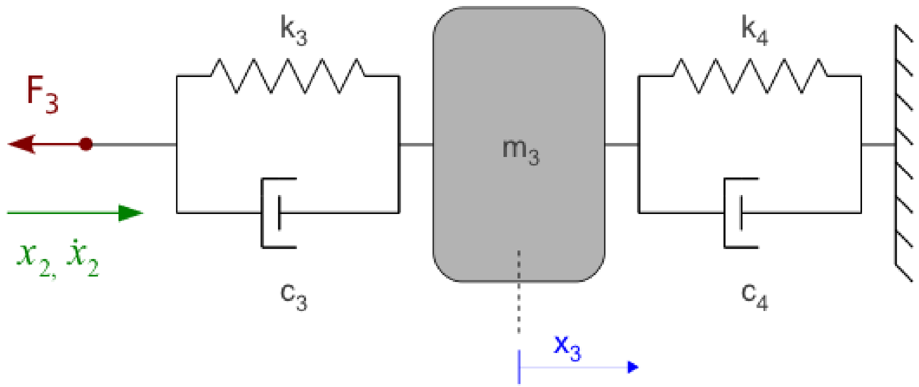


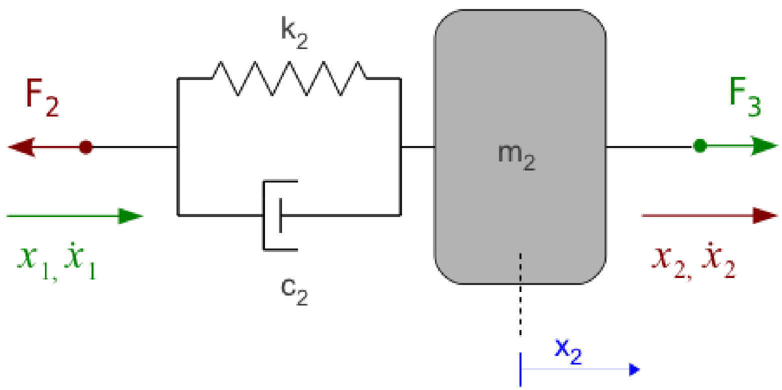


Modelo de prueba

Configuración 2C





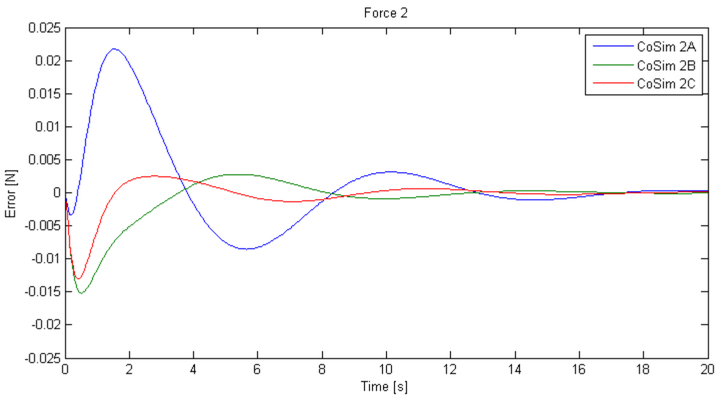


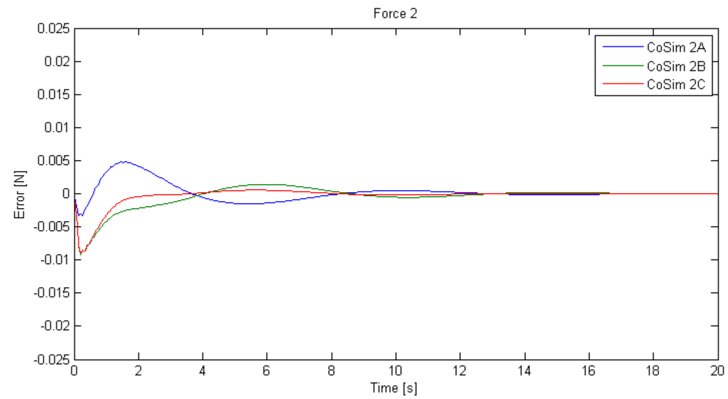
Resultados de la co-simulación

Fuerzas - Error absoluto respecto al caso monolítico

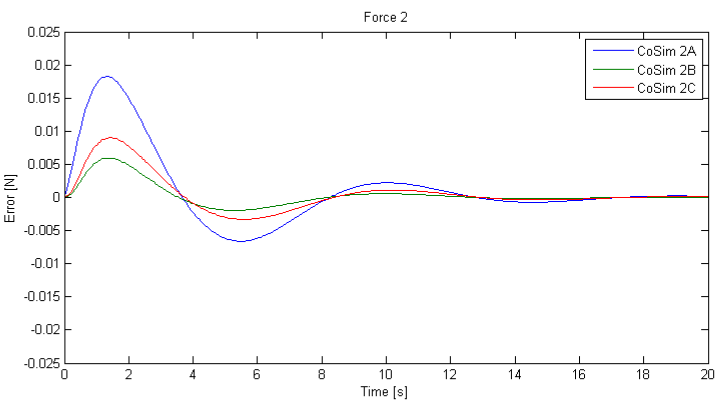
H=0.05 s
h_1=0.01 s
h_2=0.01 s

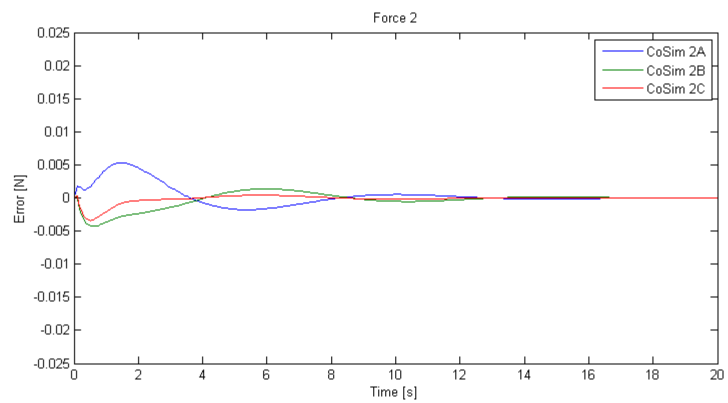
- Jacobi





- Gauss-Seidel





Polinomios orden cero (p=0) Polinomios tercer orden (p=3)

Análisis de estabilidad

Compound matrix

- Sustituyendo las ecuaciones del sistema en la ecuaciones del método numérico de integración y desarrollando las ecuaciones del método de interpolación/extrapolación, se pueden obtener los términos de la *compound matrix*

- En este caso:
  - Sistema mecánico lineal

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}$$
$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{u}$$

  - Runge-Kutta IV

$$x_{i+1} = x_i + \frac{k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4}{6}$$

where,

$$k_1 = h \cdot f(t_i, x_i) \qquad k_3 = h \cdot f(t_i + \frac{h}{2}, x_i + \frac{k_2}{2})$$

$$k_2 = h \cdot f\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + \frac{k_1}{2}\right) \qquad k_4 = h \cdot f(t_i + h, x_i + k_3)$$

Análisis de estabilidad

Compound matrix

- En este caso:
  - Polinomios de Lagrange

$$\hat{\mathbf{u}}_N^{(i)} = \sum_{k=0}^{p} L_{p-k}^{(i)} \cdot \mathbf{u}_{N-k}$$

