



# CÁLCULO DE TENSIONES EN COMPONENTES DE SISTEMAS MÓVILES MEDIANTE DINÁMICA DE SISTEMAS MULTICUERPO FLEXIBLES

---

UNIVERSIDAD DE A CORUÑA

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL II

ESCUELA POLITECNICA SUPERIOR

RUTH GUTIÉRREZ FERNÁNDEZ

# ÍNDICE DE LA PRESENTACIÓN

---

1. MOTIVACIÓN, ANTECEDENTES Y OBJETIVOS.

2. UNA FORMULACIÓN DINÁMICA DE SISTEMAS MULTICUERPO CON ELEMENTOS FLEXIBLES.

- MODELIZACIÓN.
- ECUACIONES DINAMICAS Y ESQUEMA DE INTEGRACIÓN.
- ESTADO TENSIONAL.

3. ANALISIS DINÁMICO NO LINEAL CON EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.

4. EJEMPLOS DE COMPARACIÓN.

- MÉTODO DSM (Dinámica de Sistemas Multicuerpo).
- MÉTODO MEF (Método de Elementos Finitos).

5. VALIDACIÓN EXPERIMENTAL.

- MODELO NUMÉRICO.
- PROTOTIPO EXPERIMENTAL.

6. CONCLUSIONES Y FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACIÓN.

---

# MOTIVACIÓN

---

- La simulación de sistemas mecánicos tiene una aplicación directa para muchas industrias: automoción, aeroespacial, naval, robótica, biomecánica, ferroviaria, máquina-herramienta, maquinaria pesada, animación, médica, deportiva, militar, etc.
- Las herramientas de simulación permiten mejorar el proceso de diseño de sistemas multicuerpo. “Prototipado virtual”.
- Para el diseño de este tipo de sistemas con partes móviles, se requiere la información del estado tensional y/o de deformación en componentes.
- Métodos tradicionales para el análisis tensional.
- Se propone un método de análisis de sistemas multicuerpo que permita calcular tensiones y deformaciones en los componentes móviles en las que esta información sea de interés.
- Evaluación de las prestaciones del método.
  - Precisión.
  - Eficiencia.
  - Capacidad para abordar problemas realistas de interés industrial.

# ANTECEDENTES

---

- Dinámica de multicuerpos rígidos.
  - Un sistema multicuerpo rígido es un conjunto de componentes rígidos conectados a través de pares cinemáticos.
  - Problema de grandes traslaciones y rotaciones de sólido rígido.
  - Schiehlen, 1997, estado del arte y perspectivas.
  
- Dinámica de multicuerpos flexibles.
  - Un sistema multicuerpo flexible es un conjunto de componentes rígidos y flexibles, conectados a través de pares cinemáticos.
  - Problema de grandes traslaciones y rotaciones de sólido rígido.
  - Problema de la incorporación de la flexibilidad de componentes.
  - Shabana, 1997, revisión del pasado y desarrollos recientes.
  
- Filosofías actuales:
  - Aproximación de sistema de referencia móvil.
  - Métodos globales.

# ANTECEDENTES: SISTEMA DE REFERENCIA MÓVIL

---

- Shabana, 1998.
- Sistema de referencia local.
  - Coordenadas de referencia (movimiento de gran amplitud) y elásticas (deformación).
- Características del método.
  - Descripción de la deformación, método de elementos finitos:
    - Desplazamientos nodales en el sistema de referencia móvil.
    - Modos de deformación (Rayleigh-Ritz).
  - Matriz de masas altamente no lineal.
  - Sistema mixto de ecuaciones diferenciales y algebraicas.
  - Pequeños desplazamientos y deformaciones en el sistema de referencia móvil.
- Fenómeno de rigidización dinámica.
  - Kane, Ryan y Banerjee, 1987.
  - Relaciones deformación-desplazamiento no lineales.
  - Matriz de rigidez geométrica.

# ANTECEDENTES: MÉTODOS GLOBALES

---

- Formulación incremental basada en el MEF (Bathe, 1996).
  - Coordenadas elementales: desplazamientos nodales absolutos y giros infinitesimales.
  - Análisis de sistemas multicuerpo: problema dinámico con no linealidad geométrica.
- Método de rotaciones finitas (Géradin y Cardona, 2001).
  - Coordenadas elementales: desplazamientos nodales absolutos y rotaciones finitas.
  - Fuerzas de inercia simplificadas y empleo de esquemas de integración clásicos en dinámica estructural.
- Formulación en coordenadas nodales absolutas (Shabana, 1998).
  - Coordenadas elementales: desplazamientos nodales absolutos y pendientes.
  - Propiedades inerciales exactas de los elementos estructurales que sufren rotaciones de sólido rígido.

# ANTECEDENTES: VENTAJAS E INCONVENIENTES DE LOS MÉTODOS ANTERIORES

---

- Diseño de sistemas mecánicos.
- Métodos de análisis de sistemas multicuerpo flexibles.
  - Formulación basada en el sistema de referencia móvil.
    - ✗ Hipótesis de pequeñas deformaciones.
    - ✓ Número de variables moderado: eficiencia.
    - ✓ Rango de aplicación ampliable.
  - Métodos globales.
    - ✓ Hipótesis de trabajo amplias.
    - ✗ Formulación compleja en cualquier hipótesis.
    - ✗ Modelos computacionalmente costosos.

# OBJETIVOS

---

- Obtención del estado tensional en los componentes de sistemas móviles.
- Propuesta:
  - Un método de análisis de sistemas multicuerpo que permite incorporar como elementos flexibles aquellos cuyo estado tensional interesa conocer.
  - Validación numérica del método propuesto.
  - Validación experimental del método propuesto.
- Contribución:
  - Agilización del proceso de diseño aportando una herramienta precisa, robusta y eficiente, incorporable a los paquetes informáticos integrados para diseño y análisis de sistemas mecánicos.



# ÍNDICE DE LA PRESENTACIÓN

---

1. MOTIVACIÓN, ANTECEDENTES Y OBJETIVOS.

2. UNA FORMULACIÓN DINÁMICA DE SISTEMAS MULTICUERPO CON ELEMENTOS FLEXIBLES.

- MODELIZACIÓN.
- ECUACIONES DINAMICAS Y ESQUEMA DE INTEGRACIÓN.
- ESTADO TENSIONAL.

3. ANALISIS DINÁMICO NO LINEAL CON EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.

4. EJEMPLOS DE COMPARACIÓN.

- MÉTODO DSM.
- MÉTODO MEF.

5. VALIDACIÓN EXPERIMENTAL.

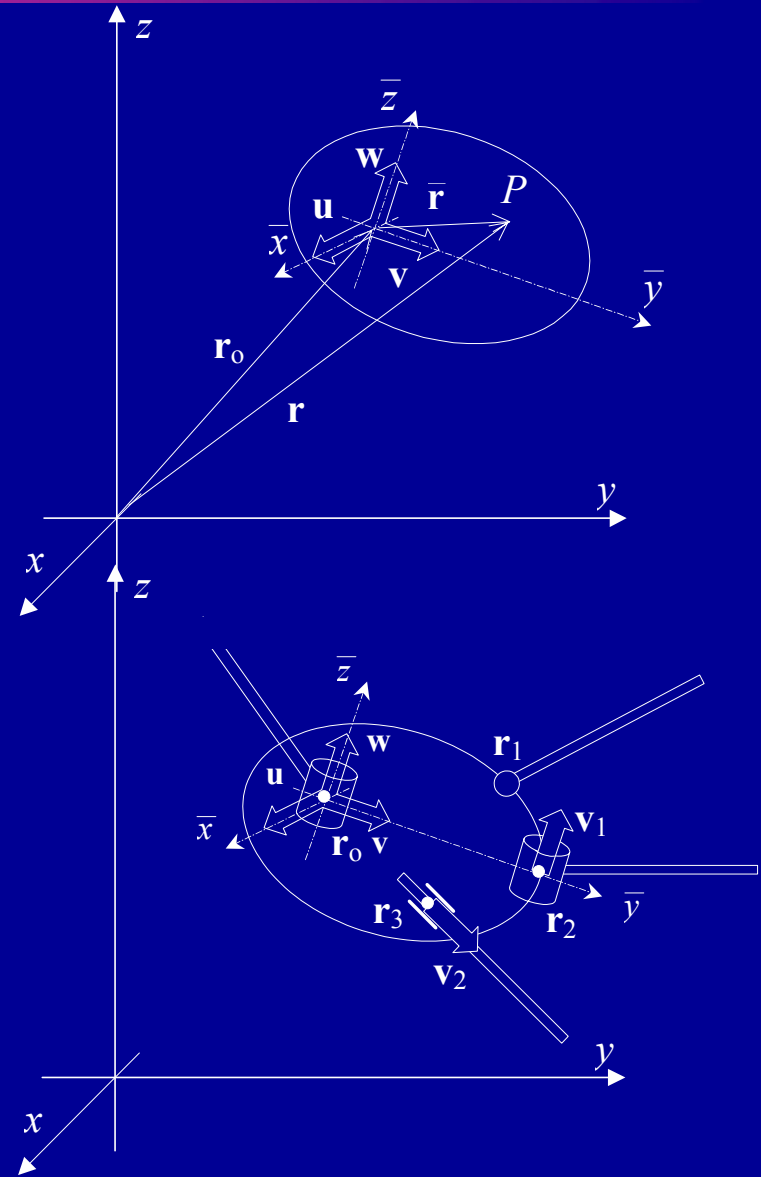
- MODELO NUMÉRICO.
- PROTOTIPO EXPERIMENTAL.

6. CONCLUSIONES Y FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACIÓN.

---

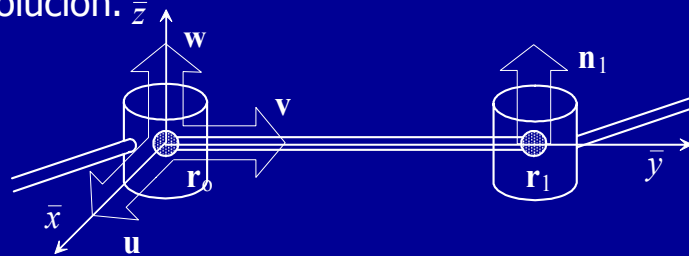
# MODELIZACIÓN

- Coordenadas naturales:
  - Sólidos rígidos: García de Jalón y Bayo, 1994.
  - Sólidos flexibles: Cuadrado y otros, 1996.
    - Definición del sistema de referencia móvil.
      - $\mathbf{r}_0, \mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$
    - Modelización de los pares cinemáticos que unen el sólido flexible al resto de la cadena cinemática.
      - $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$
    - Aproximación de sistema de referencia móvil.
      - $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + A\bar{\mathbf{r}} \quad \bar{\mathbf{r}} = \bar{\mathbf{r}}_n + \bar{\mathbf{q}}_f$
    - Síntesis modal con fronteras fijas.
      - $\bar{\mathbf{q}}_f = \sum_{i=1}^{ne} \bar{\Phi}_i \eta_i + \sum_{j=1}^{nd} \bar{\Psi}_j \xi_j$
      - Modos estáticos de deformación.
      - Modos dinámicos de deformación.



# MODELIZACIÓN: MODOS DE DEFORMACIÓN

- Ejemplo: viga flexible, conectada al resto de la cadena cinemática mediante pares de revolución.



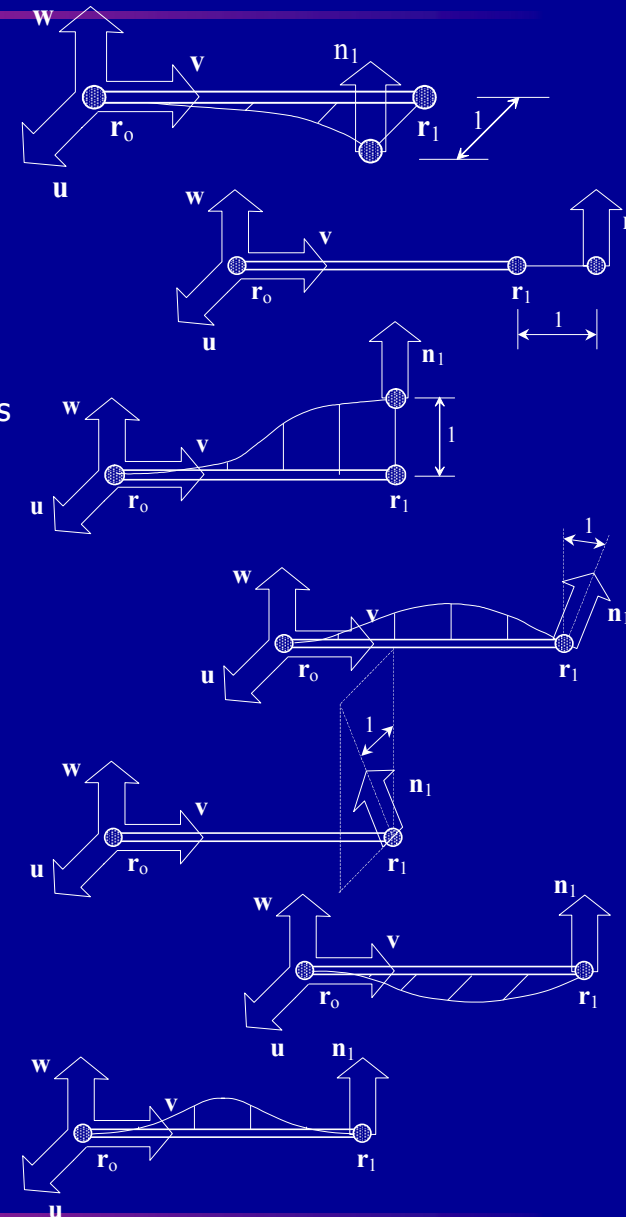
- Modos estáticos:

- El número de modos estáticos es fijo y depende de los puntos y vectores empleados en la modelización del sólido flexible considerado.
- Asociados a cada punto se definen 3 modos estáticos de deformación.
- Asociados a cada vector, 2 modos estáticos adicionales.
- Definición: la deformación que adopta el sistema cuando se impone un desplazamiento unitario al punto o un giro unitario al vector, manteniendo las fronteras fijas.
- Ecuaciones de restricción.

$$\boldsymbol{\eta} = \bar{\mathbf{r}}_1 - \bar{\mathbf{r}}_{1n} \quad \bar{\mathbf{n}}_1 = \mathbf{G}\bar{\mathbf{n}}_{1n} \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & -\theta_z & \theta_y \\ \theta_z & 1 & -\theta_x \\ -\theta_y & \theta_x & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\eta_6 & \eta_5 \\ \eta_6 & 1 & -\eta_4 \\ -\eta_5 & \eta_4 & 1 \end{bmatrix}$$

- Modos dinámicos:

- Se definen como los modos naturales de vibración con fronteras fijas, puntos y vectores unitarios fijos.
- El número de modos dinámicos es variable, decidido por el analista.



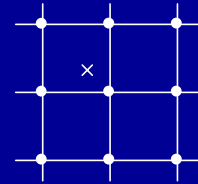
## 2. UNA FORMULACIÓN DSM CON ELEMENTOS FLEXIBLES.

