Estado tensional de los componentes de un sistema multicuerpo durante la simulación de su comportamiento.

R. GUTIERREZ FERNANDEZ, P. DE CASTRO CORTIZAS y J. CUADRADO ARANDA
Dep. Ing. Naval y Oc. e Ing. Mecánica, Universidad de La Coruña, Campus de Esteiro, 15403 Ferrol
E.mail: rutgut@cdf.udc.es

Resumen

La obtención del estado de tensiones y deformaciones de los componentes de un determinado sistema mecánico durante la ejecución de una tarea es de indudable interés para el proceso de diseño. Hasta ahora, los procedimientos disponibles para conseguir esta información en sistemas tales como vehículos, robots, satélites, etc. eran dos: el primero consistía en resolver inicialmente el movimiento del conjunto con un programa de dinámica de máquinas y mecanismos, obteniendo como resultado las cargas que servían de dato para el cálculo posterior de tensiones y deformaciones de cada componente con un programa de análisis por elementos finitos en régimen lineal; el segundo consistía en resolver de una sola vez el problema haciendo uso de un programa de elementos finitos con cálculo no lineal para grandes desplazamientos. El primer método es inexacto, por la existencia de acoplamiento entre los movimientos de gran y pequeña amplitud. El segundo método es muy lento.

El presente trabajo pretende resolver el problema de forma precisa y eficiente, permitiendo al diseñador la visualización de los estados de tensiones y deformaciones de los componentes que le interesen, durante la simulación del movimiento del conjunto. Para ello, se recurre a modelizar como flexibles aquellos elementos cuyas tensiones y deformaciones se requieran. El empleo conjunto de los más eficientes métodos de descripción de elementos flexibles y las más rápidas formulaciones dinámicas, hacen que este complejo problema pueda ser resuelto con precisión similar a la que proporciona el cálculo por elementos finitos en régimen no lineal, pero en un tiempo muy inferior.

1. Introducción

El conocimiento de las tensiones y deformaciones elásticas a que se ven sometidos los componentes de una máquina o mecanismo durante su movimiento es imprescindible para el proceso de diseño mecánico. Hasta el momento, los procedimientos para obtener esta información eran dos:

a) Resolución del movimiento del sistema considerando los elementos como rígidos mediante un programa de análisis dinámico de máquinas y mecanismos, y posterior cálculo del estado tensional de los sólidos, ahora ya contemplados como deformables, con un programa de elementos finitos. Las cargas sobre cada elemento necesarias para realizar el segundo análisis se calculan a partir de los resultados obtenidos en el primero. Este procedimiento, además de ser complicado por no proporcionar el primer programa la información en la forma requerida por el segundo, es incorrecto por no tener en cuenta el acoplamiento existente entre los movimientos de gran y pequeña amplitud.

b) Resolución de la dinámica completa del sistema multicuerpo mediante un programa de análisis por elementos finitos en régimen no lineal, de manera que pueda contemplarse el movimiento de gran amplitud de los sólidos. Este procedimiento es correcto conceptualmente, pero conduce a modelos con un número de variables muy elevado. En consecuencia, se precisa realizar un enorme esfuerzo de cálculo que conlleva una gran lentitud en la resolución del problema.

La alternativa que se propone en este trabajo consiste en resolver la dinámica del sistema multicuerpo en cuestión, considerando como flexibles aquellos elementos cuyo estado tensional y de deformación se pretenda conocer. Efectivamente, cualquier método de los desarrollados para el análisis dinámico de mecanismos con elementos flexibles, introduce en su formulación un término correspondiente a las fuerzas elásticas sobre los elementos. Conocidas dichas fuerzas al resolverse el movimiento, es posible calcular los desplazamientos elásticos sufridos por un elemento cualquiera, y a partir de éstos las deformaciones, y con ellas las tensiones. No se trata por tanto de una información que se obtenga explícitamente, pero puede calcularse de forma sistemática para cada paso del proceso de integración numérica del movimiento. A continuación se describe el estado actual de la simulación dinámica de sistemas multicuerpo y de la consideración de elementos flexibles en tales sistemas.