- Finalmente, se obtiene:

$$\mathbf{M}_{\mathrm{N}} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{x,x}^{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{x,y}^{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{x,x}^{II} & \mathbf{M}_{x,y}^{II} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{y,x}^{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{y,y}^{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{y,x}^{II} & \mathbf{M}_{y,y}^{II} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}_{\mathbf{N+1}} = \mathbf{x}_{\mathbf{N}}^{(r)} = (\mathbf{A}_{\mathbf{s}})^{r}\, \mathbf{x}_{\mathbf{N}} + \sum_{k=0}^{p} \sum_{j=0}^{r-1} (\mathbf{A}_{\mathbf{s}})^{j} \cdot \mathbf{B}_{\mathbf{s}} \cdot L_{p-k}^{(r-1-j)}\, \mathbf{u}_{\mathbf{N-k}}$$

$$\mathbf{M}_{N-k} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{x,y(k)}^{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{x,y(k)}^{II} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{y,y(k)}^{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{y,y(k)}^{II} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{y}_{\mathbf{N+1}} = \mathbf{C} \cdot (\mathbf{A}_{\mathbf{s}})^{r-1} \cdot \mathbf{x}_{\mathbf{N}} + \sum_{k=o}^{p} \left(\sum_{j=0}^{r-2} \mathbf{C} \cdot (\mathbf{A}_{\mathbf{s}})^{j} \cdot \mathbf{B}_{\mathbf{s}} \cdot L_{p-k}^{(r-2-j)} + \mathbf{D} \cdot L_{p-k}^{(r-1)} \right) \cdot \mathbf{u}_{\mathbf{N-k}}$$

donde: $r = \dfrac{H}{h}$; $\mathbf{A}_{\mathbf{s}} = \mathbf{I} + \sum_{n=1}^{4} \dfrac{(h\mathbf{A})^{n}}{n!}$; $\mathbf{B}_{\mathbf{s}} = h\mathbf{B} \sum_{n=0}^{3} \dfrac{(h\mathbf{A})^{n}}{(n+1)!}$

Análisis de estabilidad

Compound matrix

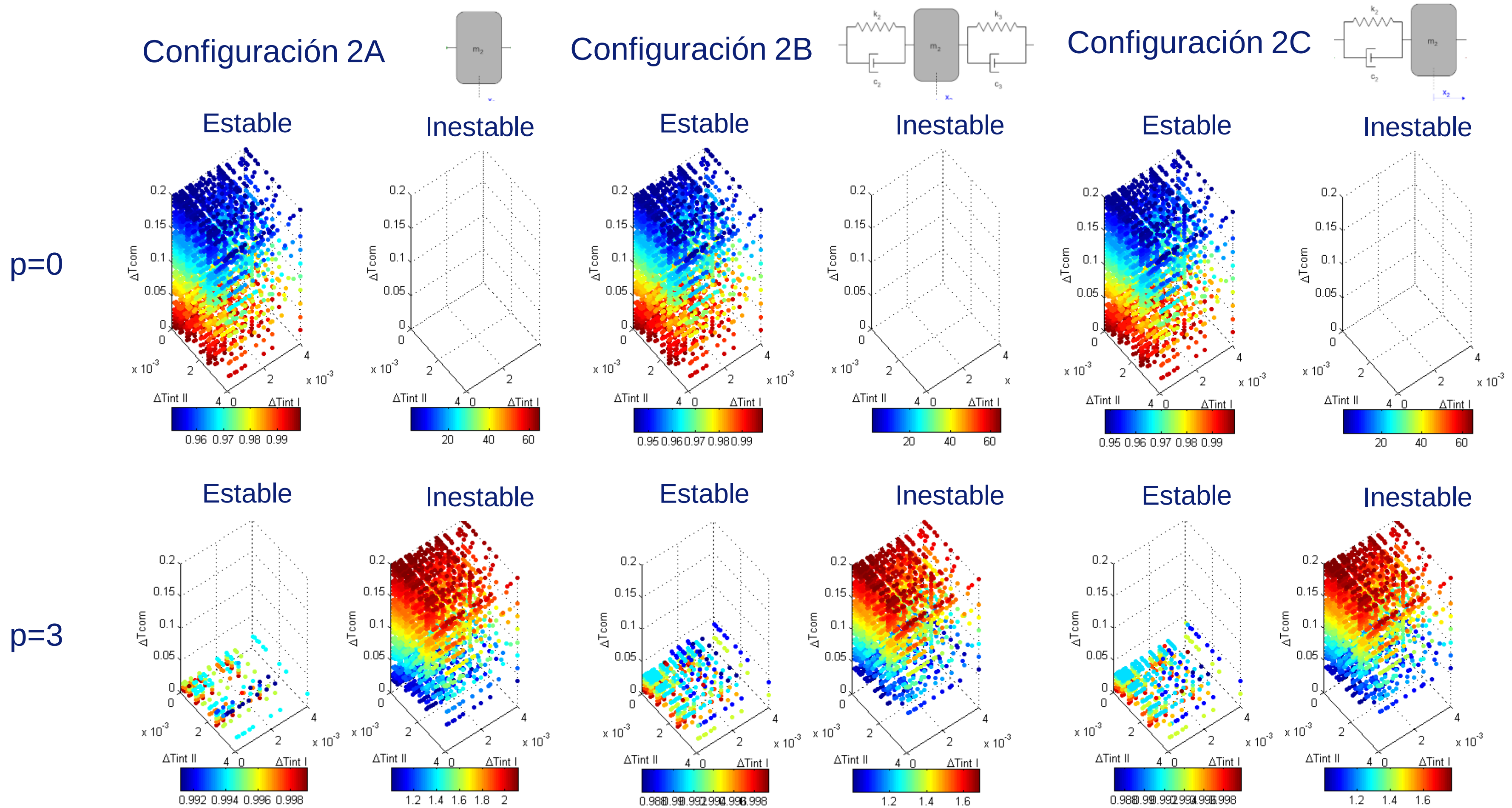
- Usando el vector $\mathbf{z}_{\mathrm{N+k}} = \begin{Bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}^{\mathrm{I}}_{\mathrm{N}+k} \\ \mathbf{x}^{\mathrm{II}}_{\mathrm{N+k}} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{y}^{\mathrm{I}}_{\mathrm{N+k}} \\ \mathbf{y}^{\mathrm{II}}_{\mathrm{N+k}} \end{pmatrix} \end{Bmatrix}$, la *compound matrix* se puede escribir como:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{z}_{N+1} \\ \mathbf{z}_N \\ \vdots \\ \mathbf{z}_{N-p-1} \end{pmatrix} = \underbrace{\left(\mathbf{I} - \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{N+1} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & & \cdots & \mathbf{0} \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{M}_N & \mathbf{M}_{N-1} & \cdots & & & \cdots & \mathbf{M}_{N-p} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & & \vdots & \mathbf{0} & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \mathbf{0} & & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}:\ compound\ matrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{z}_N \\ \mathbf{z}_{N-1} \\ \vdots \\ \mathbf{z}_{N-p} \end{pmatrix}$$