# MODELIZACIÓN

- Se considera un sólido flexible discretizado en NE elementos y ND nudos.
  - Energía cinética y matriz de masas (campo de velocidades inconsistente).

$$T = \frac{1}{2} \int_V \dot{\mathbf{r}}^T \dot{\mathbf{r}} \, dm = \frac{1}{2} \mathbf{v}^{*T} \mathbf{M}_{MEF} \mathbf{v}^*$$

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{N} \mathbf{v}^*$$



$$\mathbf{M} = \mathbf{B}^T \mathbf{M}_{MEF} \mathbf{B}$$

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{B}^T \mathbf{M}_{MEF} \mathbf{B} \dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}}$$

$$\mathbf{v}^* = \mathbf{B} \dot{\mathbf{q}}$$

$$\mathbf{Q}_v = -\mathbf{B}^T \mathbf{M}_{MEF} \dot{\mathbf{B}} \dot{\mathbf{q}}$$

- Energía de deformación y matriz de rigidez.

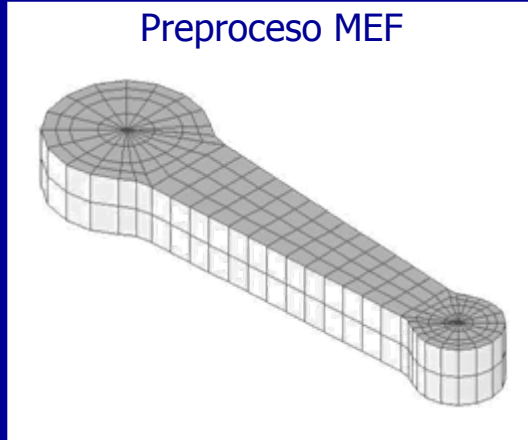
$$V = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{q}}_f^{*T} \mathbf{K}_{MEF} \bar{\mathbf{q}}_f^* = \frac{1}{2} \mathbf{y}^T \mathbf{X}^T \mathbf{K}_{MEF} \mathbf{X} \mathbf{y} = \frac{1}{2} \mathbf{y}^T \mathbf{K} \mathbf{y} \quad \bar{\mathbf{q}}_f^* = [\bar{\Phi}_1 \ \dots \ \bar{\Phi}_{ne} \ \bar{\Psi}_1 \ \dots \ \bar{\Psi}_{nd}] \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta} \\ \boldsymbol{\xi} \end{bmatrix} = \mathbf{X} \mathbf{y}$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{X}^T \mathbf{K}_{MEF} \mathbf{X}$$

- Preproceso de datos.

- Modelo de elementos finitos de cada sólido flexible.
- Información extraída:
  - Coordenadas nodales.
  - Conectividad del ensamblaje de elementos.
  - Matrices de masa, rigidez y rigidez geométrica.
  - Modos estáticos de deformación: análisis estático lineal.
  - Modos dinámicos de deformación: análisis de frecuencias y modos de vibración.
- Dicha información se recoge en ficheros de texto para su posterior utilización.

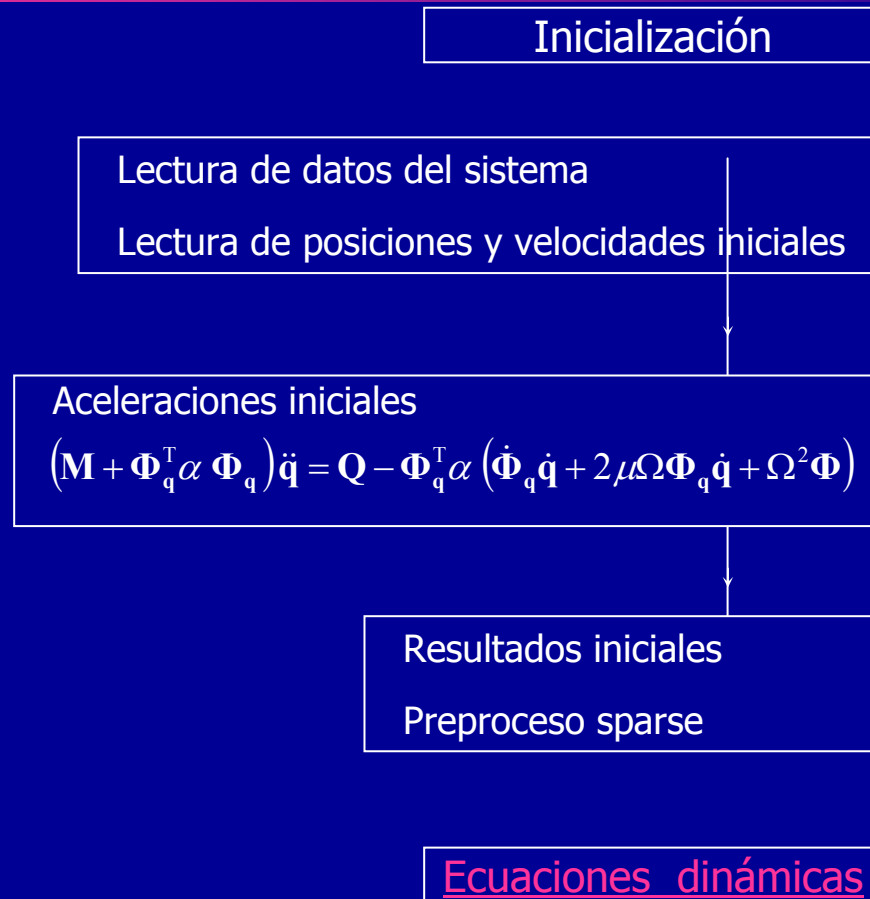
# ESQUEMA DE INTEGRACIÓN



- Formulación aumentada de Lagrange en índice 3 con proyecciones de velocidad y aceleración.
- Método de integración implícito de paso simple: regla trapezoidal.



# ESQUEMA DE INTEGRACIÓN: INICIALIZACIÓN



# ESQUEMA DE INTEGRACIÓN: PREDICTOR

Predictor

$$\hat{\mathbf{q}}_n \quad \hat{\dot{\mathbf{q}}}_n \quad \hat{\ddot{\mathbf{q}}}_n = -\left(\frac{2}{\Delta t} \mathbf{q}_n + \dot{\mathbf{q}}_n\right)$$
$$\hat{\dot{\mathbf{q}}}_n = -\left(\frac{4}{\Delta t^2} \mathbf{q}_n + \frac{4}{\Delta t} \dot{\mathbf{q}}_n + \ddot{\mathbf{q}}_n\right)$$

Predictor

- Vector de posiciones

$$\mathbf{q}_{n+1} = \mathbf{q}_n + \Delta t \dot{\mathbf{q}}_n + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{\mathbf{q}}_n$$

- Ecuaciones del integrador

$$\dot{\mathbf{q}}_{n+1} = \frac{2}{\Delta t} \mathbf{q}_{n+1} + \hat{\dot{\mathbf{q}}}_n$$

$$\ddot{\mathbf{q}}_{n+1} = \frac{4}{\Delta t^2} \mathbf{q}_{n+1} + \hat{\ddot{\mathbf{q}}}_n$$

- Valor inicial del vector de multiplicadores de Lagrange

$$\lambda_{n+1} = \lambda_n$$

Ecuaciones dinámicas

# ESQUEMA DE INTEGRACIÓN: CORRECTOR ITERATIVO

- Ecuaciones del movimiento:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \Phi_q^T \alpha \Phi + \Phi_q^T \lambda^* = \mathbf{Q}$$

$$\lambda = \alpha \Phi + \lambda^*$$

- Ecuaciones del integrador:

$$\dot{\mathbf{q}}_{n+1} = \frac{2}{\Delta t} \mathbf{q}_{n+1} + \hat{\mathbf{q}}_n$$

$$\ddot{\mathbf{q}}_{n+1} = \frac{4}{\Delta t^2} \mathbf{q}_{n+1} + \hat{\mathbf{q}}_n$$

- Combinación de las ecuaciones de movimiento y las del integrador:

$$\mathbf{f}(\mathbf{q}_{n+1}) = \mathbf{0}$$

Corrector

Residuo

$$[\mathbf{f}(\mathbf{q})] = \frac{\Delta t^2}{4} (\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \Phi_q^T \alpha \Phi + \Phi_q^T \lambda^* - \mathbf{Q})$$

Matriz tangente

$$\left[ \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \right] = \mathbf{M} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{C} + \frac{\Delta t^2}{4} (\Phi_q^T \alpha \Phi_q + \mathbf{K})$$

$$\left[ \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \right]_i \Delta \mathbf{q}_{i+1} = -[\mathbf{f}(\mathbf{q})]_i$$

Corrector:

- Vector de posiciones

$$\mathbf{q}_{i+1} = \mathbf{q}_i + \Delta \mathbf{q}_{i+1}$$

- Ecuaciones del integrador

$$\dot{\mathbf{q}}_{i+1} = \frac{2}{\Delta t} \mathbf{q}_{i+1} + \hat{\mathbf{q}}$$

$$\ddot{\mathbf{q}}_{i+1} = \frac{4}{\Delta t^2} \mathbf{q}_{i+1} + \hat{\mathbf{q}}$$

- Valor del vector de multiplicadores de Lagrange

$$\lambda_{i+1} = \lambda_i + \alpha \Phi_{i+1} \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

Ecuaciones dinámicas



# ESQUEMA DE INTEGRACIÓN: PROYECCIONES

- El vector de variables  $\mathbf{q}$  satisface las ecuaciones de restricción  $\Phi$ .
- Los vectores de velocidades y aceleraciones,  $\dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$ , no satisfacen las derivadas primera y segunda respecto al tiempo de estas ecuaciones de restricción,  $\dot{\Phi}, \ddot{\Phi}$ .
- Proyecciones, Bayo y Ledesma, 1996.
- Cuadrado y otros, 2000, modifican la matriz de proyecciones para que coincida con la matriz tangente del proceso iterativo de Newton-Raphson.

## Proyecciones

Proyecciones en velocidades y aceleraciones

$$\left[ \mathbf{M} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{C} + \frac{\Delta t^2}{4} (\Phi_q^T \alpha \Phi_q + \mathbf{K}) \right] \dot{\mathbf{q}} = \left[ \mathbf{M} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{C} + \frac{\Delta t^2}{4} \mathbf{K} \right] \dot{\mathbf{q}}^* - \frac{\Delta t^2}{4} \Phi_q^T \alpha \Phi_t$$

$$\left[ \mathbf{M} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{C} + \frac{\Delta t^2}{4} (\Phi_q^T \alpha \Phi_q + \mathbf{K}) \right] \ddot{\mathbf{q}} = \left[ \mathbf{M} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{C} + \frac{\Delta t^2}{4} \mathbf{K} \right] \ddot{\mathbf{q}}^* - \frac{\Delta t^2}{4} \Phi_q^T \alpha (\dot{\Phi}_q \dot{\mathbf{q}} + \Phi_t)$$

## Ecuaciones dinámicas

# ESTADO TENSIONAL

- Pasos:

- Sólido flexible: Establecimiento del vector de desplazamientos elásticos nodales de la discretización en el sistema de referencia móvil.

Vector de variables del problema  $\longleftrightarrow$  Configuración deformada de cada componente

$$\mathbf{q} \begin{cases} \eta \\ \xi \end{cases} \longleftrightarrow \bar{\mathbf{q}}_f^* = \sum_{i=1}^{ne} \bar{\Phi}_i \eta_i + \sum_{j=1}^{nd} \bar{\Psi}_j \xi_j \equiv \hat{\mathbf{U}}$$

- Elemento finito cuyo estado tensional interesa conocer: Establecimiento del vector de desplazamientos nodales elementales.

- Conectividad del ensamblaje.

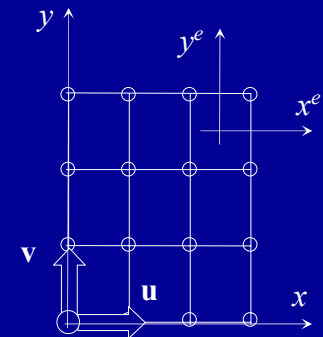
- $\hat{\mathbf{U}} \rightarrow \hat{\mathbf{u}}$

- Tensiones elementales:

- Elementos isoparamétricos:  $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{C} \mathbf{B} \hat{\mathbf{u}}$

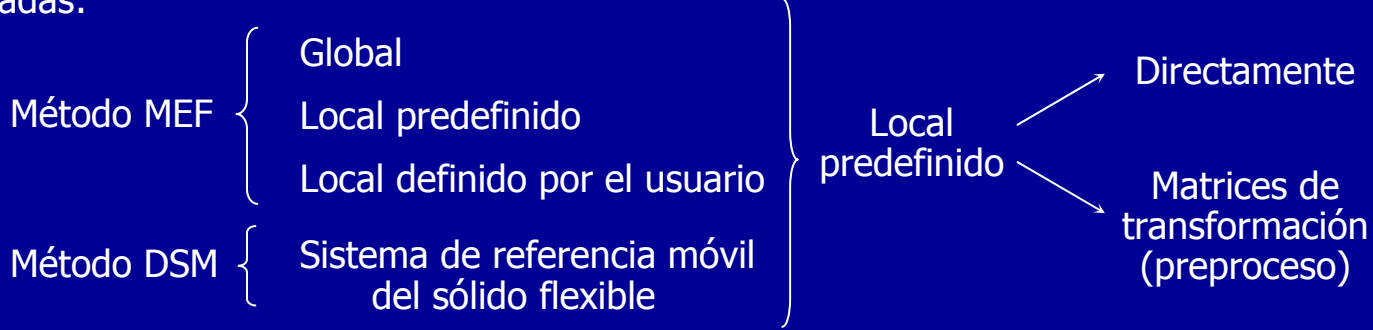
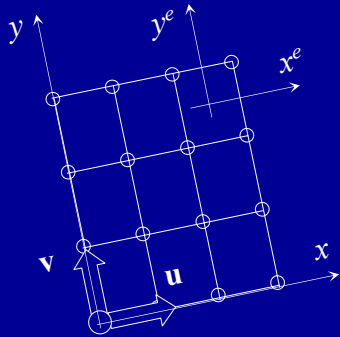
- Puntos idóneos para el cálculo de tensiones.
- Promediado de tensiones nodales.