Con respecto a la cuestión de la simulación dinámica, el equipo del profesor Eduardo Bayo Pérez, al que pertenecen los autores de este trabajo, ha desarrollado recientemente una formulación dinámica muy robusta y eficiente, notablemente superior a las previamente existentes. Dicha formulación parte de la modelización del sistema multicuerpo en coordenadas naturales, García de Jalón y Bayo (1994), y la posterior combinación del integrador implícito de paso fijo conocido como regla trapezoidal con las ecuaciones dinámicas que proporciona un esquema de Lagrange aumentado en índice-3, tomando las posiciones como variables primarias. De esta forma se llega a un algoritmo de Newton-Raphson, con matriz tangente positivo-definida que asegura robustez y una buena convergencia. La desestabilización inherente a todo esquema en índice-3 se elimina mediante la limpieza de velocidades y aceleraciones, en cada paso de integración, merced a proyecciones ortogonales a la matriz de masas. Una descripción detallada de esta formulación puede encontrarse en Bayo y Ledesma (1996) y en Cuadrado y otros (1997).

En cuanto al problema de la incorporación de elementos flexibles, se ha abordado a través de dos familias de métodos, no contrapuestos sino complementarios, pues cada uno posee su propio ámbito de aplicación. En primer lugar se halla *la aproximación de sistema de referencia móvil* (en inglés, *the moving frame approach*), utilizada para casos de geometría complicada sometidos a pequeñas deformaciones elásticas, como, por ejemplo, el chasis de un automóvil o el cuadro de una bicicleta. El movimiento general de cada sólido es descrito como suma del movimiento no lineal de gran amplitud de un sistema de referencia rígidamente unido a algún punto del sólido, más los pequeños desplazamientos elásticos del mismo respecto a la configuración indeformada, que se toma como referencia, y que generalmente se expresa como combinación lineal de los modos de deformación del elemento. El número de modos a considerar queda al criterio del analista. Una descripción más detallada puede encontrarse en Avello (1995) y Cuadrado y otros (1996). La segunda familia no emplea sistemas de referencia móviles. En su lugar, las variables que definen cada elemento son expresadas directamente en el sistema de referencia inercial. Se aplica cuando la geometría es simple (vigas y placas fundamentalmente), las deformaciones son grandes y/o existen efectos de segundo orden que no son despreciables, tales como la rigidización axial por rotación. Esta formulación puede encontrarse en Cardona (1989) y Avello y otros (1991).

2. Comparación DSM-MEF

El problema de la determinación de tensiones en los componentes de un sistema mecánico con partes móviles se ha abordado en este trabajo por dos caminos diferentes:

a) Análisis dinámico del sistema multicuerpo, considerando como flexibles aquellos componentes cuyas tensiones se desea conocer durante el movimiento. Este procedimiento se denominará DSM (Dinámica de Sistemas Multicuerpo). El código correspondiente ha sido desarrollado por los autores como implementación de las formulaciones explicadas en el apartado anterior.

b) Análisis dinámico en régimen no lineal para grandes desplazamientos por el método de los elementos finitos. Este procedimiento se denominará MEF (Método de Elementos Finitos). El código utilizado ha sido el programa comercial COSMOS/M versión 1.75A (ver COSMOS/M Manuals (1998)).

El objetivo del trabajo consiste en demostrar que, para igual precisión de resultados, el primer método es mucho más eficiente. Para ello, se presenta a continuación un ejemplo con los resultados correspondientes.

El ejemplo consiste en resolver el movimiento y estado tensional durante 2 segundos de una barra articulada a un punto fijo en uno de sus extremos, que puede moverse en un plano horizontal, y sobre la que actúa un par variable, según se indica en la figura 1.