- Para el esquema de Jacobi $\mathbf{M}_{N+1} = \mathbf{0}$

Gráficas de estabilidad

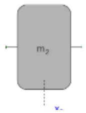
Jacobi



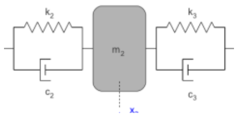
Gráficas de estabilidad

Gauss-Seidel

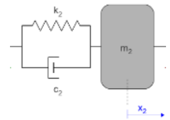
Configuración 2A



Configuración 2B

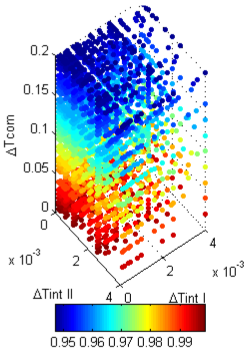


Configuración 2C

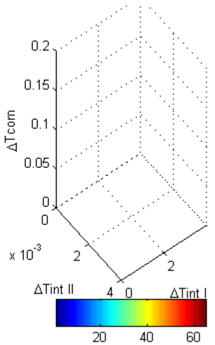


p=0

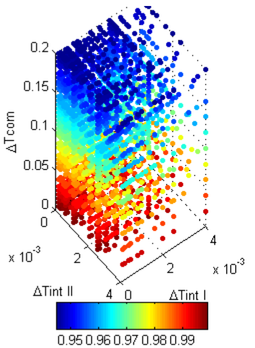
Estable



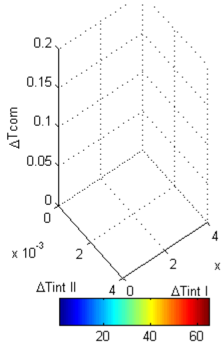
Inestable



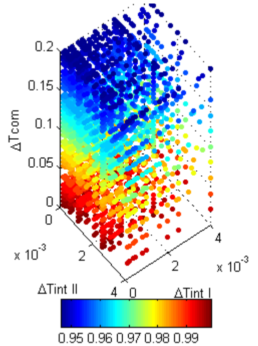
Estable



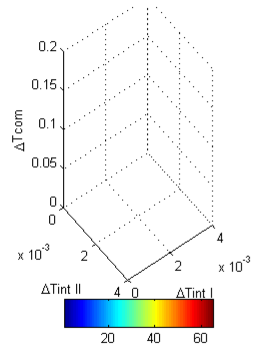
Inestable



Estable

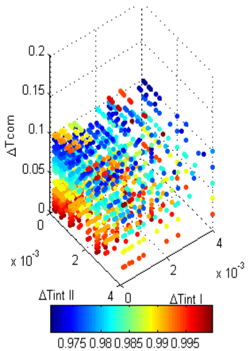


Inestable

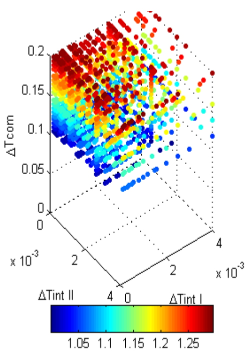


p=3

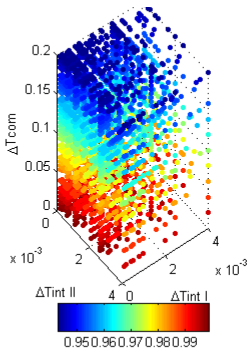
Estable



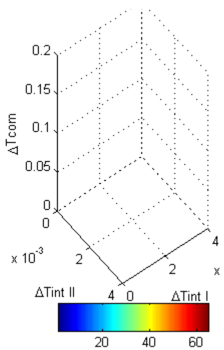
Inestable



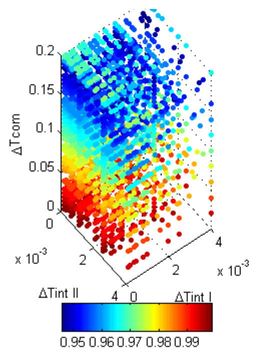
Estable



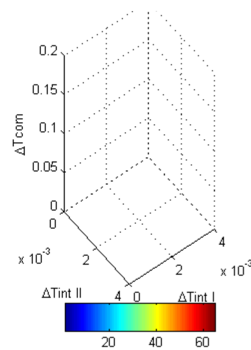
Inestable



Estable

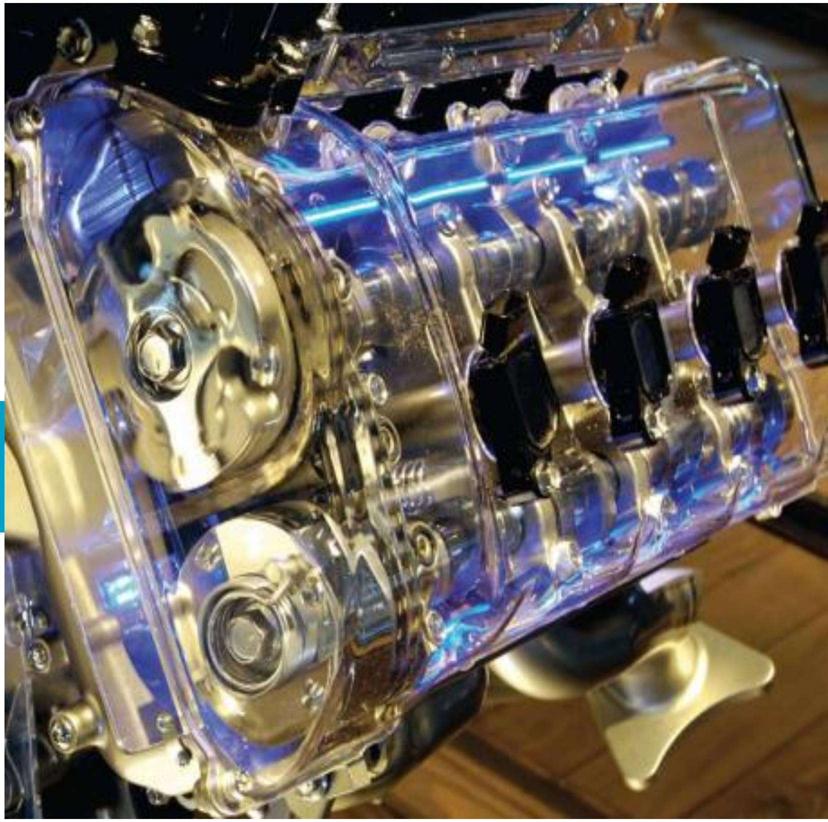


Inestable



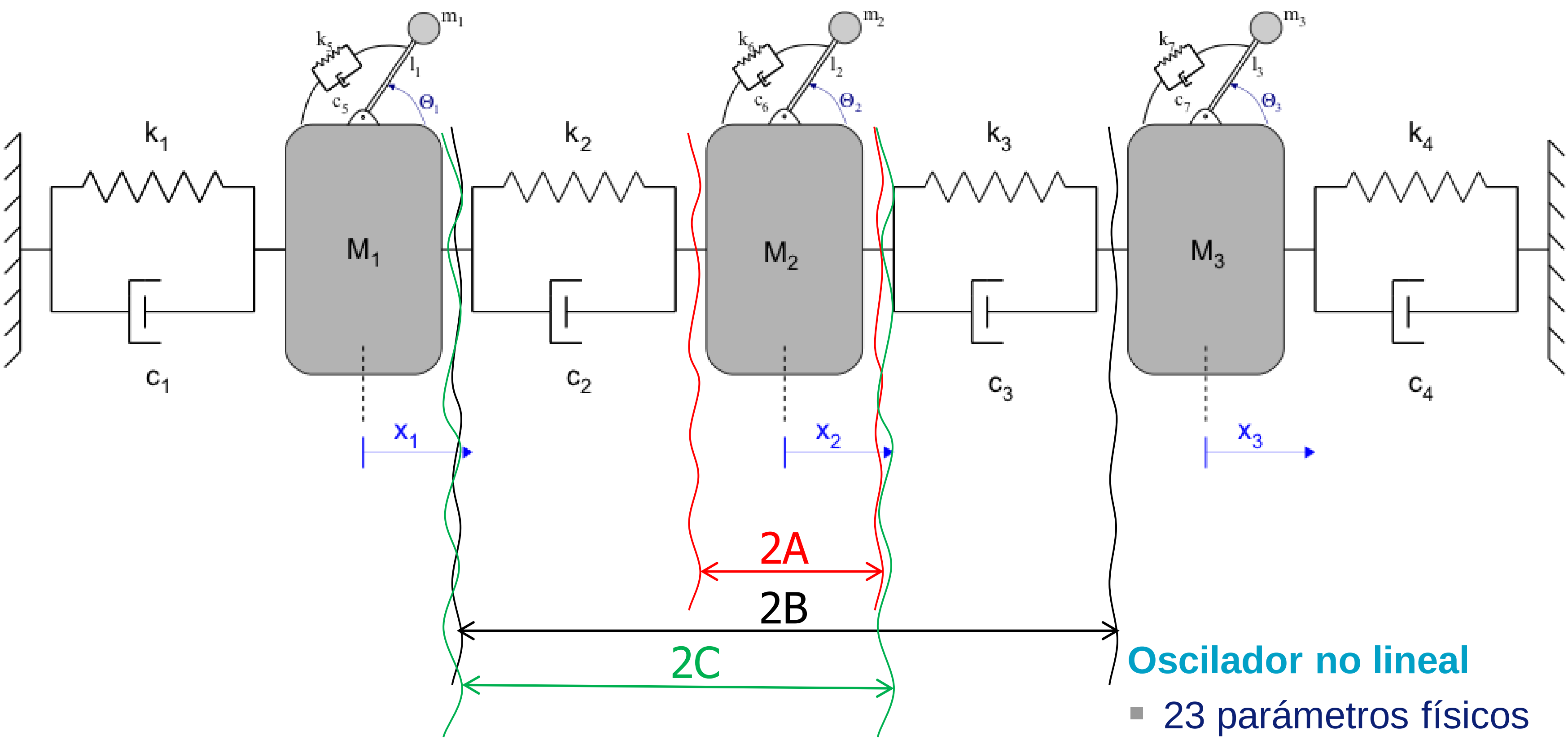
Índice

- Introducción
- Análisis de estabilidad
- Co-simulación sistema mecánico lineal
- **Co-simulación sistema mecánico no lineal**
- Co-simulación hidráulico - mecánico
- Conclusiones y trabajo futuro