- Elementos estructurales:  $\mathbf{S}^e = \mathbf{K}^e \hat{\mathbf{u}}$

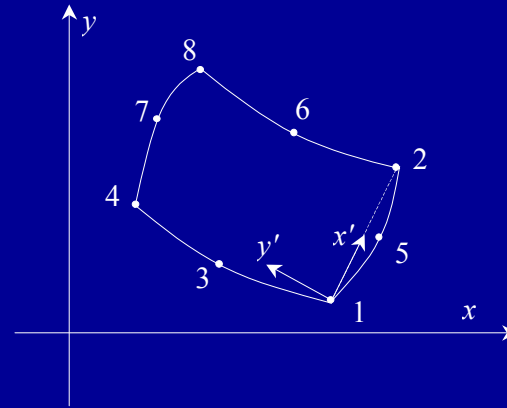
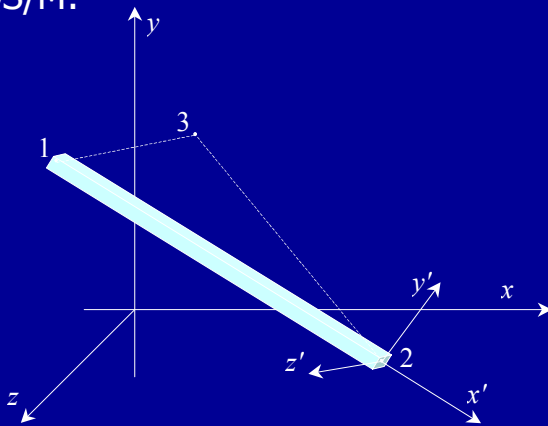


# ESTADO TENSIONAL

- Sistemas de coordenadas:



- Sistemas de coordenadas global y local predefinidos en el programa comercial de elementos finitos COSMOS/M:



- Transformación del estado tensional obtenido en el sistema de referencia móvil, considerado un sistema de referencia global para el sólido flexible en cada instante de tiempo, al sistema local predefinido.

$$\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{T}\hat{\mathbf{u}}' \quad \mathbf{S}^{e'} = \mathbf{K}^{e'} \mathbf{T}^T \hat{\mathbf{u}} \quad \mathbf{n} = \mathbf{T}\mathbf{n}' \quad \boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{T}^T \boldsymbol{\sigma} \mathbf{T}$$

# ÍNDICE DE LA PRESENTACIÓN

---

1. MOTIVACIÓN, ANTECEDENTES Y OBJETIVOS.

2. UNA FORMULACIÓN DINÁMICA DE SISTEMAS MULTICUERPO CON ELEMENTOS FLEXIBLES.

- MODELIZACIÓN.
- ECUACIONES DINAMICAS Y ESQUEMA DE INTEGRACIÓN.
- ESTADO TENSIONAL.

3. ANALISIS DINÁMICO NO LINEAL CON EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.

4. EJEMPLOS DE COMPARACIÓN.

- MÉTODO DSM.
- MÉTODO MEF.

5. VALIDACIÓN EXPERIMENTAL.

- MODELO NUMÉRICO.
- PROTOTIPO EXPERIMENTAL.

6. CONCLUSIONES Y FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACIÓN.

---

# ANÁLISIS DINÁMICO NO LINEAL CON EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

- Herramienta ampliamente utilizada para determinar el estado de deformación y tensión de sistemas estructurales, aunque es una herramienta general que se adapta a muchos problemas, no sólo de ingeniería mecánica.
- Análisis de mecanismos con elementos flexibles: problema dinámico no lineal, con no linealidad geométrica: grandes desplazamientos y grandes rotaciones de sólido rígido.

- Filosofía incremental.

$$\mathbf{M}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{U}} + \left( {}^t_0 \mathbf{K}_L + {}^t_0 \mathbf{K}_{NL} \right) \mathbf{U} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{R} - {}^t_0 \mathbf{F}$$

- Análisis no lineal con el programa COSMOS/M.
- Geometría y malla.
  - Discretización independiente de cada componente flexible.
  - Pares cinemáticos.
- Cargas y condiciones de contorno.
  - Asociación de fuerzas o desplazamientos con curvas de tiempo.

- Formulación.
  - Lagrangiana total.
  - Lagrangiana actualizada.

- Método de integración.
  - Newmark.
  - Wilson-Theta.
  - Diferencias centrales.

- Técnica de control.
  - En fuerzas.
  - En desplazamientos.
  - Longitud de arco.

- Método iterativo.
  - Newton-Raphson.
  - Newton-Raphson modificado.

- Otras opciones de análisis:
  - Número máximo de iteraciones.
  - Tolerancia para convergencia.
  - Facilidades para salvar la información.
  - Tipo de solver (Sparse, Skyline, Iterativo PCG).

# ÍNDICE DE LA PRESENTACIÓN

---

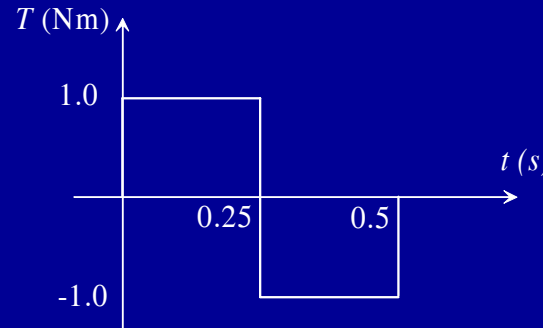
1. MOTIVACIÓN, ANTECEDENTES Y OBJETIVOS.
  2. UNA FORMULACIÓN DINÁMICA DE SISTEMAS MULTICUERPO CON ELEMENTOS FLEXIBLES.
    - MODELIZACIÓN.
    - ECUACIONES DINAMICAS Y ESQUEMA DE INTEGRACIÓN.
    - ESTADO TENSIONAL.
  3. ANALISIS DINÁMICO NO LINEAL CON EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.
  4. EJEMPLOS DE COMPARACIÓN.
    - MÉTODO DSM.
    - MÉTODO MEF.
  5. VALIDACIÓN EXPERIMENTAL.
    - MODELO NUMÉRICO.
    - PROTOTIPO EXPERIMENTAL.
  6. CONCLUSIONES Y FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACIÓN.
-

# EJEMPLOS

---

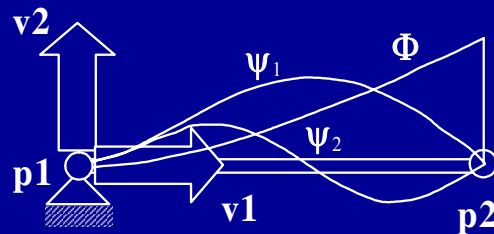
- Cálculo del estado tensional en componentes de 5 mecanismos:
  - 1. Barra articulada en un extremo sometida a un par de tipo bang-bang.
  - 2. Péndulo doble bajo la acción de la gravedad.
  - 3. Mecanismo biela-manivela bajo impulso triangular.
  - 4. Cuadrilátero articulado con defecto de montaje.
  - 5. Viga giratoria, con rigidización dinámica.
  
- Análisis mediante dos métodos:
  - Método DSM.
  - Método MEF.
  
- Comparación de resultados.

# 1. BARRA ARTICULADA SOMETIDA A UN PAR DE TIPO BANG-BANG



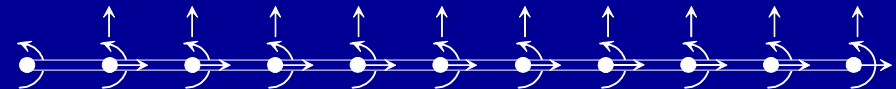
$\rho = 8000 \text{ Kg/m}^3$   
 $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$   
 $L = 1.5 \text{ m}$   
 $A = 10^{-4} \text{ m}^2$   
 $I = 10^{-10} \text{ m}^4$   
*Sección rectangular*  
 $h = 3.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ .

## ■ Modelización DSM



- $\mathbf{q}^T = [\mathbf{v1}_x \ \mathbf{v1}_y \ \mathbf{v2}_x \ \mathbf{v2}_y \ \mathbf{p2}_x \ \mathbf{p2}_y \ \eta \ \xi_1 \ \xi_2]$
- Número total de variables: 9

## ■ Modelización MEF

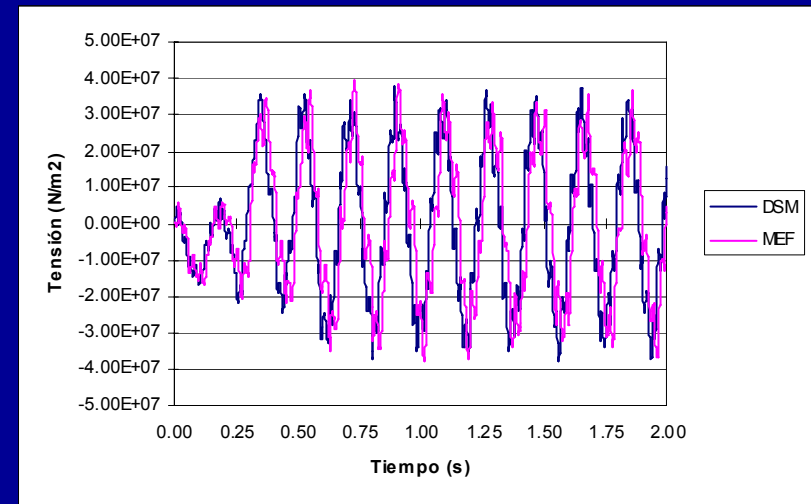
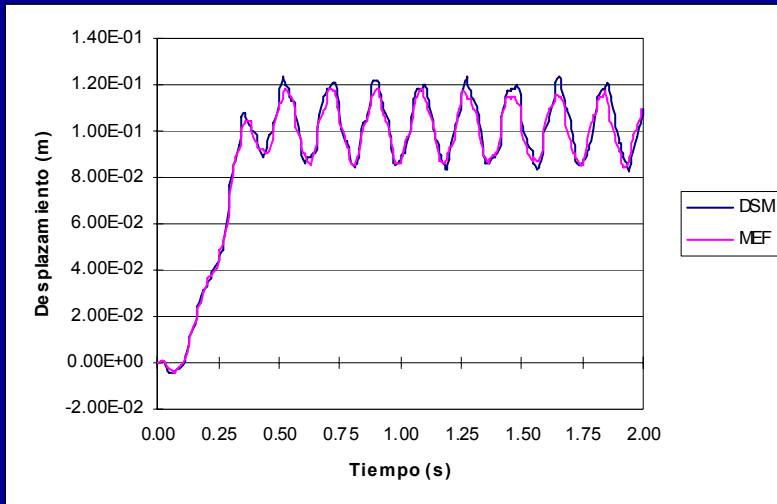


- Elemento viga con movimiento plano: 3 GDL/ND.
- Discretización: 10 elementos, 11 nudos.
- Número total de variables: 31

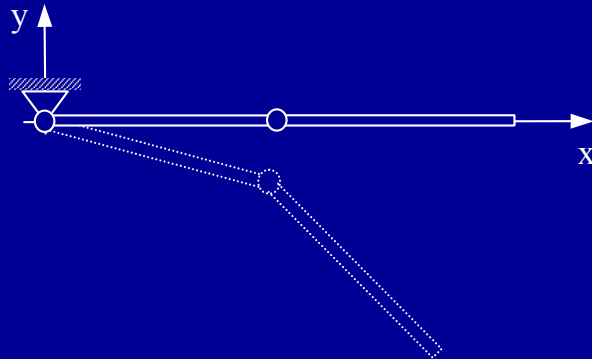


# COMPARACIÓN DE RESULTADOS

- Tiempo de simulación: 2 s.
  - Paso de tiempo para ambos métodos: 0.001 s.
  - Criterio para la selección de pasos de tiempo en ambos métodos.
- 
- Historia de la coordenada  $y$  del extremo de la barra.
  - Historia de la tensión normal en la sección media, en la fibra superior.



## 2. PENDULO DOBLE BAJO LA ACCIÓN DE LA GRAVEDAD



### ■ Características del sistema.

$$\rho = 2000 \text{ Kg/m}^3$$

$$L = 1.5 \text{ m}$$

$$I = 4 \cdot 10^{-7} \text{ m}^4$$

*Sección rectangular*

$$E = 7 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$$

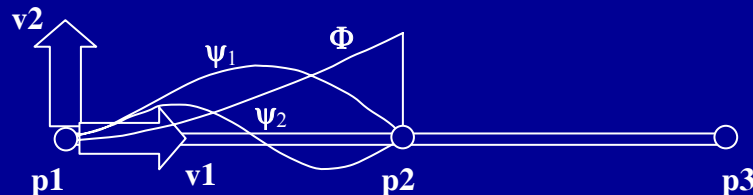
$$A = 1.2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$h = 6.0 \cdot 10^{-2} \text{ m.}$$

### ■ Caída libre por peso propio.

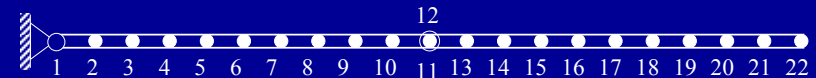
### ■ Calculo de tensiones en la sección media de la primera barra.

### ■ Modelización DSM.



- Primera barra flexible y segunda barra rígida.
- Número total de variables: 11.

### ■ Modelización MEF.

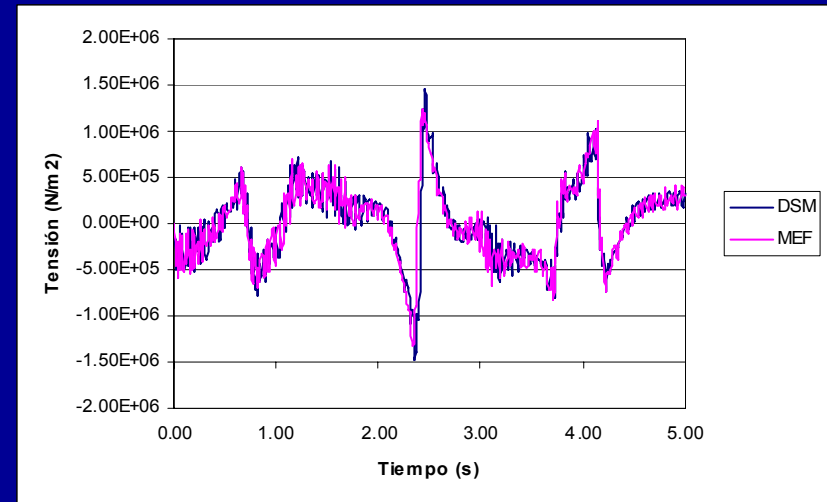
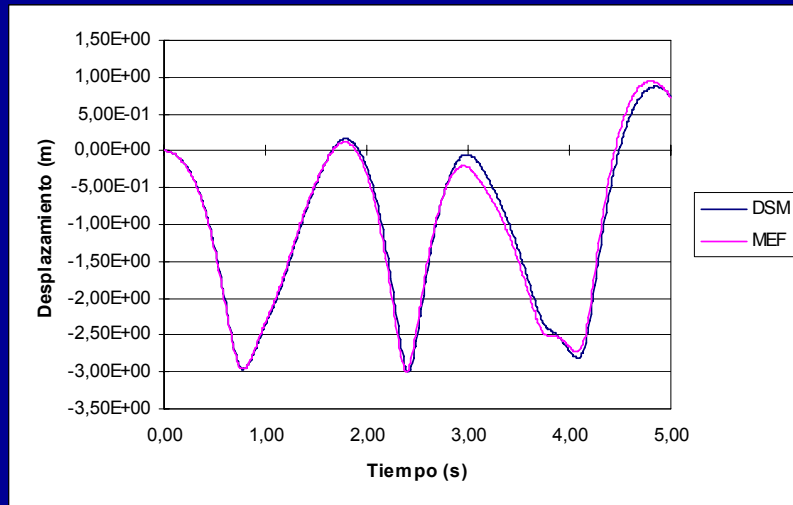
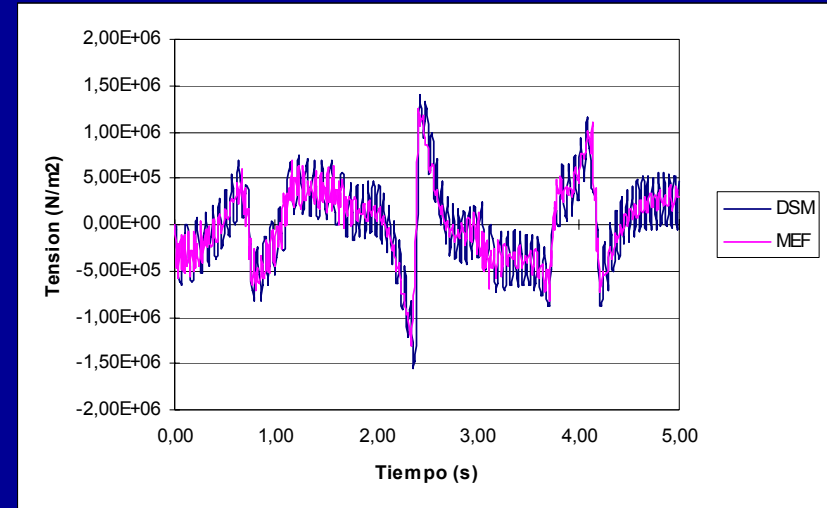


- Elemento viga con movimiento plano, 3 GDL/ND.
- Discretización: 20 elementos, 22 nudos.
- Número total de variables: 64.
- 2 Ecuaciones de restricción.