Modelo de prueba

Monolítico



Oscilador no lineal

- 23 parámetros físicos
- 3 divisiones diferentes

Resultados de la co-simulación

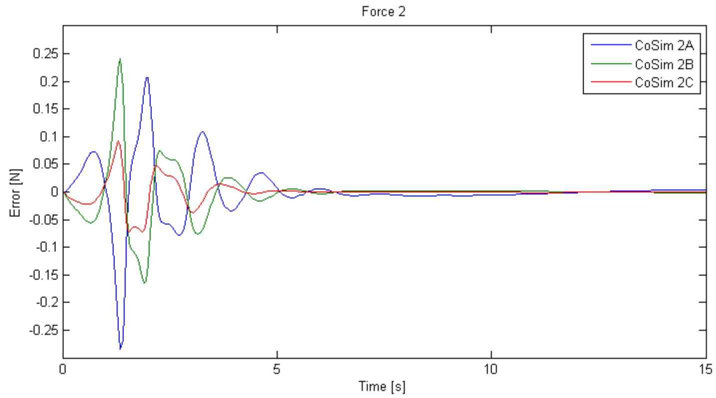
Fuerzas - Error absoluto respecto al caso monolítico

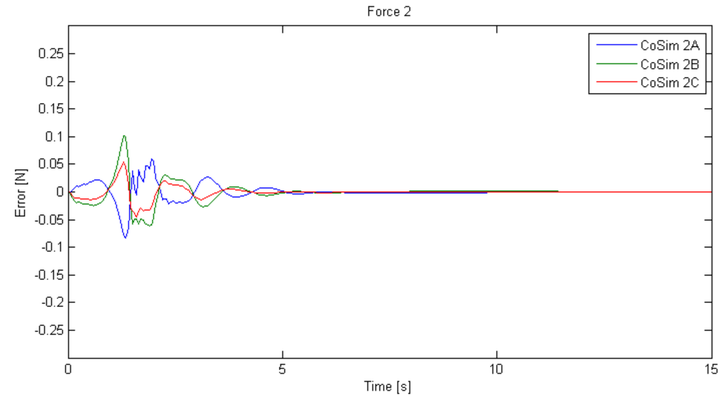
H=0.05 s

h_1=0.01 s

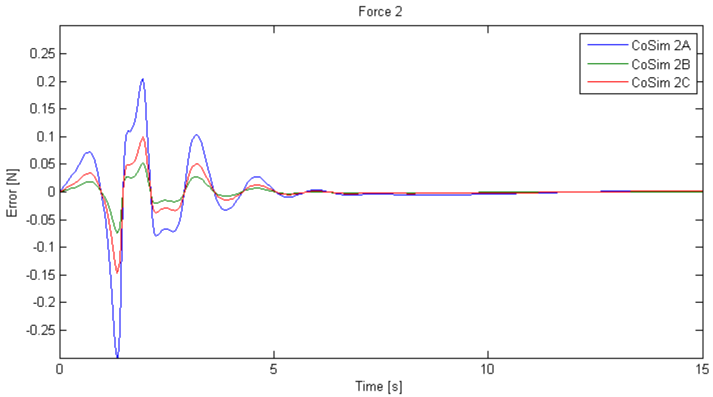
h_2=0.01 s

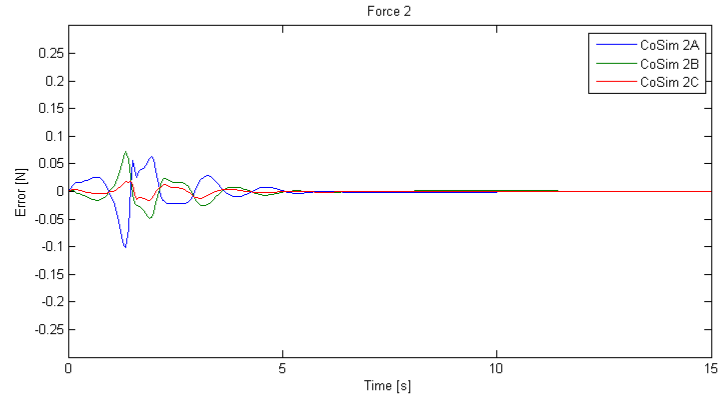
- Jacobi





- Gauss-Seidel





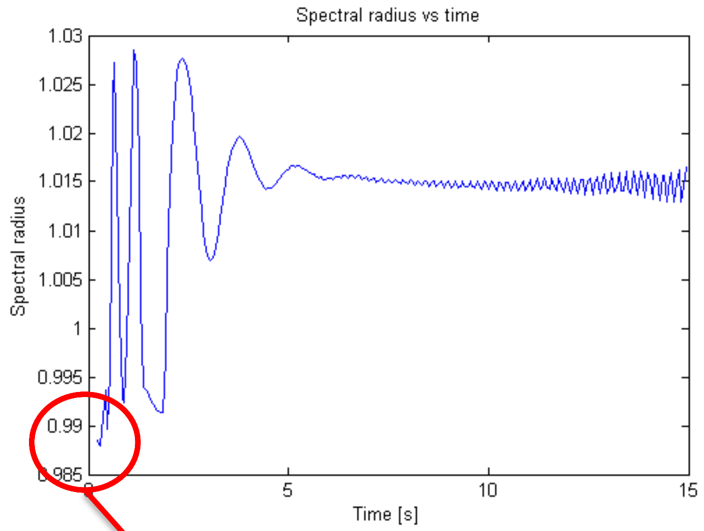
Polinomios orden cero (p=0)

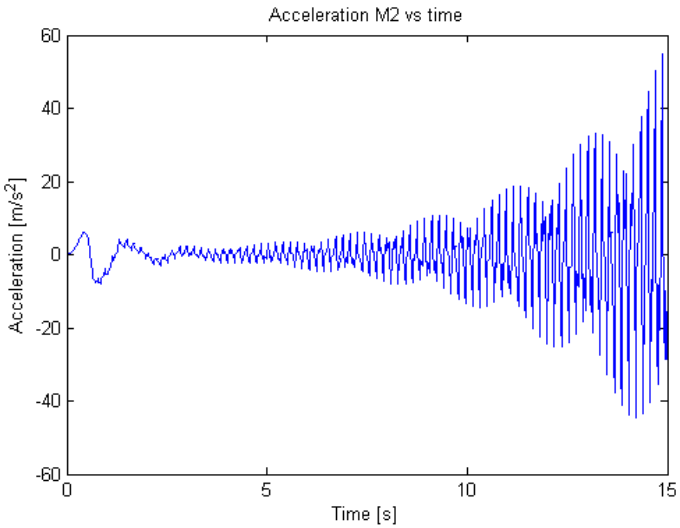
Polinomios tercer orden (p=3)

Análisis de estabilidad

Compound matrix

- La *compound matrix* cambia en cada intervalo de comunicación
- No hay correlación entre el radio espectral al inicio y la estabilidad