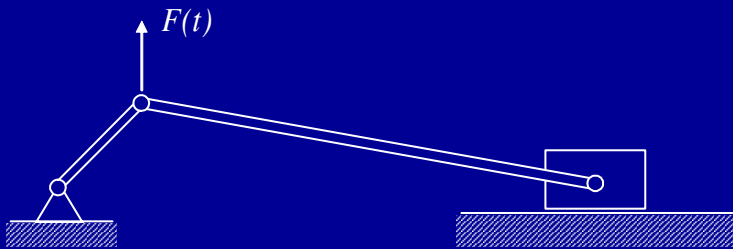
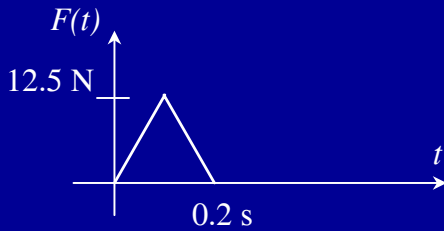
## 4. EJEMPLOS DE COMPARACIÓN.

# COMPARACIÓN DE RESULTADOS

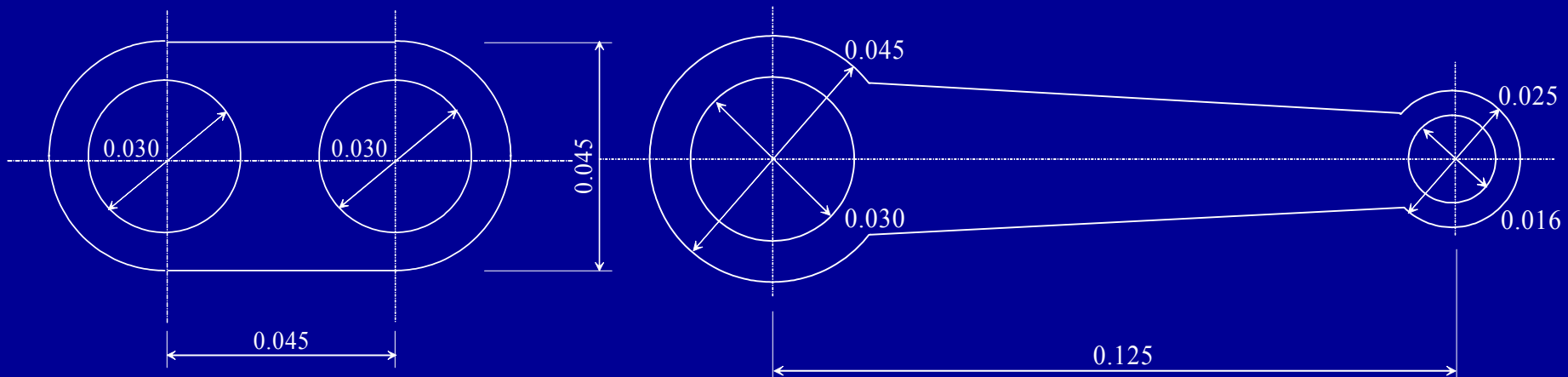
- Tiempo de simulación: 5 s.
- Paso de tiempo para ambos métodos: 0.001 s.
- Desplazamiento vertical del extremo.
- Tensión normal máxima en la sección media de la primera barra.
  - Con un solo elemento flexible para el método DSM.
  - Con ambos elementos flexibles para el método DSM.



### 3. MECANISMO BIELA MANIVELA BAJO IMPULSO TRIANGULAR

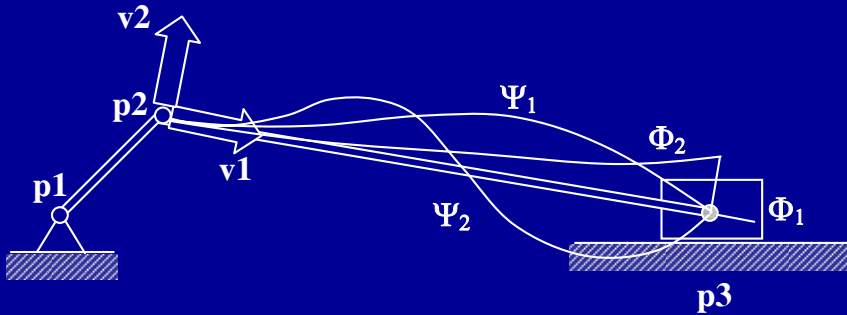


- Características del material.  
 $\rho = 7.85 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$   
 $E = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$   
 $\nu = 0.3$
- Espesor:  $8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ .
- Masa de la deslizadera: 3Kg.
- Geometría bidimensional de los elementos manivela y biela.
- Impulso triangular.
- Calculo de tensiones en la sección media de la biela.

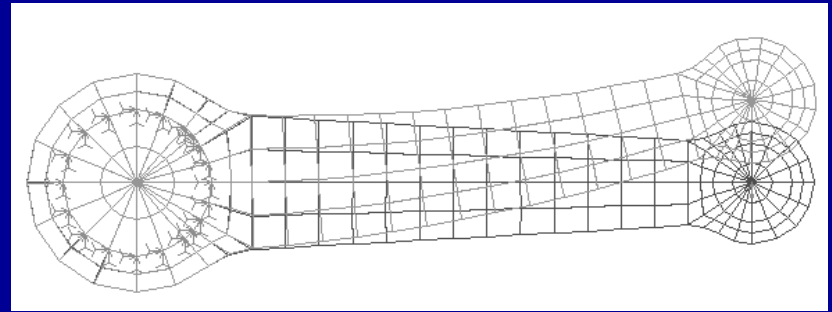
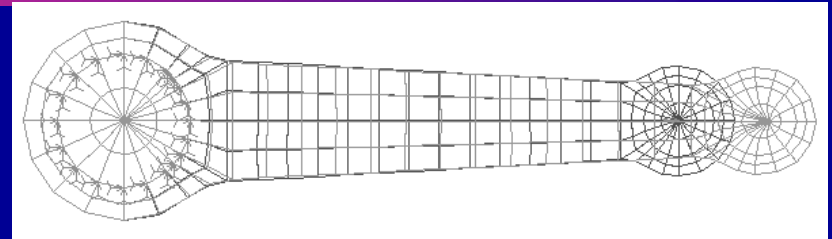


### 4. EJEMPLOS DE COMPARACIÓN.

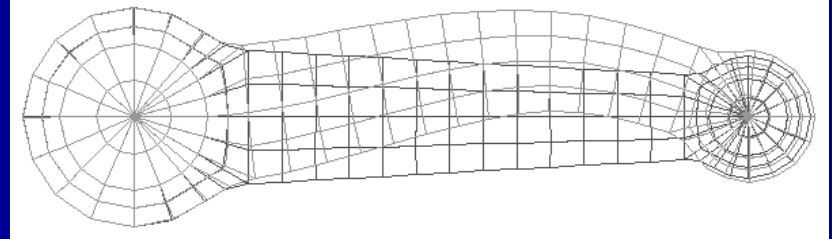
# MODELIZACIÓN DSM



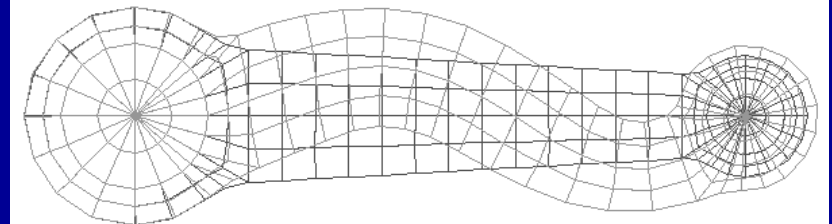
- Manivela rígida, biela flexible.
- Modelización similar al ejemplo anterior, salvo por dos aspectos:
  - Se considera el modo estático axial.
  - Los componentes del mecanismo ya no son elementos 1D. El modelo considera esta nueva geometría, más compleja.
- Número total de variables: 11.
- Modelo de elementos finitos de la biela.
  - PLANE2D: Elemento bidimensional de 4 nudos para tensión plana, con 2 GDL/ND.
  - 213 elementos, 222 nudos.
  - Modos estáticos y dinámicos de deformación.



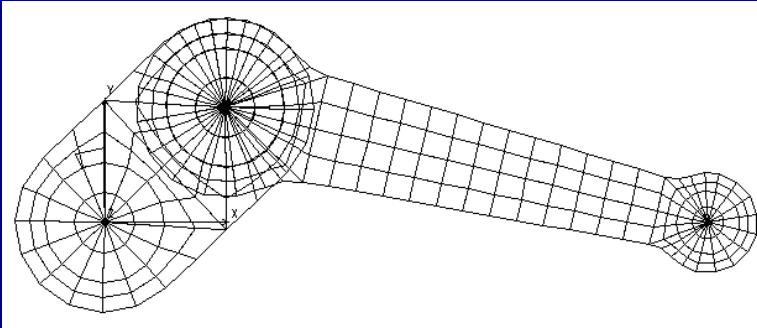
F\_Mode=1 6111.48 Hz



F\_Mode=2 15914 Hz



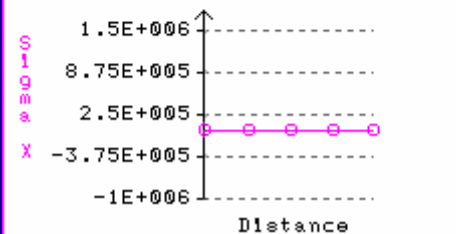
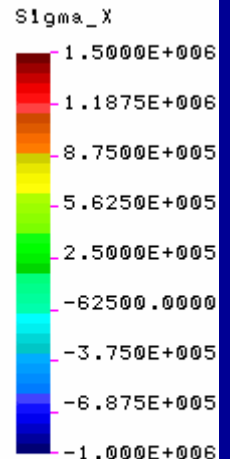
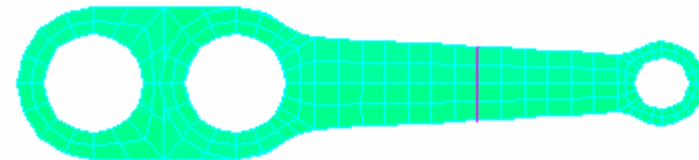
# MODELIZACIÓN MEF



- Elemento bidimensional de 4 nudos para tensión plana, con 2 GDL/ND y elemento masa puntual.
- 341 elementos, 351 nudos.
- Número total de variables: 699.
- 2 Ecuaciones de restricción.

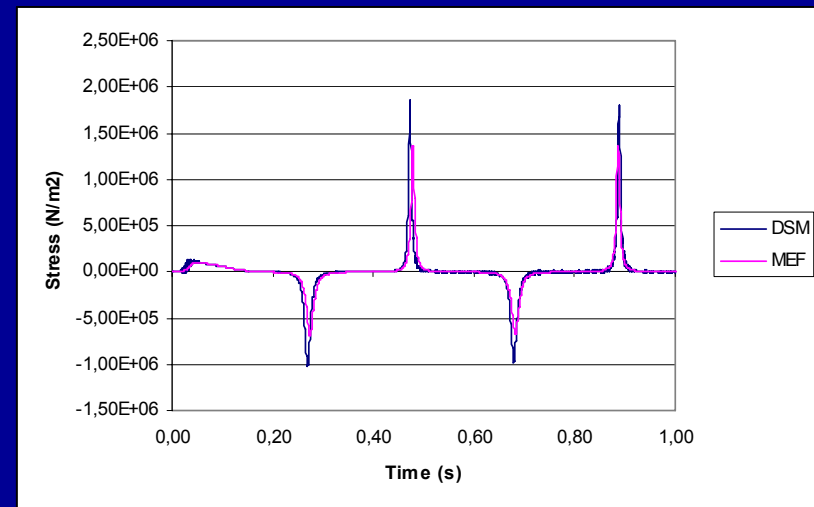
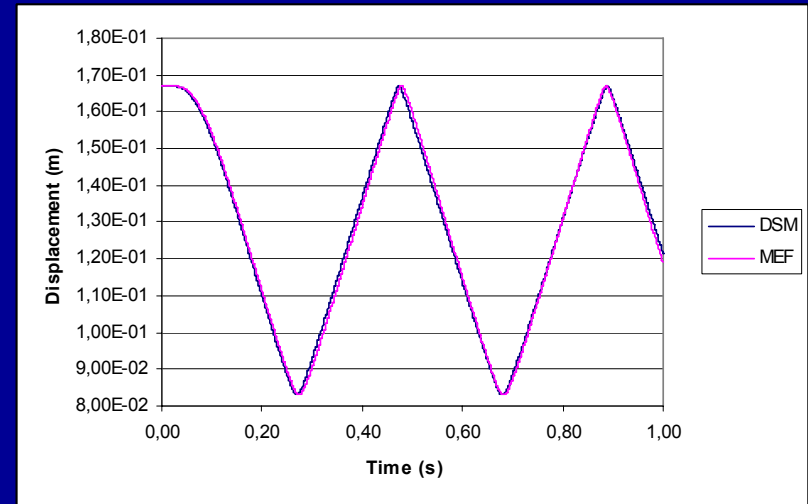
- Simulación efectuada con el programa comercial de elementos finitos COSMOS/M:
  - Desplazamientos.
  - Tensiones axiales.

```
NLIn STRESS Step:1 =0.0001  
NLIn DEF Step:1 =0.0001
```



# COMPARACIÓN DE RESULTADOS

- Tiempo de simulación: 1 s
- Paso de tiempo:
  - Método DSM, 0.00075 s.
  - Método MEF, 0.0001 s.
- Comparación de resultados del mecanismo biela-manivela:
  - Historia de la coordenada horizontal de la deslizadera.
  - Tensión normal en el centro de la sección media de la biela.



## 4. CUADRILÁTERO ARTICULADO CON DEFECTO DE MONTAJE

- Características del sistema:

$$\rho = 3000 \text{ Kg/m}^3$$

$$E = 7 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$$

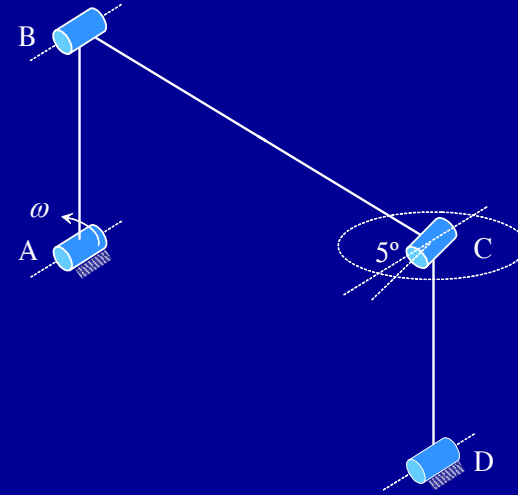
$$\nu = 0.33$$

$$\text{Sección circular: } R = 0.005 \text{ m}$$

$$LAB = LCD = 0.12 \text{ m}$$

$$LBC = 0.24 \text{ m}$$

$$\omega = 1 \text{ rad/s}$$



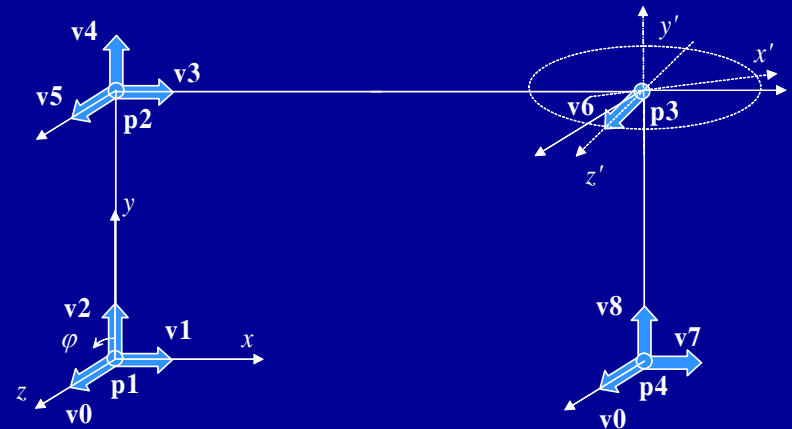
- Desviación de 5° en el plano horizontal del eje de rotación del par C, para simular un defecto de montaje.
- Si se consideran las barras rígidas, el movimiento no es posible. Si se consideran las barras flexibles, el movimiento es posible, pero se generan grandes fuerzas internas.
- Se pretende efectuar la simulación de 10 s de movimiento y obtener los esfuerzos generados en la sección media de la barra BC.



# MODELIZACIÓN

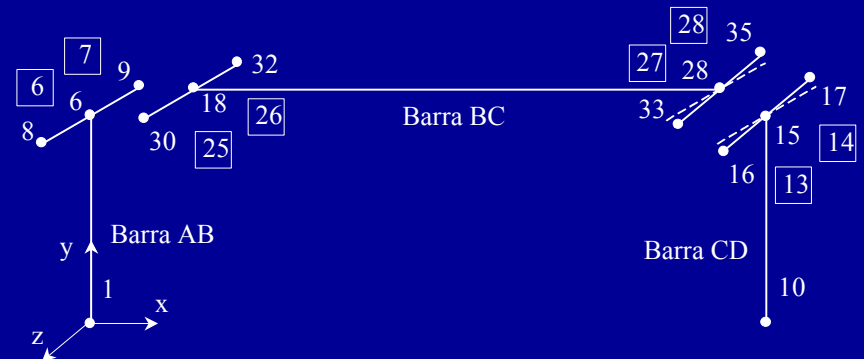
## ■ Modelización DSM.

- Se consideran todos los elementos flexibles.
- Para cada barra se incluyen 5 modos estáticos y 4 modos dinámicos de deformación.
- Número total de variables: 54.



## ■ Modelización MEF.

- Elemento viga con movimiento espacial, con 6 GDL/ND.
- Discretización: barras AB y CD, 5 elementos, barra BC, 10 elementos.
- Modelización de los pares de revolución A y D: se restringen 5 GDL, dejando libre la rotación respecto del eje z.
- Número total de variables: 176.
- Modelización de los pares B y C:

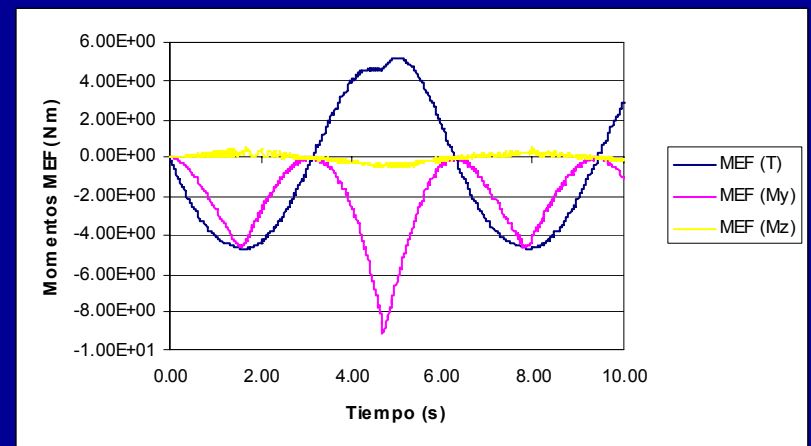
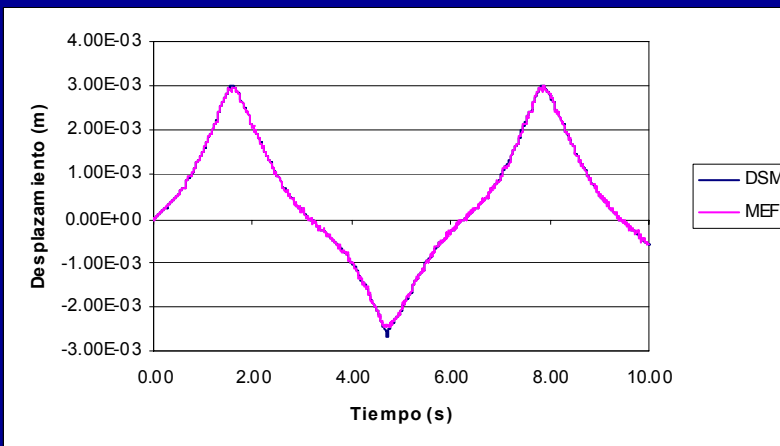
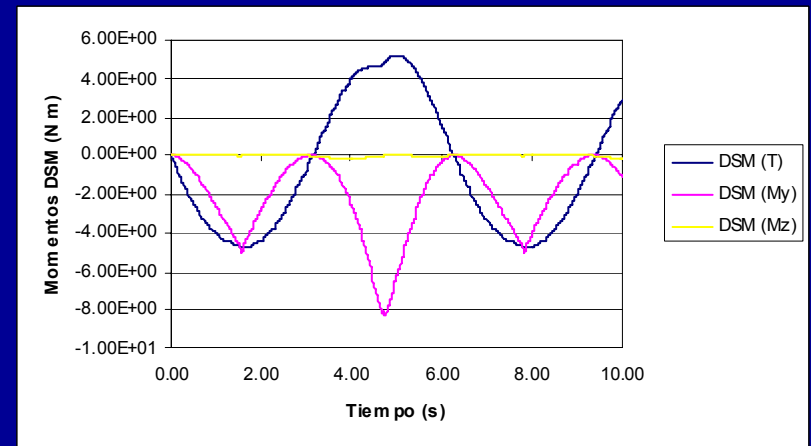
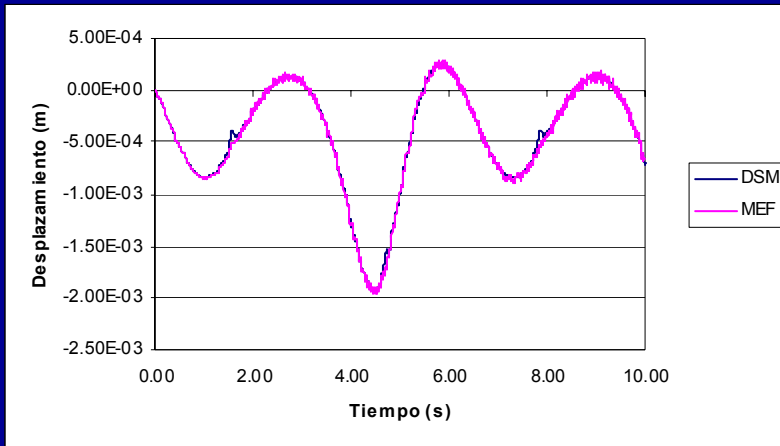


- Posición del eje de giro variable.
- En los puntos de conexión se definen 2 nudos adicionales por barra, imponiendo que las traslaciones cada par de nudos sean iguales.
- Escala distorsionada.
- 18 ecuaciones de restricción.

# COMPARACIÓN DE RESULTADOS

- Tiempo de simulación: 10 s
- Paso de tiempo:
  - Método DSM, 0.01 s.
  - Método MEF, 0.001 s.

- Desplazamiento en dirección z de los puntos B y C.
- Momentos torsor y flectores de la sección media de la barra BC.

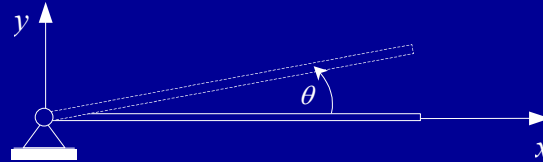


# 5. VIGA GIRATORIA CON RIGIDIZACIÓN DINÁMICA

- Ejemplo incluido en varios trabajos: Avello, 1995; Sharf, 1996.

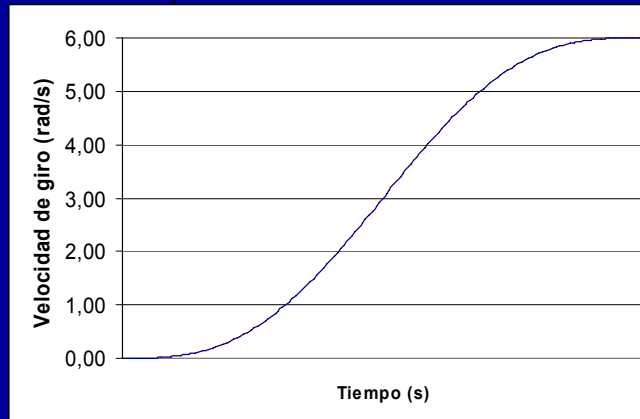
- Características del sistema.

$$\begin{aligned}\rho &= 3000 \text{ Kg/m}^3 \\ E &= 7 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2 \\ L &= 10 \text{ m} \\ A &= 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \\ I &= 2 \cdot 10^{-7} \text{ m}^4\end{aligned}$$



- Dos maniobras, que se introducen a través de la coordenada guiada  $\theta$ .

$$\theta(t) = \frac{w_s}{T_s} \left( \frac{t^2}{2} + \left( \frac{T_s}{2\pi} \right)^2 \left[ \cos\left( \frac{2\pi t}{T_s} \right) - 1 \right] \right) \quad 0 \leq t \leq T_s$$



- Maniobra lenta:

$$w_s = 0.6 \text{ rad/s} \quad T_s = 150 \text{ s}$$

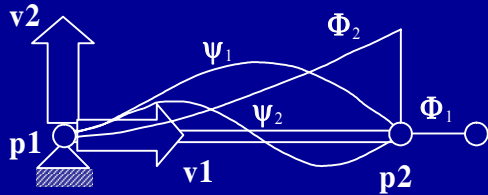
- Maniobra rápida:

$$w_s = 6 \text{ rad/s} \quad T_s = 15 \text{ s}$$

- El objetivo es adaptar la formulación propuesta para incluir el fenómeno de rigidización dinámica.

# MODELIZACIÓN

## ■ Modelización DSM.



- Número total de variables: 11.

- Se consideran dos modelos DSM. La diferencia entre ambos radica en la expresión de la energía de deformación considerada.

- Energía de deformación de una viga con movimiento plano:

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L EA(u'_0)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^L EI(v''_0)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^L EAu'_0(v'_0)^2 dx + \frac{1}{8} \int_0^L EA(v'_0)^4 dx$$

- DSM-I

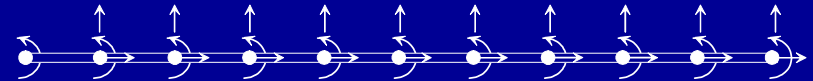
$$V = \frac{1}{2} \mathbf{q}_e^T \mathbf{K}_L \mathbf{q}_e$$

- DSM-II

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{q}_e^T \mathbf{K}_L \mathbf{q}_e + \frac{1}{2} \mathbf{q}_e^T \mathbf{K}_G \mathbf{q}_e$$

- Los desplazamientos axiales y en dirección perpendicular a la viga, para las maniobras lenta y rápida, coinciden con los propuestos por Sharf, 1996.
- Validación de la introducción del fenómeno de rigidización geométrica en el método DSM.

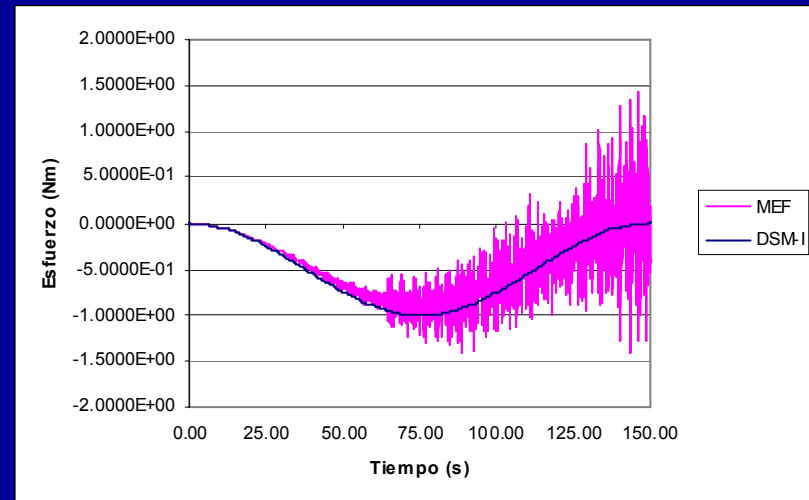
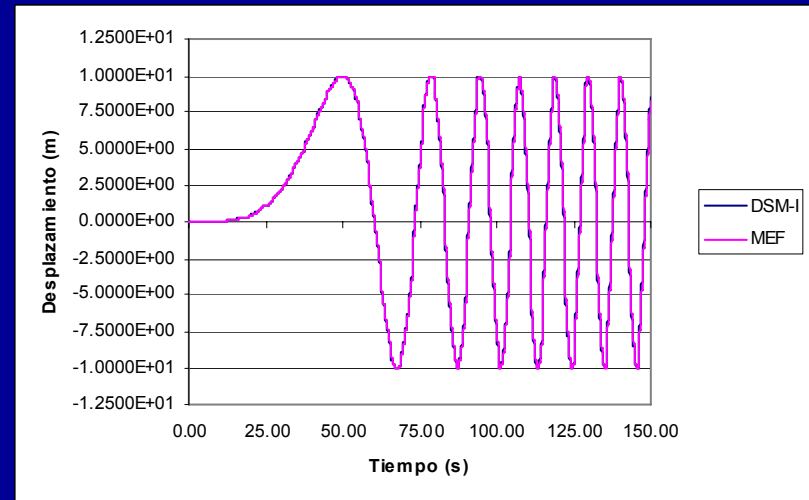
## ■ Modelización MEF.



- Elemento viga con movimiento plano: 3 GDL/ND.
- Discretización: 10 elementos, 11 nudos.
- Coordenada  $\theta$  guiada.
- Número total de variables: 30.