Parámetros

- Jacobi scheme
- Conf. 2A
- H=0.06 s
- h_1=0.01 s
- h_2=0.01 s

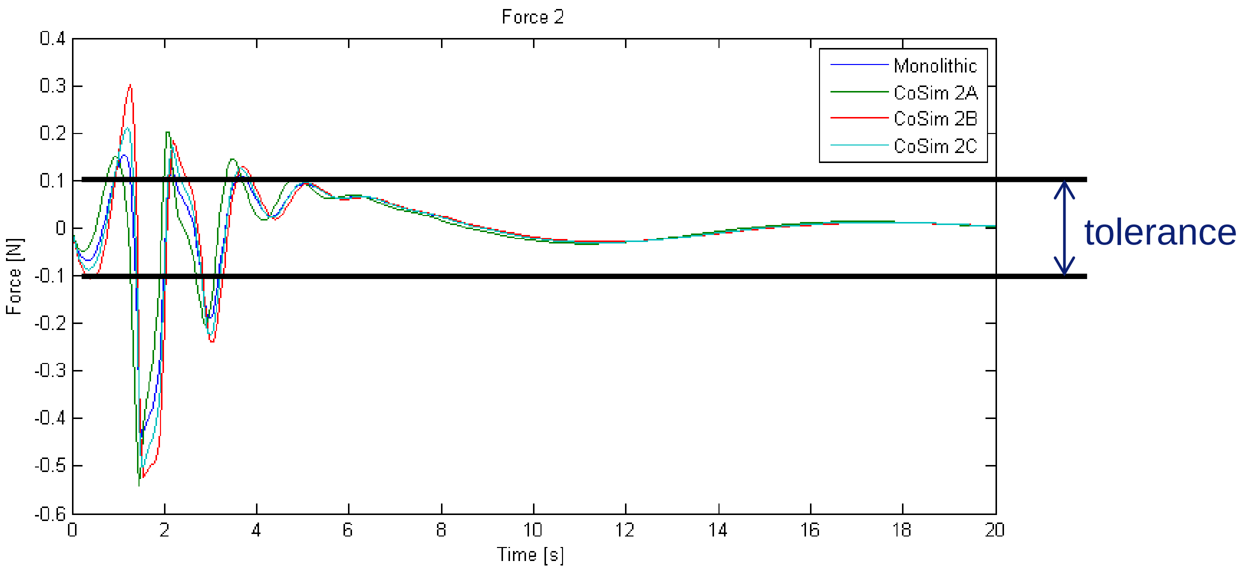
Radio espectral al inicio = 0.9886<1

Análisis de estabilidad

Intervalo de tolerancia

- Dado que el radio espectral al inicio no proporciona información fiable, se puede estudiar la estabilidad usando un intervalo de tolerancia

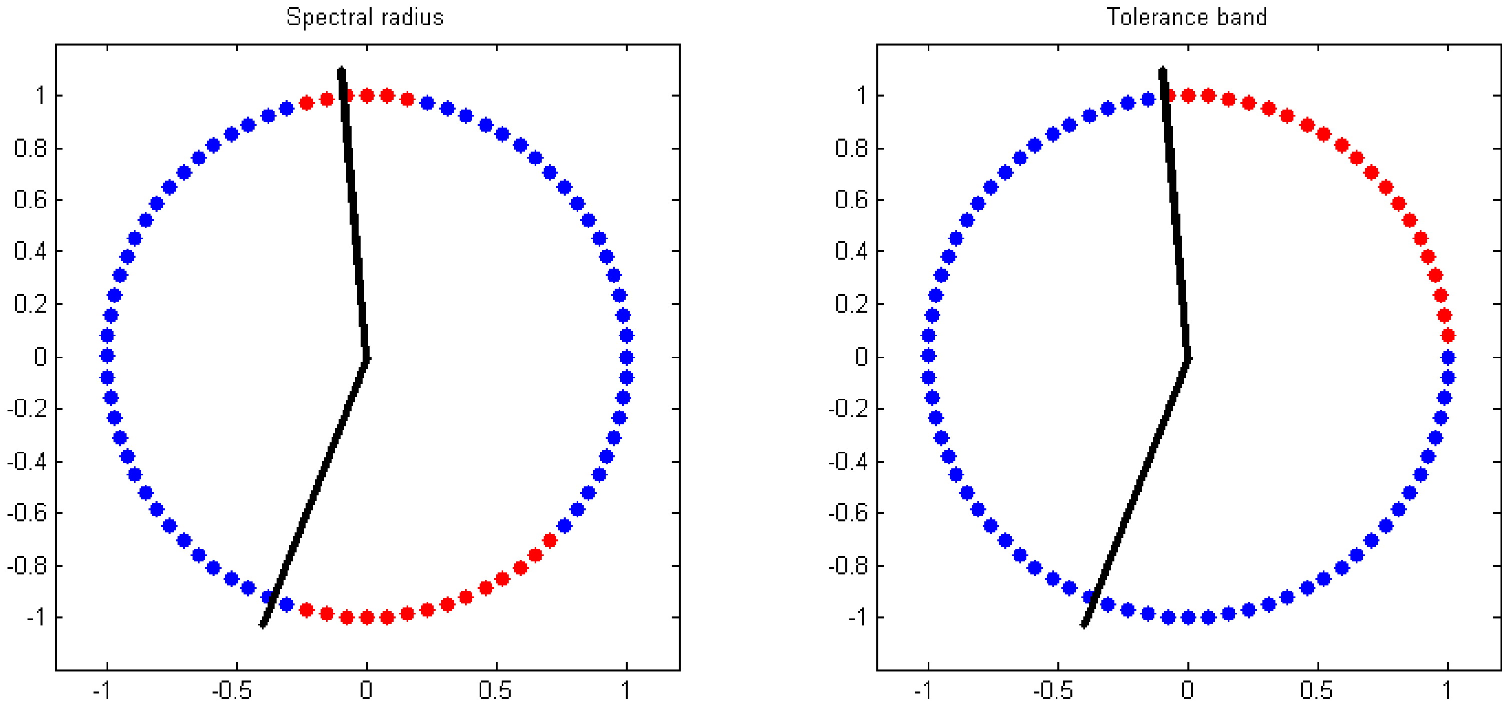
- Si la fuerza al final está dentro de la tolerancia ⇒ la co-simulación es estable



Análisis de estabilidad

Condiciones iniciales

- En el caso no lineal, las condiciones iniciales tienen un papel importante en la estabilidad
  - Posición inicial de los péndulos [grados]

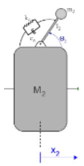


Parámetros
- Jacobi scheme
- Conf. 2A
- H=0.06 s
- h_1=0.01 s
- h_2=0.01 s

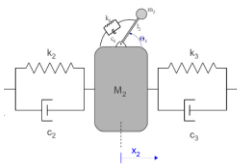
Co-simulación estable   Co-simulación inestable   Posición de equilibrio

Jacobi

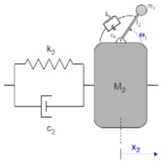
Configuración 2A



Configuración 2B

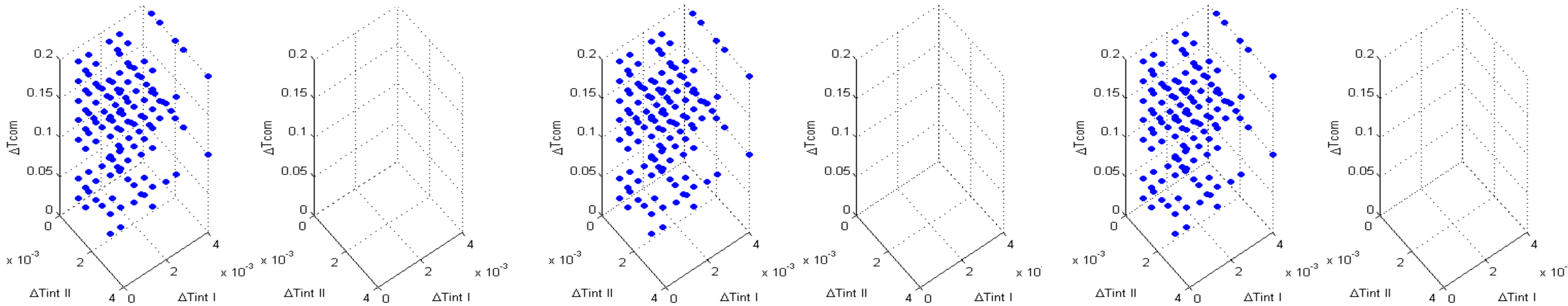


Configuración 2C



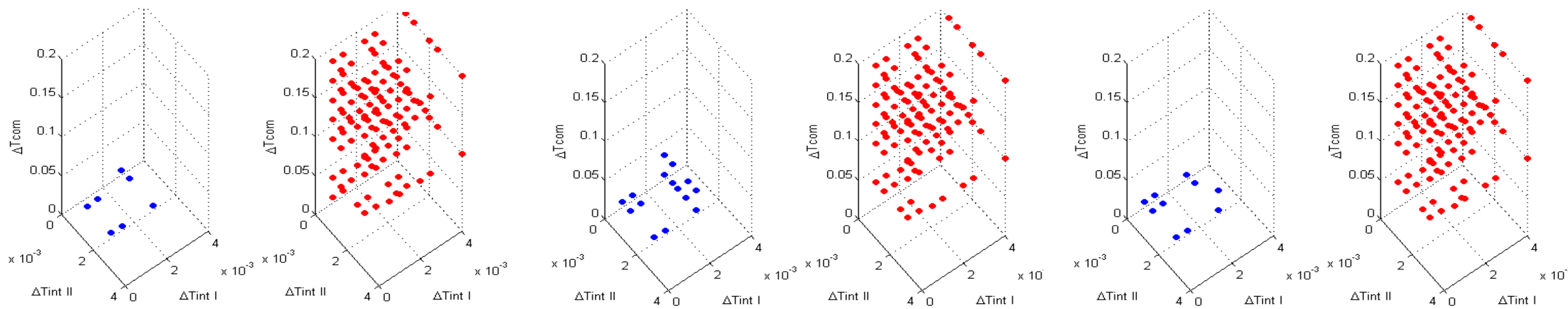
p=0

Estable | Inestable | Estable | Inestable | Estable | Inestable



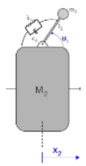
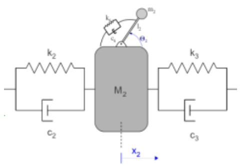
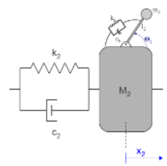
p=3