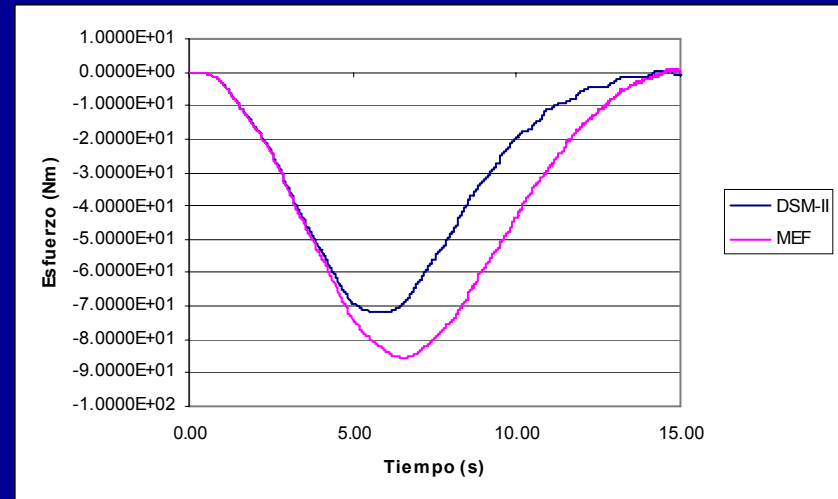
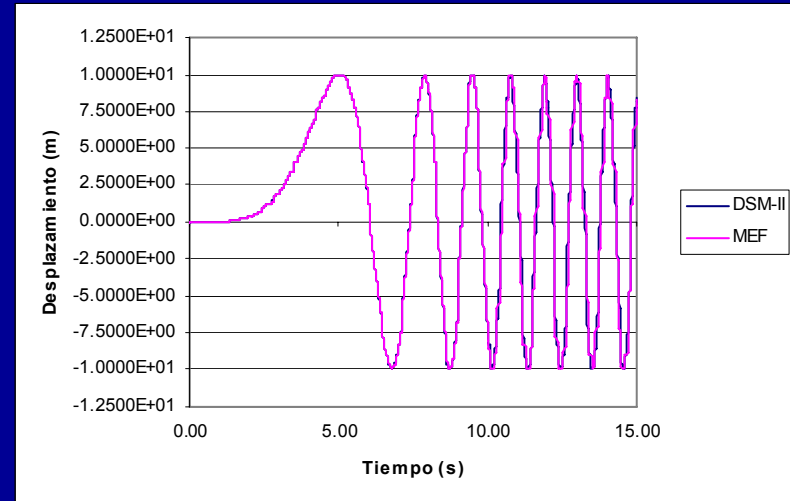
# COMPARACIÓN DE RESULTADOS, MANIOBRA LENTA

- Tiempo de simulación: 150 s
- Paso de tiempo:
  - Método DSM, 0.01 s.
  - Método MEF, 0.001 s.
- Comparación de resultados de la viga giratoria:
  - Historia de la coordenada  $y$  del extremo.
  - Momento flector en la sección media.



# COMPARACIÓN DE RESULTADOS, MANIOBRA RAPIDA

- Tiempo de simulación: 15 s
- Paso de tiempo: 0.001 s para ambos métodos.
- Comparación de resultados de la viga giratoria:
  - Historia de la coordenada  $y$  del extremo.
  - Momento flector en la sección media.



# EFICIENCIA

- La comparación de resultados de movimiento y tensiones permite afirmar que el método DSM es un método tan fiable como el MEF para predecir el movimiento y el estado tensional.
- El método DSM es más eficiente, al menos dos órdenes de magnitud de diferencia en tiempo de CPU en los ejemplos estudiados.
- Esta tendencia crece al aumentar el número de componentes y/o su complejidad, ya que el método DSM sólo modela como flexibles los sólidos cuyo estado tensional interesa conocer.

Ejemplo	Tiempo de CPU	
	DSM (s)	MEF (s)
1	5	220
2	10	894
3	112	14 992
4	48	2 646
5.1	29	74 695
5.2	31	8 172

- Cuando todos los sólidos son considerados flexibles (ejemplo 4) la diferencia de eficiencia se mantiene. Razones:
  - Técnica de modelización del procedimiento DSM, que mantiene moderado el tamaño del problema.
  - Técnica de reducción modal, que eliminan las altas frecuencias de la solución, con lo que la integración numérica resulta más sencilla.
  - Técnica de proyecciones, que hace que las velocidades y aceleraciones se mantengan limpias durante el proceso de integración, mejorando la velocidad de convergencia y la estabilidad del algoritmo, lo que permite emplear pasos de tiempo superiores.

## 4. EJEMPLOS DE COMPARACIÓN.

# ÍNDICE DE LA PRESENTACIÓN

---

1. MOTIVACIÓN, ANTECEDENTES Y OBJETIVOS.

2. UNA FORMULACIÓN DINÁMICA DE SISTEMAS MULTICUERPO CON ELEMENTOS FLEXIBLES.

- MODELIZACIÓN.
- ECUACIONES DINAMICAS Y ESQUEMA DE INTEGRACIÓN.
- ESTADO TENSIONAL.

3. ANALISIS DINÁMICO NO LINEAL CON EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.

4. EJEMPLOS DE COMPARACIÓN.

- MÉTODO DSM.
- MÉTODO MEF.

5. VALIDACIÓN EXPERIMENTAL.

- MODELO NUMÉRICO.
- PROTOTIPO EXPERIMENTAL.

6. CONCLUSIONES Y FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACIÓN.

---



# VALIDACIÓN EXPERIMENTAL

---

- La validación experimental se va a efectuar sobre un vehículo automóvil, para obtener el estado tensional en el chasis.
- Pasos:
  - Construcción del prototipo real.
  - Instrumentación conveniente para medida de aceleración y de deformación en puntos seleccionados.
  - Selección de una maniobra que provoque la flexión del chasis.
  - Ejecución de la maniobra con el prototipo real y medida de aceleraciones y esfuerzos flectores en los puntos instrumentados.
  - Implementación del prototipo virtual.
  - Simulación dinámica del movimiento del sistema y cálculo simultaneo del estado tensional del chasis en los mismos puntos.
  - Comparación entre resultados numéricos y experimentales.
  - Análisis de resultados: ajuste del modelo numérico y revisión del montaje experimental.
  - Comparación definitiva de resultados.

# PROTOTIPO

- El interés del prototipo no está en su complejidad técnica o innovación, sino en la simplicidad, bajo coste y versatilidad de uso, para ser empleado en distintas líneas de investigación.
- Chasis realizado en tubo de acero.
- El resto de componentes obtenidos del desguace y convenientemente adaptados.
  - Grupo motor: Chrysler, cambio automático.
  - Sistema de frenos: Seat 127, Talbot Horizon.
  - Suspensión: Seat 127, Seat Ibiza.
  - Dirección: Seat 127.



# CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DEL PROTOTIPO EXPERIMENTAL

- Masa total: 597 Kg.
- Masa de cada elemento:
- Radios y constantes de rigidez de las ruedas.

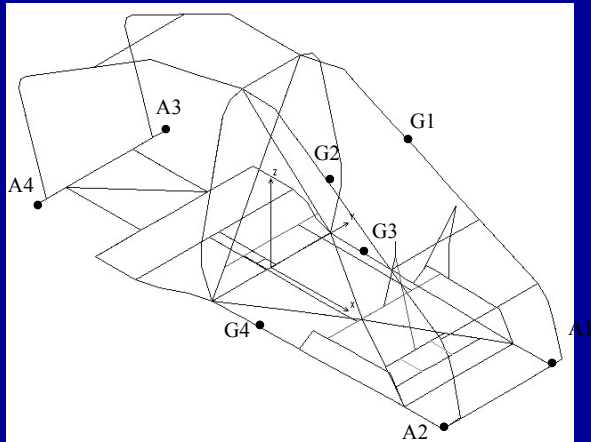
Descripción del elemento	Masa (Kg)
Chasis	107.00
Grupo motor	180.00
Conjunto asiento-conductor	154.50
Estructura de apoyo del ordenador portátil	12.00
Rueda delantera	14.00
Rueda trasera	17.50
Amortiguador delantero	7.00
Amortiguador trasero	6.00
Palier corto	4.00
Palier largo	6.00
Mangueta delantera	8.00
Balancín delantero (doble triangulo)	2.00
Mangueta trasera	9.50
Balancín trasero	3.00

Radio de la rueda delantera	0.27 m
Radio de la rueda trasera	0.29 m
Constante de rigidez	60 000 N/m

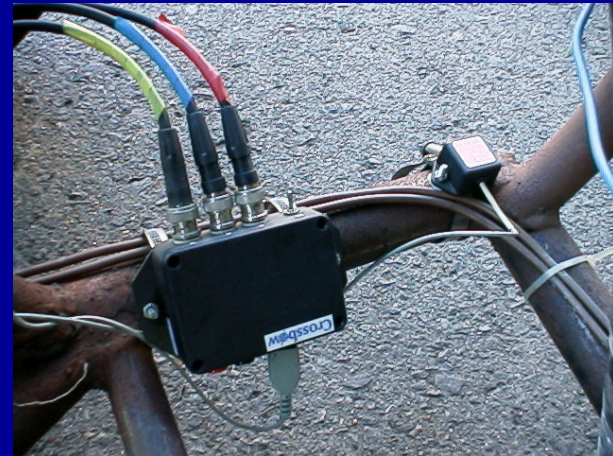
- Parámetros de las suspensiones.

Longitud natural del resorte delantero	0.7504 m
Longitud natural del resorte trasero	0.9162 m
Coefficiente de rigidez del resorte delantero	12 360 N/m
Coefficiente de rigidez del resorte trasero	10 595 N/m
Coefficiente del amortiguador delantero	1 000 N s/m
Coefficiente del amortiguador trasero	1 000 N s/m

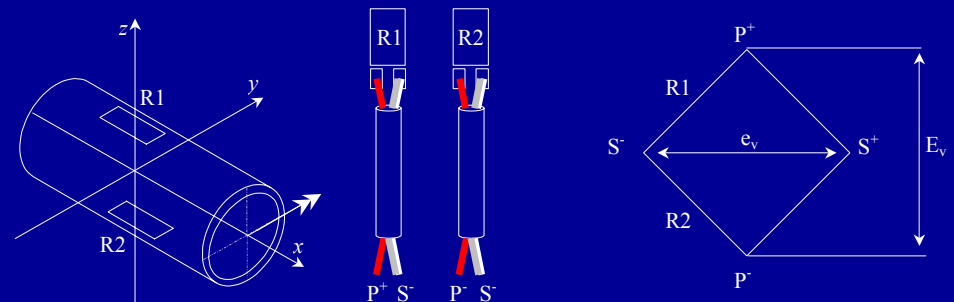
# SENSORES



- Posición de los sensores en el chasis.
- Captura del movimiento: cuatro acelerómetros triaxiales situados en las cuatro esquinas de la base del chasis.

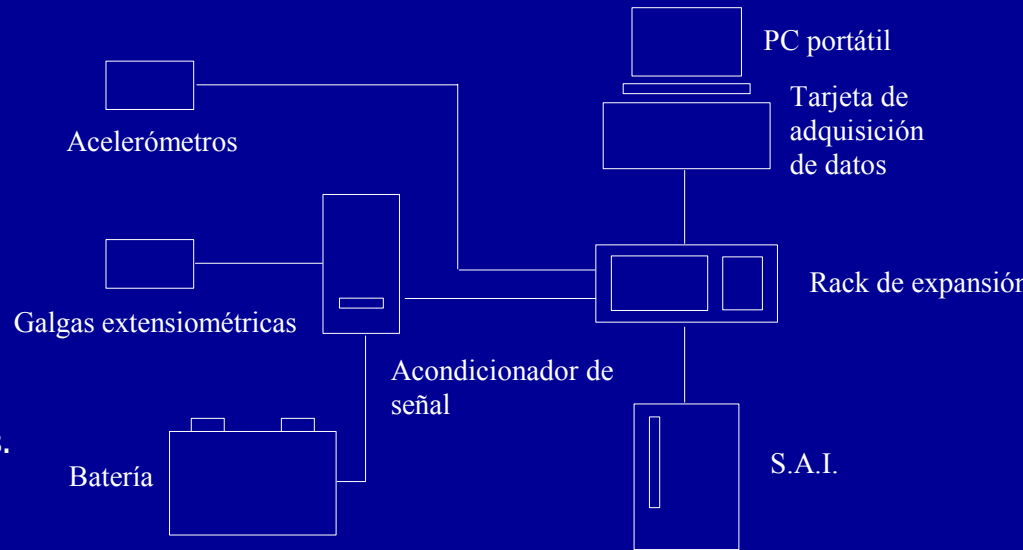


- Tensiones: medios puentes de Wheatstone para medida de esfuerzos flectores.



# SISTEMA DE ADQUISICIÓN DE DATOS

- Flexibilidad para la configuración y programación de aplicaciones.
- Sensores: 12 señales de aceleración y 4 de deformación.
- Tarjeta de adquisición de datos:
  - DAP 3200a: Procesador Intel 486, sistema operativo y lenguaje de programación propios.
  - Realiza todo el procesamiento de información: filtrado, amplificación, lectura y digitalización de la señal de cada canal.
- PC portátil: aplicación en entorno MATLAB para el control del proceso de adquisición de datos:
  - Potencia de cálculo (matricial), funciones propias agrupadas en toolboxes, facilidad de creación de interfaces gráficas.
  - Inicio, almacenamiento de la señal digital, visualización gráfica y finalización del proceso.



# MANIOBRA

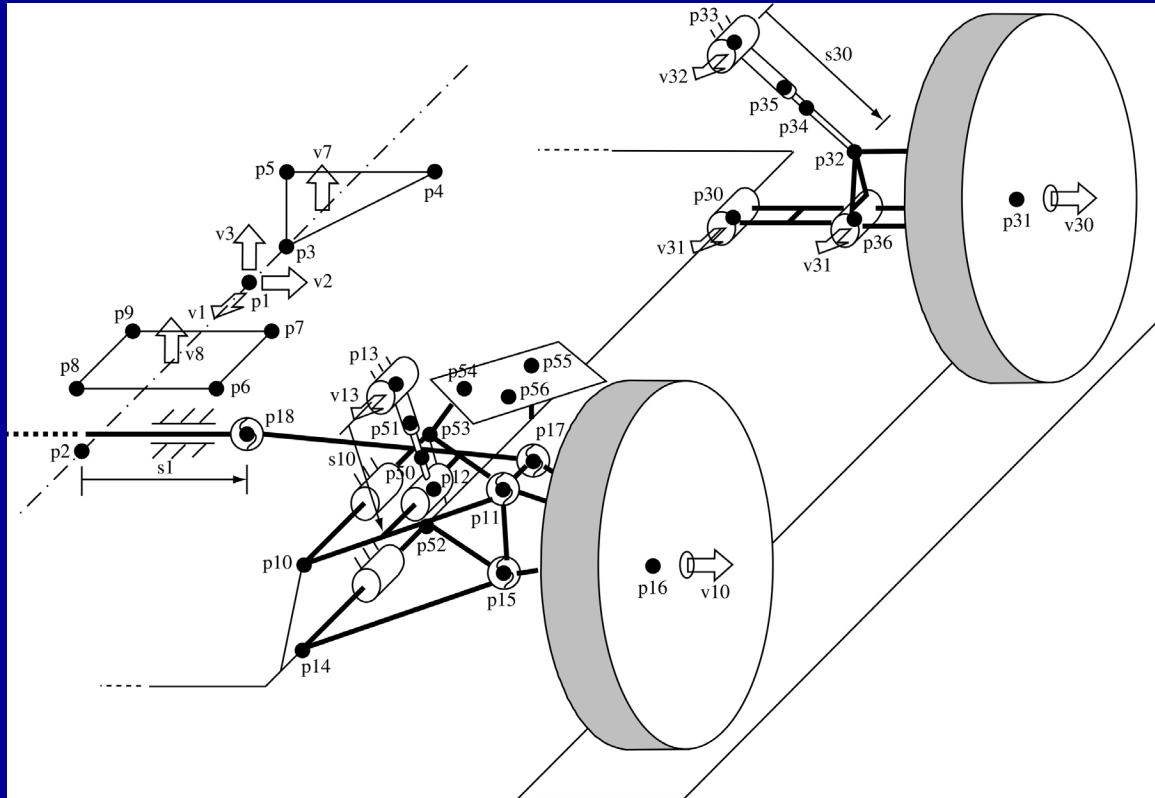
---

- Maniobra seleccionada para excitar los modos de flexión del chasis.
- Duración total 15 segundos.
- El vehículo parte del reposo, acelera, alcanza una velocidad de unos 5 m/s, desciende un escalón de 8 cm que se halla perpendicular al avance, y, finalmente, frena hasta detenerse por completo.



# MODELIZACIÓN DSM

- Coordenadas naturales.
- Sólido flexible: chasis.
- Sólidos rígidos:
  - Amortiguadores delanteros y traseros
  - Balancines delanteros inferior y superior.
  - Balancines traseros.
  - Manguetas.
  - Ruedas.
  - Sistema de dirección.
  - Motor.
  - Conjunto asiento-conductor.
  - Conjunto PC-deskstation.



58 puntos

16 vectores unitarios

5 distancias

1 ángulo

60 amplitudes modales estáticas

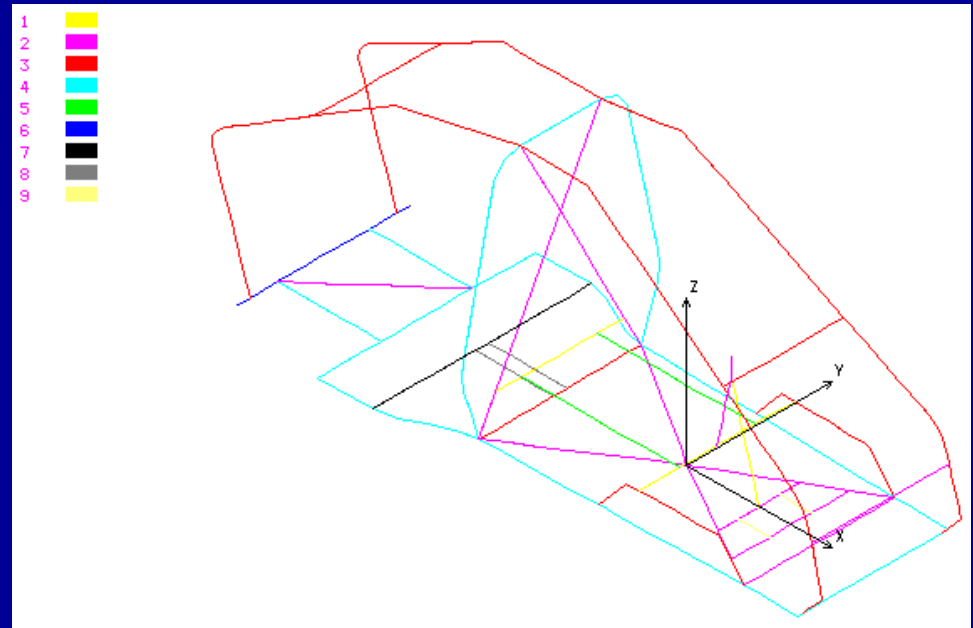
5 amplitudes modales dinámicas

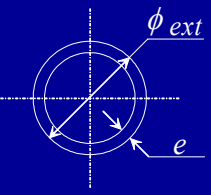
---

293 coordenadas

# MODELIZACIÓN DSM

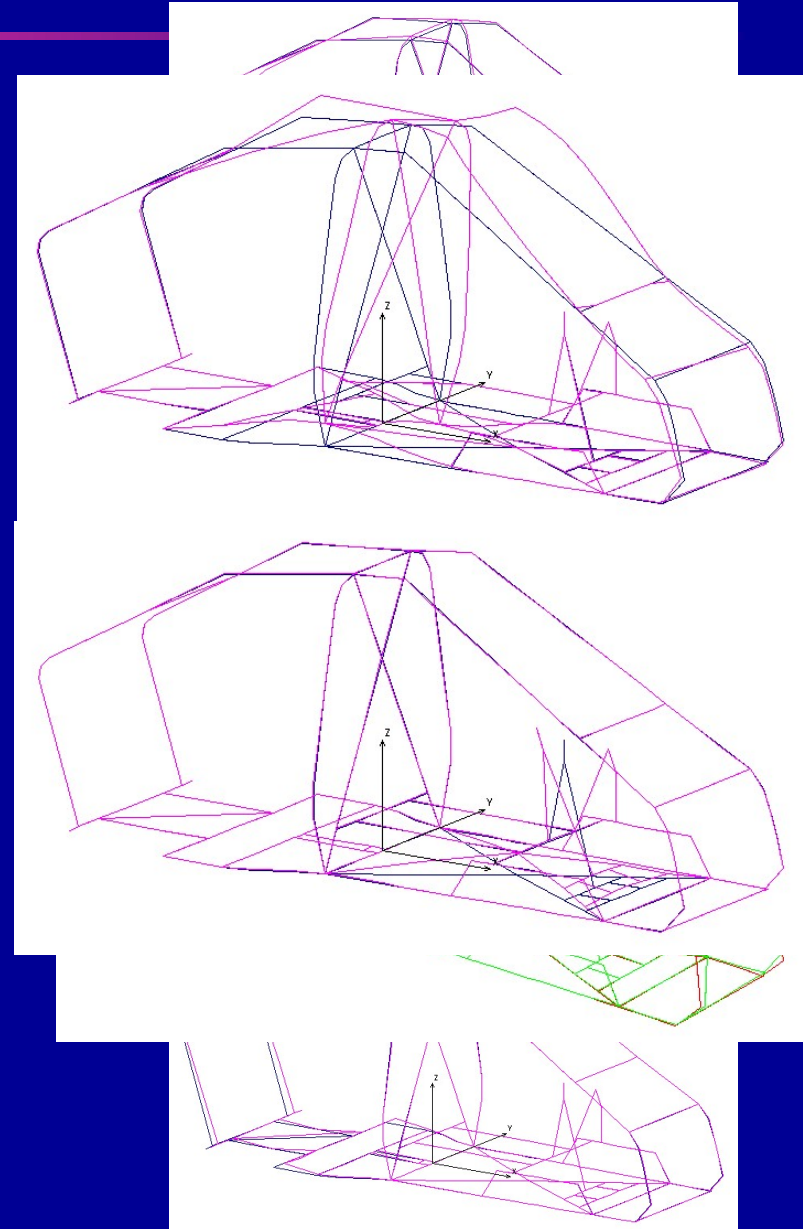
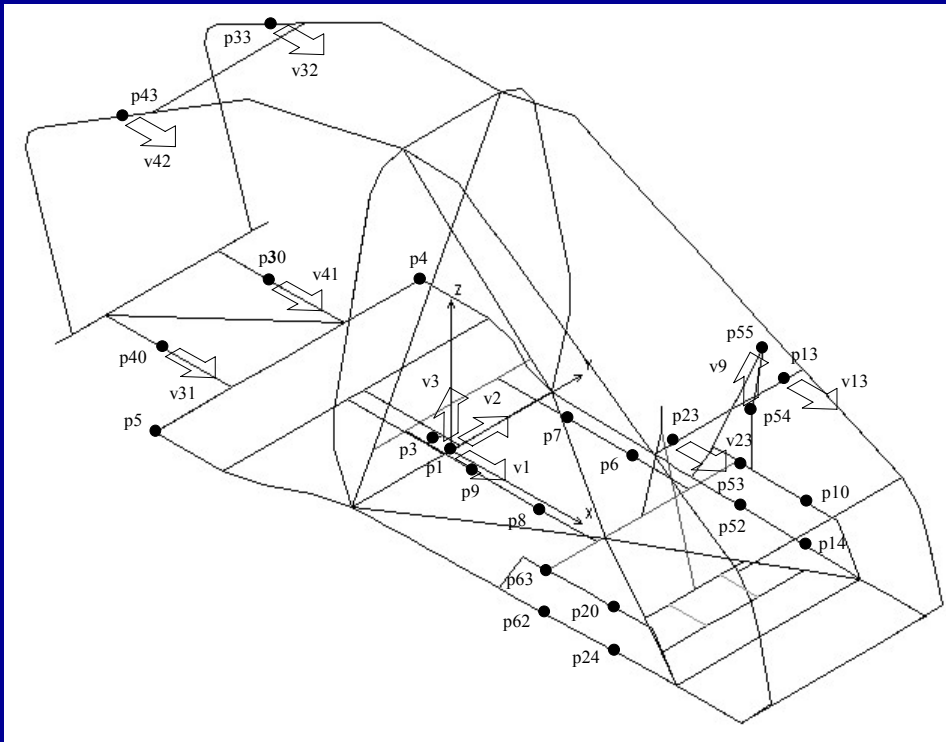
- Modelo de elementos finitos con COSMOS/M 2.5.
- 247 Elementos viga con movimiento espacial: 6 GDL/ND y 211 Nudos: 1266 GDL.
- Información extraída:
  - Coordenadas nodales.
  - Conectividad.
  - Matriz de rigidez del ensamblaje.
  - Modos de dinámicos de deformación.
  - Matrices de transformación en los puntos de cálculo de tensiones.
- Aplicaciones en FORTRAN para obtener la siguiente información:
  - Matriz de masas (elementos estructurales).
  - Cálculo de los modos estáticos de deformación.
  - Matriz de rigidez proyectada a los modos.



Sección	Diámetro exterior ( $\phi_{ext}$ )		Espesor ( $e$ )	Peso
	Pulgadas	mm		
	1	21.3	2.65	1.22
	2	26.9	2.65	1.58
	3	33.7	3.25	2.44
	4	42.4	3.25	3.14



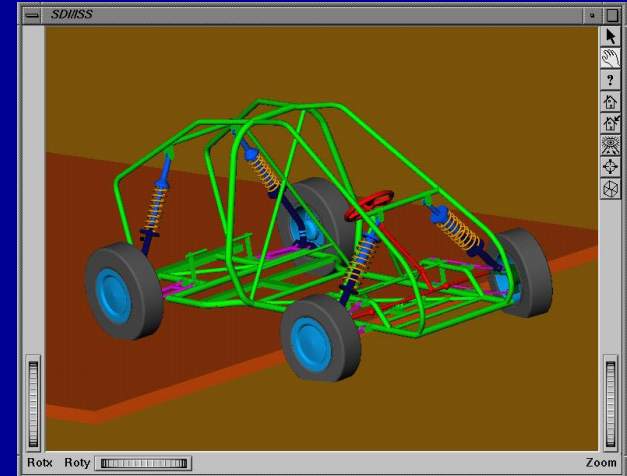
# MODOS ESTÁTICOS Y DINÁMICOS DE DEFORMACIÓN



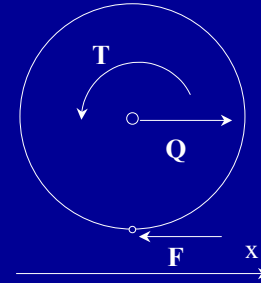
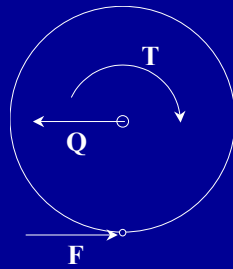
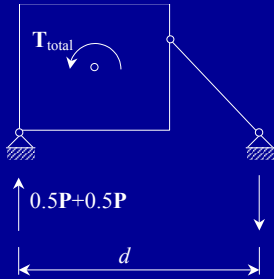
- Sistema de referencia móvil y puntos y vectores que el elemento flexible chasis comparte con el resto del mecanismo: fronteras.
- Modos estáticos que influyen en el problema: 60.
- Modos dinámicos que influyen en el problema: 5. Se consideran las amplitudes asociadas a frecuencias por debajo de 100 Hz.

# REPRODUCCIÓN DE LA MANIOBRA EN LA SIMULACIÓN

- Guiado del vehículo:
  - En la maniobra experimental se registran las aceleraciones en dirección longitudinal del chasis, y se obtiene la posición, velocidad y aceleración del chasis por integración de la información proporcionada por los acelerómetros.
  - En la maniobra virtual se guía la coordenada  $x$  del punto **p1** del chasis, origen del sistema de referencia móvil, con los datos obtenidos en la maniobra experimental.
  - De esta forma, nos aseguramos que la conducción del vehículo es la misma.
  - Sin embargo, el coche acelera debido al par motor, que se transmite a las ruedas que mueven el sistema, es decir, el coche no se mueve merced a una fuerza horizontal aplicada en el punto **p1**, como implica el guiado cinemático que se hace.
  - El frenado se produce por la acción de las pinzas montadas en las manguetas sobre los discos.
- La inclusión del par motor y de frenado es fundamental en el estudio de tensiones en el chasis.



# CONSIDERACIÓN DEL PAR MOTOR Y DEL PAR DE FRENADO



- Fuerzas sobre el motor.
- Fuerzas sobre cada rueda trasera.
- Para estudiar los esfuerzos en el chasis debidos al par motor es necesario introducir las fuerzas  $P$  y  $Q$ , marcadas arriba.

$$P = \frac{1}{d} \left( \frac{2I_R}{R} + mR \right) \ddot{x} \quad Q = \left( \frac{m - 2m_R}{2} \right) \ddot{x}$$

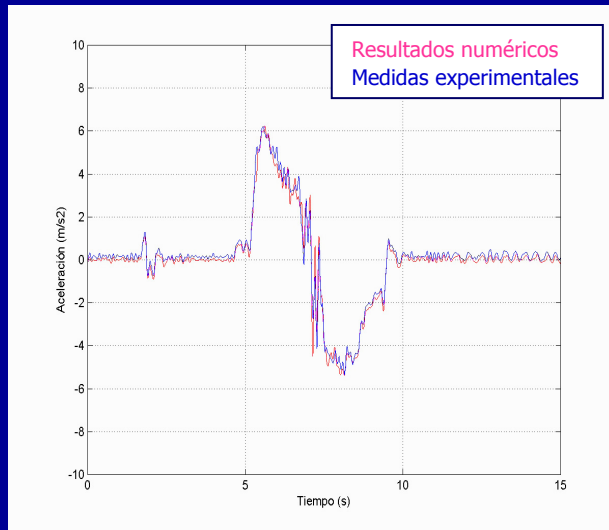
- Actúan sobre el chasis y las manguetas traseras, respectivamente, en dirección contraria a la representada en la figura superior.
- Son directamente proporcionales a la aceleración del vehículo en dirección  $x$ .