Estable | Inestable | Estable | Inestable | Estable | Inestable



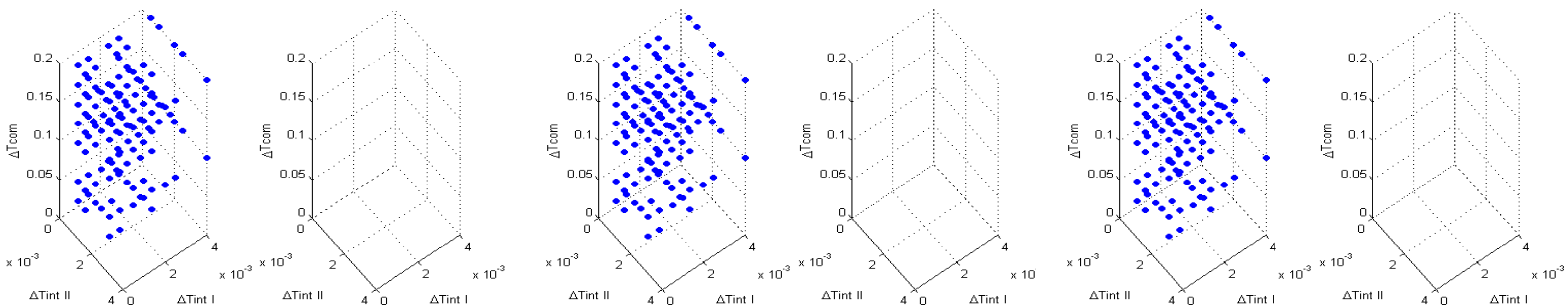
Gráficas de estabilidad

Gauss-Seidel

Configuración 2A  Configuración 2B  Configuración 2C 

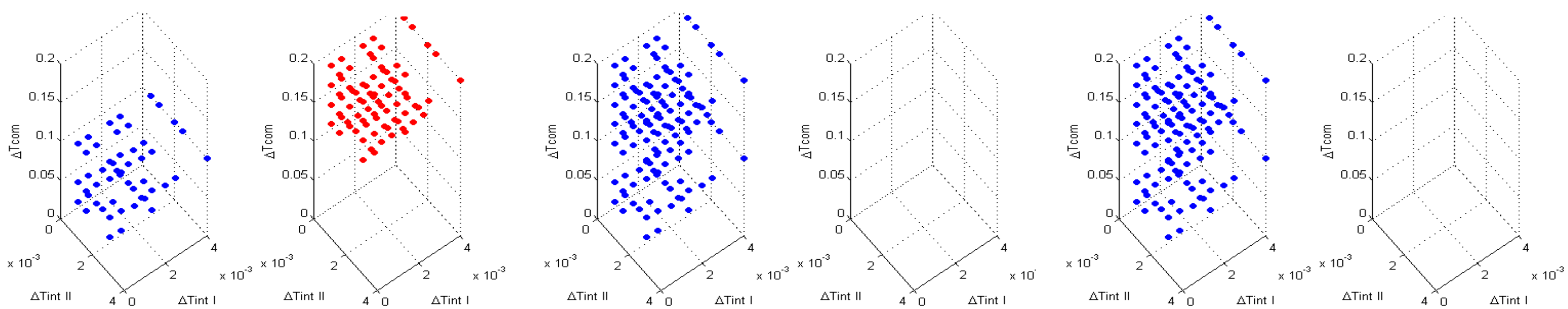
Estable | Inestable | Estable | Inestable | Estable | Inestable

p=0



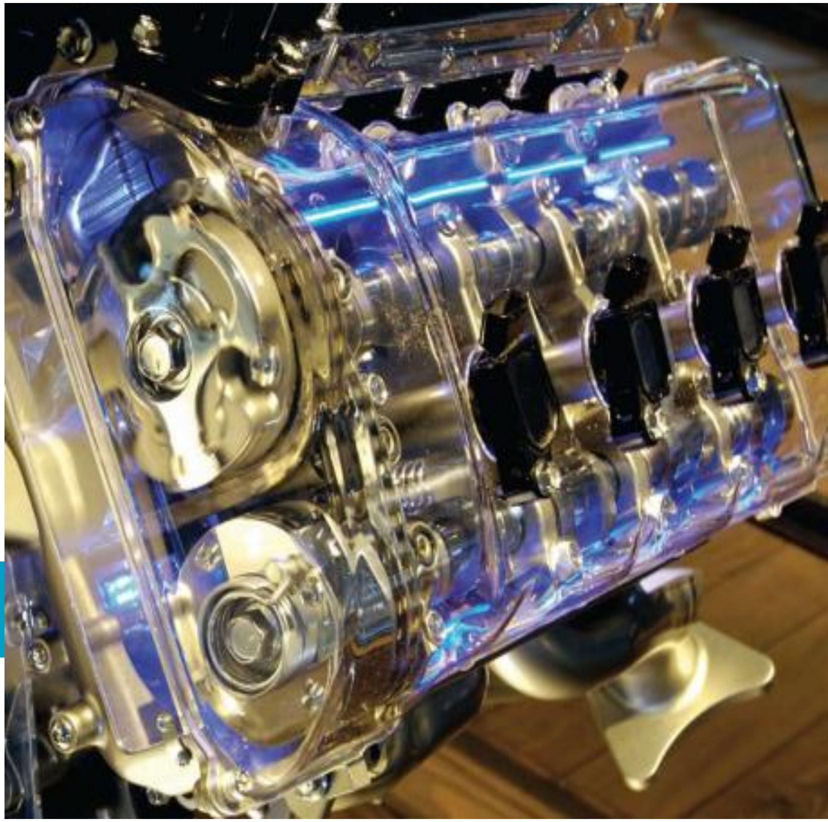
Estable | Inestable | Estable | Inestable | Estable | Inestable

p=3



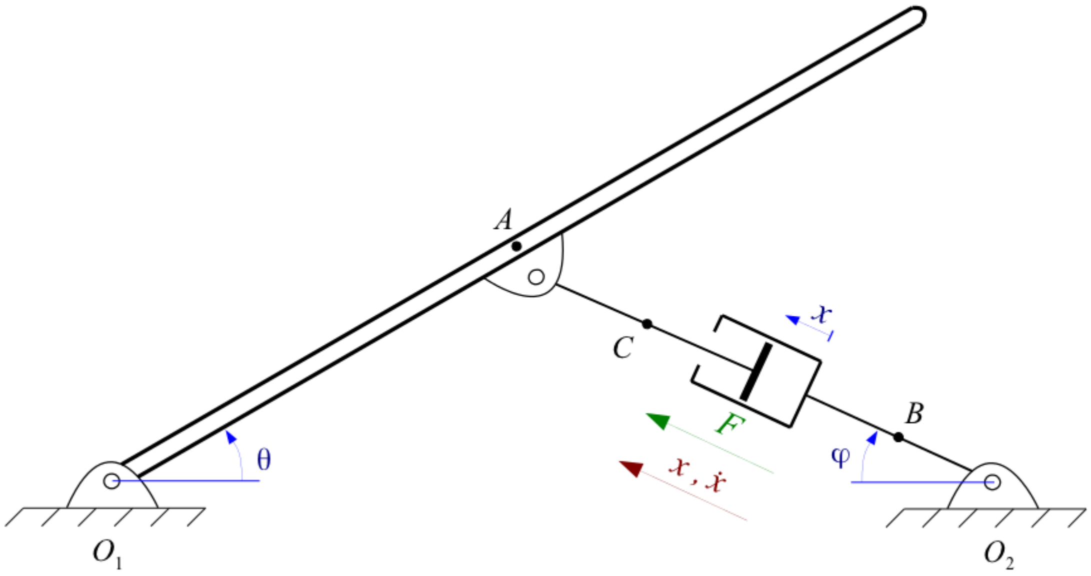
Índice

- Introducción
- Análisis de estabilidad
- Co-simulación sistema mecánico lineal
- Co-simulación sistema mecánico no lineal
- **Co-simulación hidráulico - mecánico**
- Conclusiones y trabajo futuro