- Fuerzas sobre cada rueda al frenar.
- Para estudiar los esfuerzos en el chasis debidos al par de frenado, es necesario introducir el par  $T$  y la fuerza  $Q$ .

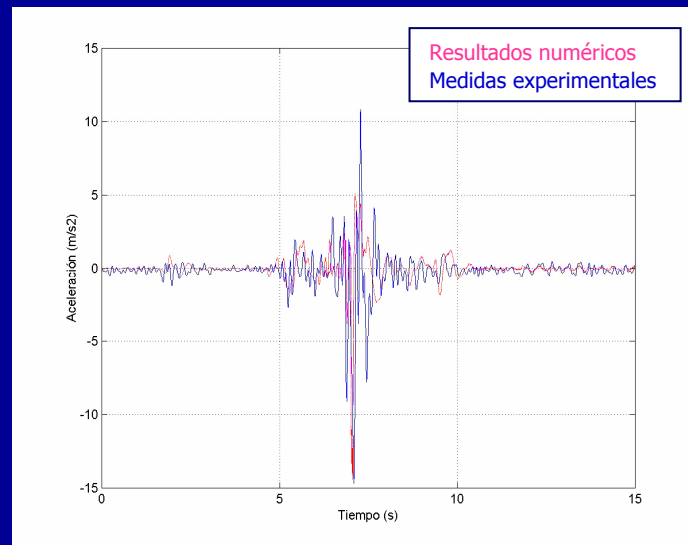
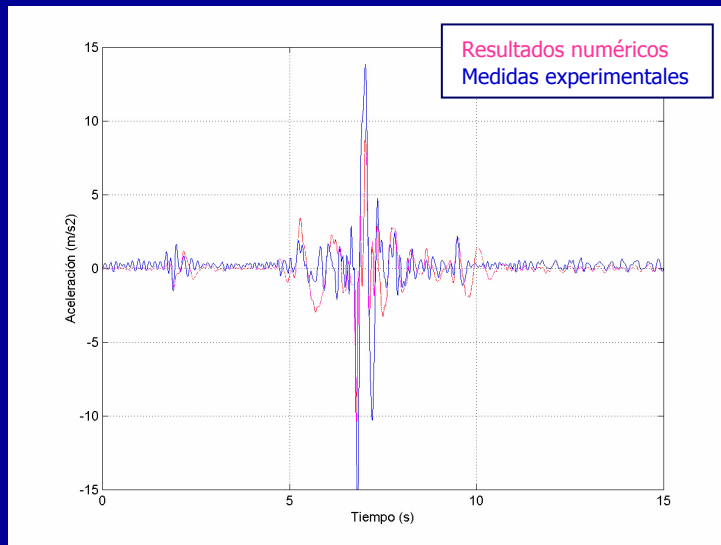
$$T = \left( \frac{I_R}{R} + \frac{mR}{4} \right) \ddot{x} \quad Q = \left( \frac{m - 4m_R}{4} \right) \ddot{x}$$

- Actúan sobre las manguetas en dirección contraria a la representada en la figura.
- Son directamente proporcionales a la deceleración del vehículo en dirección  $x$ .

# COMPARACIÓN DE MOVIMIENTO

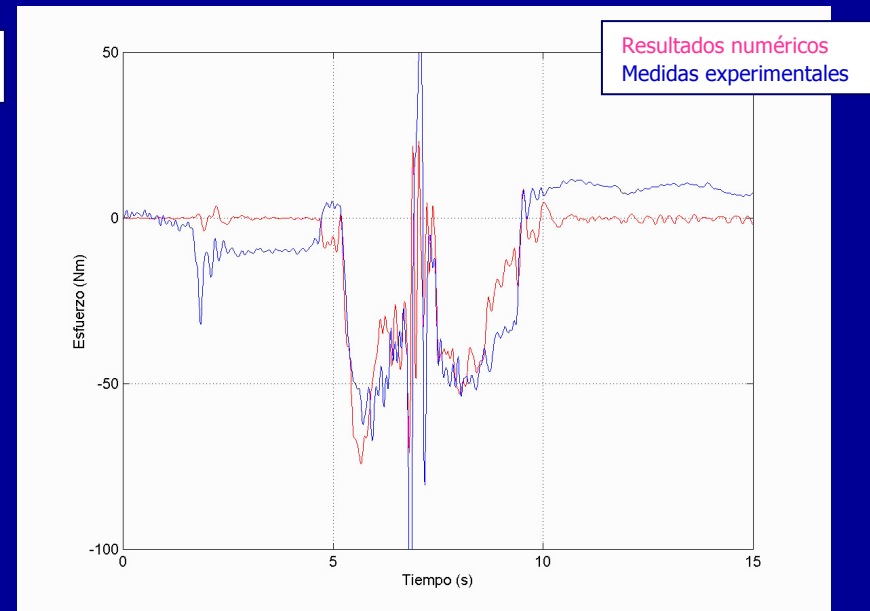
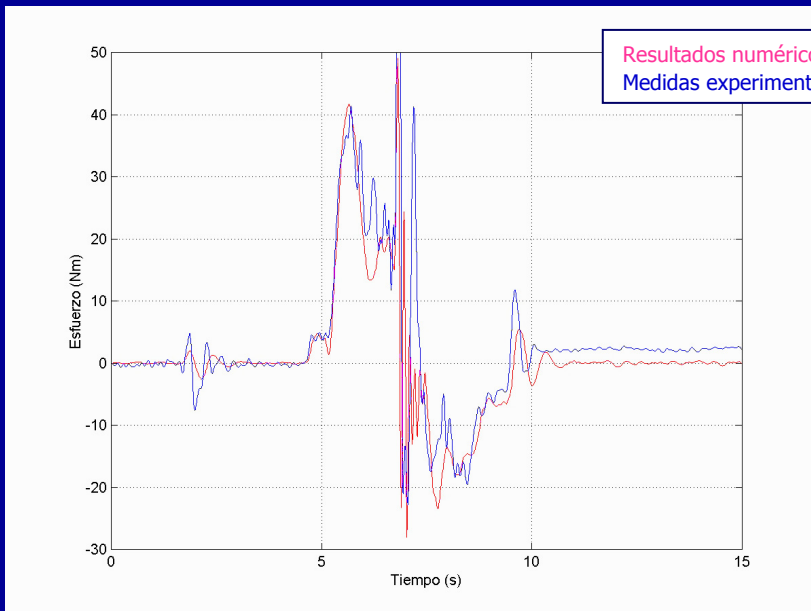


- Aceleración en dirección longitudinal del vehículo, de las maniobras real y virtual.
- Aceleración en dirección vertical de la parte delantera del vehículo, en las maniobras real y virtual.
- Aceleración en dirección vertical de la parte trasera del vehículo, en las maniobras real y virtual.



# COMPARACIÓN ENTRE LOS ESFUERZOS DE FLEXIÓN CALCULADOS Y MEDIDOS

- El desarrollo de la maniobra experimental se puede seguir a través de las gráficas de momentos flectores en las barras superior e inferior del vehículo.
  - Entre 0 y 5 segundos: El vehículo está parado. La introducción de la marcha en torno a los 2 segundos produce un pequeño pico de flexión. El modelo virtual no detecta esfuerzos pues el par motor y el de frenado se calculan en función de la aceleración, y el vehículo no se mueve.
  - Entre 5 y 10 segundos: aceleración, bajada del escalón y frenado. Se aprecia una buena correlación entre resultados numéricos y experimentales.
  - Entre 10 y 15 segundos: El vehículo se ha detenido completamente. Se observa un error residual en las medidas, ya que el estado final del vehículo coincide con el inicial.



# ÍNDICE DE LA PRESENTACIÓN

---

1. MOTIVACIÓN, ANTECEDENTES Y OBJETIVOS.

2. UNA FORMULACIÓN DINÁMICA DE SISTEMAS MULTICUERPO CON ELEMENTOS FLEXIBLES.

- MODELIZACIÓN.
- ECUACIONES DINAMICAS Y ESQUEMA DE INTEGRACIÓN.
- ESTADO TENSIONAL.

3. ANALISIS DINÁMICO NO LINEAL CON EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.

4. EJEMPLOS DE COMPARACIÓN.

- MÉTODO DSM.
- MÉTODO MEF.

5. VALIDACIÓN EXPERIMENTAL.

- MODELO NUMÉRICO.
- PROTOTIPO EXPERIMENTAL.

6. CONCLUSIONES Y FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACIÓN.

---

# CONCLUSIONES

---

- Se ha presentado un nuevo método de resolución de la dinámica de sistemas mecánicos (DSM), que permite el cálculo de tensiones en componentes, con las siguientes características:
  - Modelado: coordenadas naturales, técnicas de síntesis modal con fronteras fijas (modos estáticos y dinámicos de deformación), aproximación co-rotacional.
  - Ecuaciones dinámicas: formulación aumentada de Lagrange en índice 3 con proyecciones de velocidad y aceleración.
  - Integración numérica: regla trapezoidal, en combinación con las ecuaciones dinámicas, dentro de un esquema de solución iterativo de Newton-Raphson, con las posiciones como variables primarias.
  - Implementación: técnicas de matrices dispersas en la resolución de sistemas lineales y productos matriciales.
- La combinación de todos estos aspectos conduce a una formulación precisa, robusta, eficiente y de implementación sencilla.

# CONCLUSIONES

---

- Este método se puede emplear para calcular tensiones en componentes, si éstos se modelan como flexibles.
  - Se ha realizado el análisis de cinco ejemplos, y se ha obtenido el estado tensional en algunos componentes empleando el método DSM y un programa comercial de elementos finitos, método MEF.
  - La formulación presentada es capaz de obtener el estado tensional en dichos componentes con buena precisión.
  - Para un nivel de precisión similar, el método DSM es mucho más eficiente que el MEF, cerca de dos órdenes de magnitud más rápido. Razones:
    - El diferente tamaño del problema por ambas técnicas de modelado.
    - La presencia de más altas frecuencias en el método MEF.
    - El excelente rendimiento conseguido por el esquema de integración numérica propuesto en el método DSM.
  - Esta tendencia se incrementa cuando el número de componentes y/o su complejidad crecen, ya que la diferencia de tamaño de problema entre ambos métodos aumenta.



# CONCLUSIONES

---

- Se ha abordado el estudio de un vehículo automóvil, para la efectuar la validación experimental del método.
  - Se ha construido un prototipo, se ha instrumentado convenientemente y, a través de técnicas extensométricas, se han medido las tensiones en determinados puntos de los tubos de acero que forman el chasis del vehículo.
  - Se ha empleado el método DSM para realizar el modelo de dicho vehículo, considerando el chasis como único componente flexible; se ha efectuado la simulación obteniendo las tensiones en los mismos puntos del chasis en que se han realizado las medidas.
  - Se ha obtenido la correlación entre los resultados numéricos y experimentales, observando que el nivel de tensión sufrido por la estructura ha sido correctamente capturado.
  - Por tanto, el nivel de precisión de la formulación propuesta es satisfactorio.

# CONCLUSIONES

---

- La simulación de la maniobra tarda menos de 4 veces el tiempo real, en un PC convencional, a pesar de que el problema abordado es muy grande en el contexto de los sistemas multicuerpo, y de que el tamaño del sólido flexible incluido es considerable. Por tanto, la formulación se muestra muy eficiente.
  - La maniobra realizada es particularmente violenta y el guiado cinemático impuesto al prototipo virtual es muy rizado, por lo que se puede concluir que la formulación muestra asimismo un comportamiento muy robusto.
- 
- Resumiendo, el método propuesto puede ser un buen candidato para abordar problemas industriales de cálculo de tensiones en sistemas móviles.

# FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACIÓN

---

- Planteamiento del método empleando coordenadas relativas para situar los sistemas de referencia locales, que permiten la implementación de procedimientos recursivos muy eficientes.
- Aplicación de la formulación propuesta al estudio de vehículos comerciales, en aspectos relacionados con el diseño, el mantenimiento y la seguridad en la industria del transporte de mercancías y personas. Cálculo de tensiones en el chasis de un vehículo comercial, con verificación de los resultados mediante medidas experimentales.
- Extensión de la formulación planteada para contemplar problemas de contacto e impacto. Ello permitiría abordar cuestiones interesantes tales como el efecto de holguras en las uniones sobre el nivel de tensión sufrido por los componentes.
- Extensión de la formulación al caso de grandes deformaciones, considerando un planteamiento global para los elementos flexibles.

# PUBLICACIONES

---

## ■ Artículos publicados en revistas internacionales:

- **A Comparison in Terms of Accuracy and Efficiency between a MBS Dynamic Formulation with Stress Analysis and a Non-linear FEA Code**  
*J. Cuadrado, R. Gutiérrez, M.A. Naya and P. Morer*  
Int. J. for Numerical Methods in Engineering, vol. 51, no. 9, pp. 1033-1052, 2001.
- **Experimental validation of a flexible MBS dynamic formulation through comparison between measured and calculated stresses on a prototype car**  
*J. Cuadrado, R. Gutiérrez, M.A. Naya and M. González*  
Multibody System Dynamics, en revisión.

## ■ Artículos presentados en congresos internacionales:

- **An Efficient Simultaneous Solution of Multibody System Dynamics and Stress Analysis for Interactive Simulation**  
*Cuadrado, J., Gutiérrez, R., Morer, P. and De Castro, P.*  
X World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms. Proceedings, Vol. 1, pp. 192-197. Oulu, Finlandia, 1999-06.
- **A Thorough Validation of MBS Dynamic Formulations based on Stress Analysis and Integrated Control**  
*Cuadrado, J., Naya, M.A., Gutiérrez, R. and Morer, P.*  
Advances in Computational Multibody Dynamics, EUROMECH Colloquium 404. Proceedings, pp. 445-459. Lisboa, Portugal, 1999-09.
- **Stress Calculation during the Motion of a Prototype Car: Numerical vs Experimental Results**  
*Cuadrado, J., Gutiérrez, R., Naya, M.A. and González, M.*  
Computational Techniques and Applications in Nonlinear Dynamics of Structures and Multibody Systems, EUROMECH Colloquium 427. Book of abstracts, W3-2. Cachan, Francia, 2001-09.

## ■ Artículos presentados en congresos nacionales:

- **Estado Tensional de los Componentes de un Sistema Multicuerpo durante la Simulación de su Comportamiento**  
*Gutiérrez, R., De Castro, P. y Cuadrado, J.*  
XIII Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica. Anales de Ingeniería Mecánica, Año 12, Vol. 3, pp. 467-472. Tarrasa, España, 1998-12.
  - **Cálculo de Tensiones en el Chasis de un Automóvil en Movimiento: Comparación entre Resultados Numéricos y Experimentales**  
*Gutiérrez, R., Cuadrado, J., Landeira, M.*  
XV Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica. Proceedings CD. Cádiz, España, 2002-12.
-



# CÁLCULO DE TENSIONES EN COMPONENTES DE SISTEMAS MÓVILES MEDIANTE DINÁMICA DE SISTEMAS MULTICUERPO FLEXIBLES

---

UNIVERSIDAD DE A CORUÑA

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL II

ESCUELA POLITECNICA SUPERIOR

RUTH GUTIÉRREZ FERNÁNDEZ