Modelo de prueba

Sistema mecánico



Coordenadas

- <u>Independiente</u>: {θ}
- <u>Relativas</u>: {θ,φ,x} + 2 <u>ecs. de restricción</u>
- <u>Punto de referencia</u>: Sólidos (A, B, C)

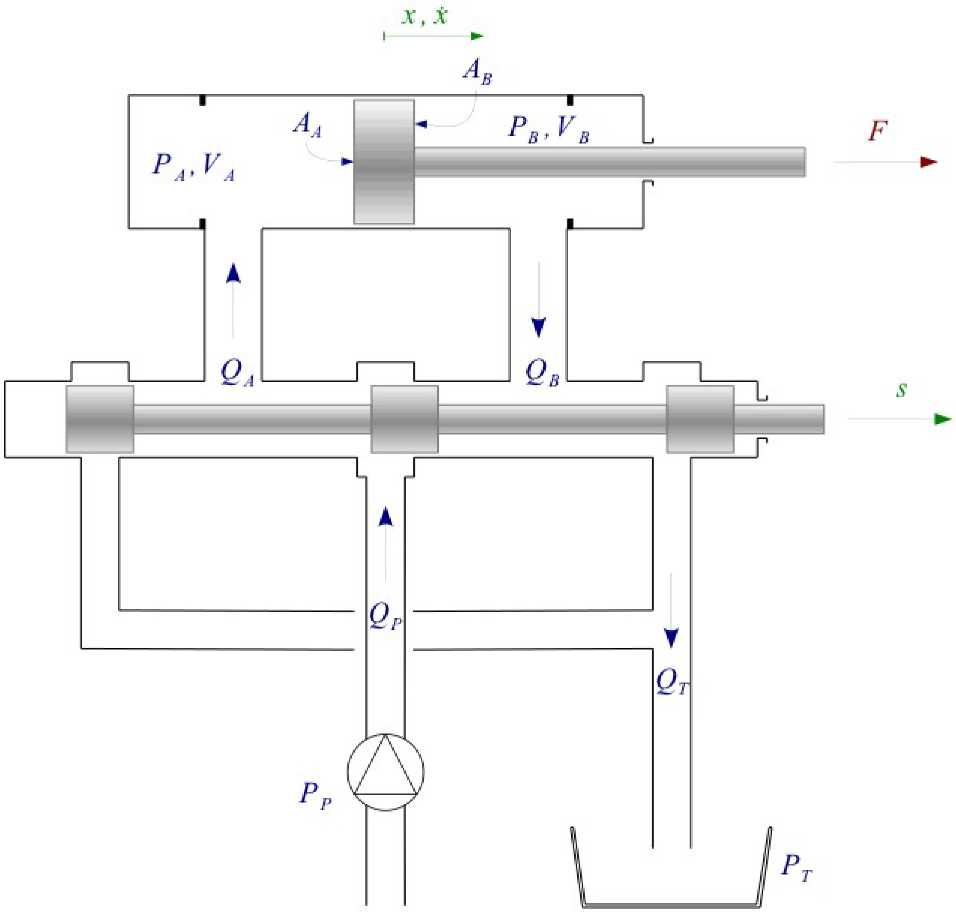
  + 17 <u>ecs. de restricción</u>

Péndulo-actuador

- 3 sólidos
- 3 modelados distintos

Modelo de prueba

Sistema hidráulico



Actuador

- Pistón simple
- Muelle-amortiguador en los extremos
- 2 Estados (no inercia)

Servoválvula

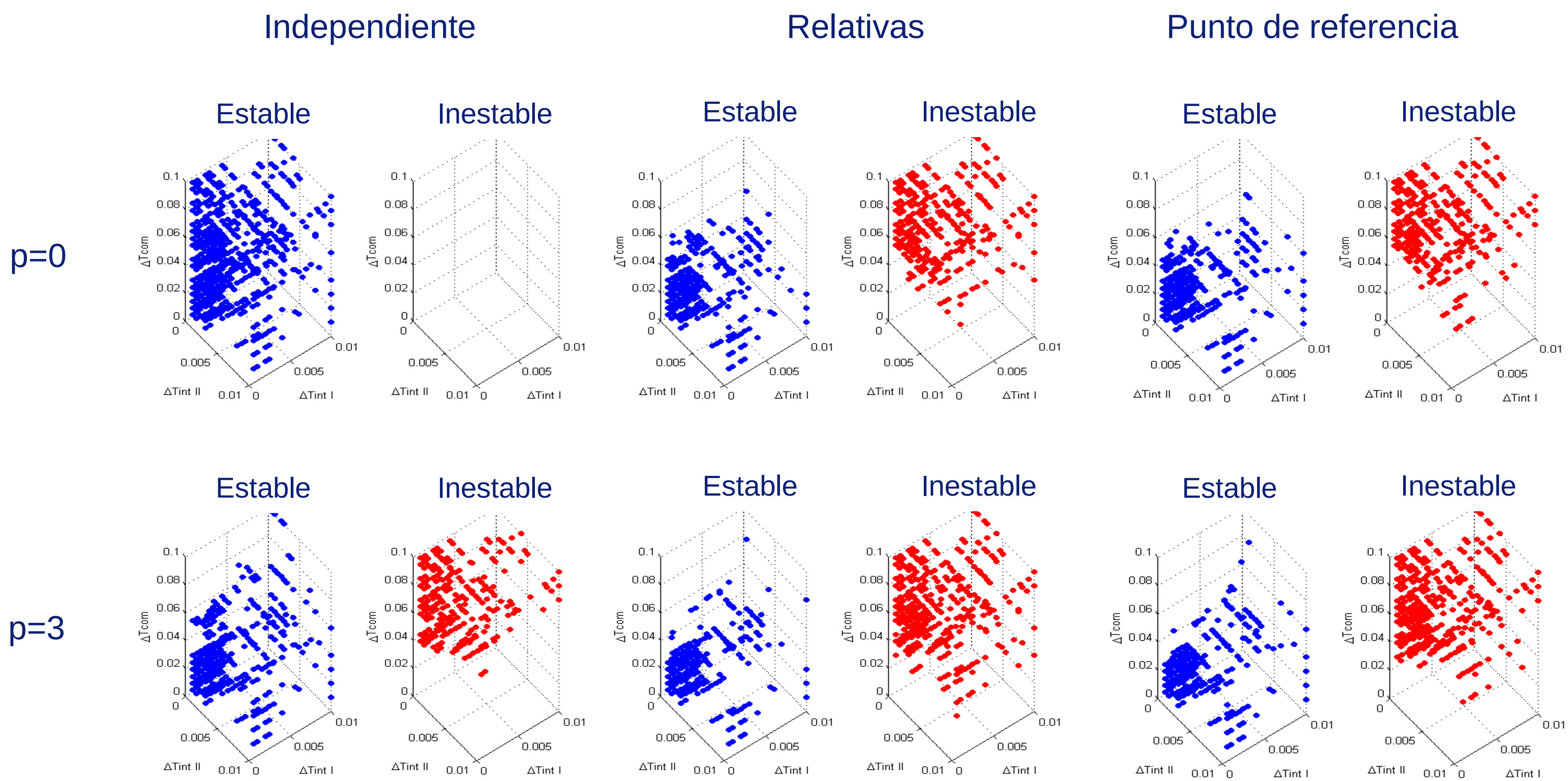
- 4 vías
- 3 posiciones

Leading Partner in Test & Mechatronic Simulation

LMS ENGINEERING INNOVATION

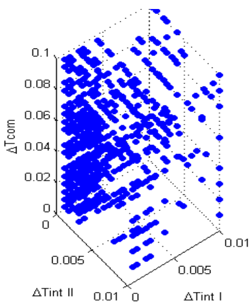
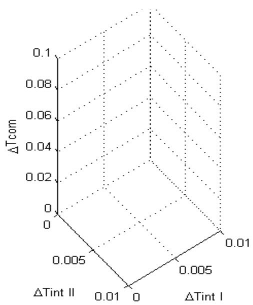
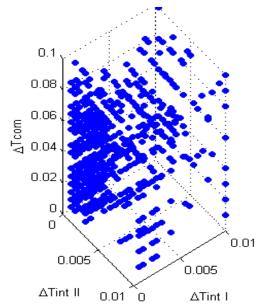
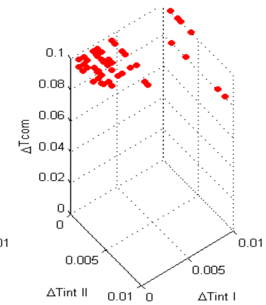
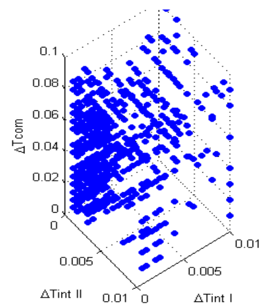
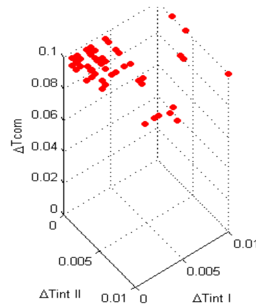
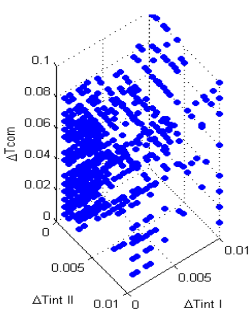
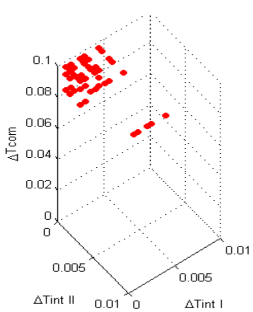
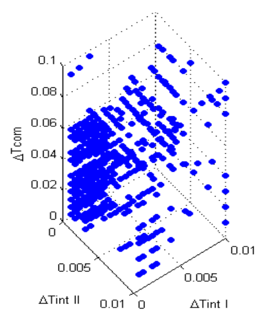
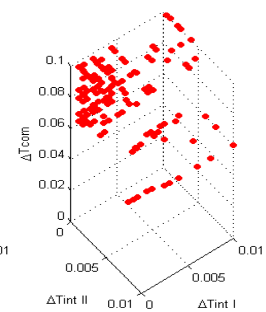
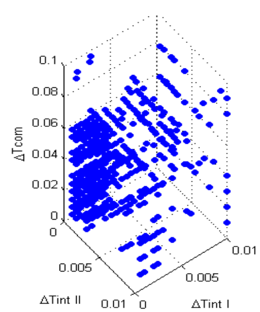
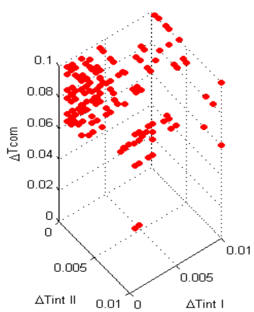
Gráficas de estabilidad

Jacobi



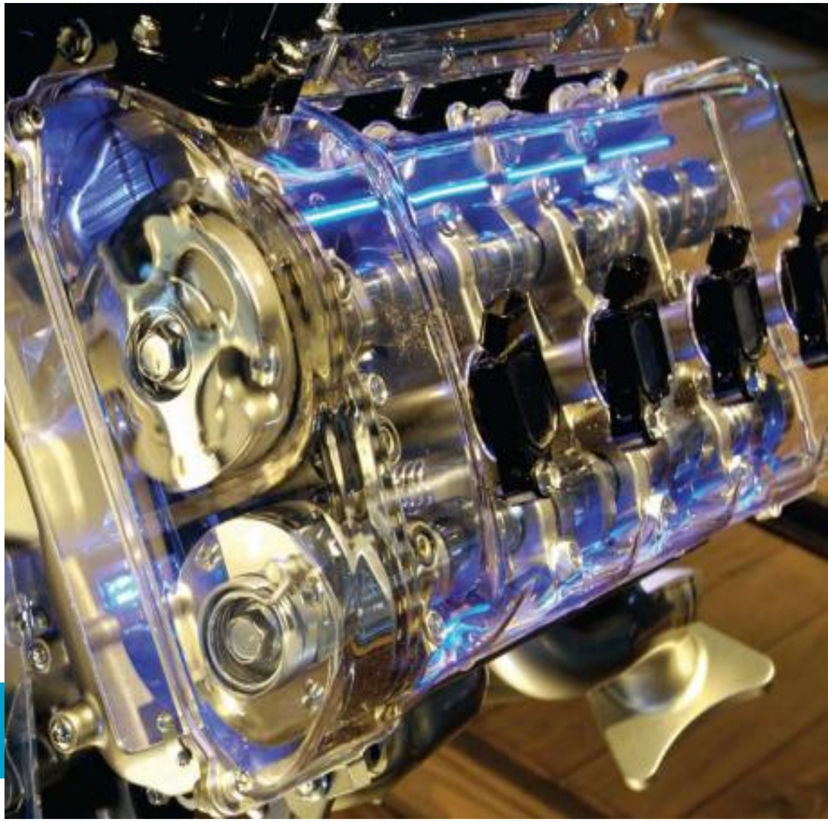
Gráficas de estabilidad

Gauss-Seidel

	Independiente		Relativas		Punto de referencia	
	Estable	Inestable	Estable	Inestable	Estable	Inestable
p=0						
p=3						

Índice

- Introducción
- Análisis de estabilidad
- Co-simulación sistema mecánico lineal
- Co-simulación sistema mecánico no lineal
- Co-simulación hidráulico - mecánico
- **Conclusiones y trabajo futuro**



Conclusiones

	Estabilidad	Eficiencia	Precisión
Condiciones iniciales	↑ ↓ (variable)	= (constante)	= (constante)
↓ΔT_{com}	↑ (aumenta)	↓ (disminuye)	↑ (aumenta)
↓ orden polinomios	↗ (normalmente aumenta)	↗ (normalmente aumenta)	↘ (normalmente disminuye)
Jacobi ↓ Gauss-Seidel	↑ (aumenta)	↓ (disminuye)	↑ (aumenta)

Trabajo futuro

- **Cambiar hipótesis iniciales:**
  - El paso de comunicación, H, podría no estar limitado a ser un múltiplo del paso de integración, h.
- **Implementar métodos numéricos de integración implícitos:**
  - Otros integradores: p.e. BDF, Generalized-α
- **Extender el modelo de prueba hidráulico-mecánico a un brazo de excavadora**

Referencias

[1] *BUSCH, M. and SCHWEIZER, B., Numerical Stability and Accuracy of Different Co-simulation Techniques: Analytical Investigations Based on a 2-DOF Test Model,* The 1st Joint International Conference on Multibody System Dynamics, Lappeenranta, Finland, May 25-27 2010.

[2] KÜBLER, R. and SCHIELEN, W., *Two Methods of Simulator Coupling, Mathematical and Computer Modelling of Dinamical Systems: Method, Tools and Applications in Engineering and Related Sciences,* 6:2, 93-113, 2000.

[3] *HAIRER, E., NORSETT, S. P., AND WANNER, G., Solving Ordinary Differential Equations II,* 2nd ed. Springer-Verlag, 1987.

[4] EBERLY, D., *Stability Analysis for Systems of Differential Equations,* Geometric Tools, LLC, March 2 2008.

[5] SOLCIA, T. and MASARATI, P., *Helicopter Aeroservoelasticity by Multirate Simulation,* Seventh Pegasus-AIAA Student Conference, Torino, Italy, April 28 2011.

Gracias por su atención
¿Preguntas?

Soft-real-time simulator with human interaction
Co-simulation and model reduction