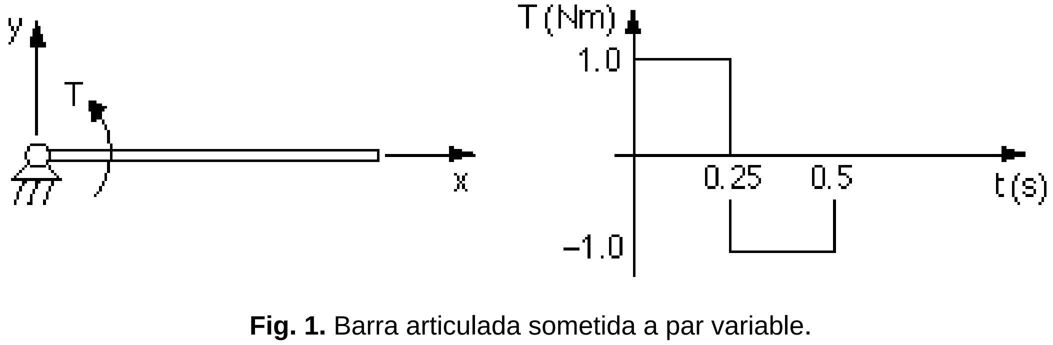

Fig. 1. Barra articulada sometida a par variable.

La barra tiene densidad 8000 Kg/m^3, módulo de elasticidad $2x10^{11}$ N/m^2, longitud 1.5 m, sección 10^{-4} m^2 y momento de inercia geométrico 10^{-10} m^4.

En el procedimiento DSM, la barra se modeliza según se muestra en la figura 2.

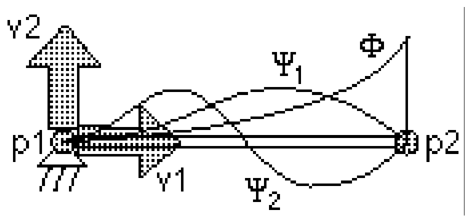

Fig. 2. Modelización de una barra articulada flexible.

Se trata de la modelización habitual de elementos tipo viga según la aproximación de sistema de referencia móvil antes comentada. En la articulación de la barra se sitúa una base formada por el punto p1 y los vectores v1 y v2. Lógicamente, el punto p1 es un punto fijo. En el extremo de la barra se define el punto p2, cuyo desplazamiento local unitario en perpendicular al elemento da lugar al modo de deformación estático Φ. Además, para representar con más exactitud la configuración deformada de la barra se añaden los modos de deformación dinámicos Ψ_1 y Ψ_2, que no son otra cosa que los modos naturales de vibración de la barra con las fronteras (puntos y vectores unitarios) fijas. De esta forma, el vector de variables del problema resulta ser

$$\mathbf{q}^{\mathrm{T}} = \{v1_x \quad v1_y \quad v2_x \quad v2_y \quad p2_x \quad p2_y \quad h \quad x_1 \quad x_2\}$$

donde h, x_1, x_2 son las amplitudes de los modos estático y dinámicos, respectivamente. Por tanto, el número total de variables es 9, de las que sólo 4 son independientes.

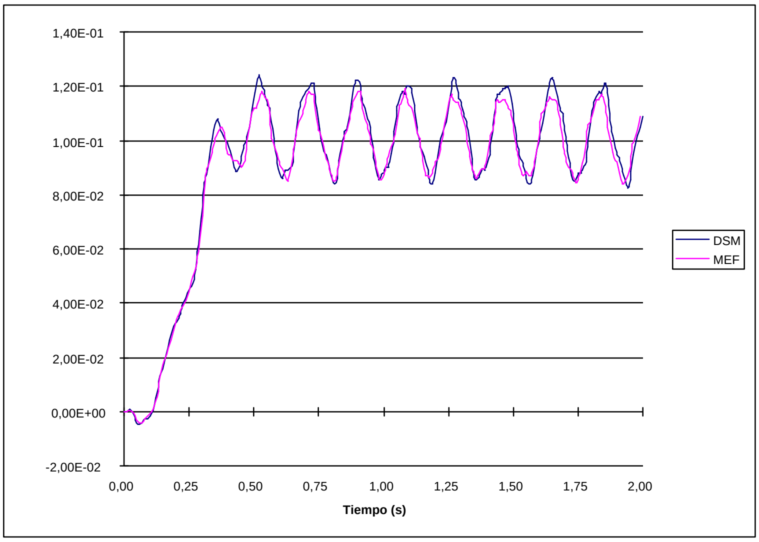

Fig. 3. Historia de la coordenada *y* del extremo de la barra con DSM y MEF.

En el procedimiento MEF, la barra se modeliza con una malla de diez elementos viga bidimensionales (BEAM2D), todos ellos iguales, con tres grados de libertad por nudo: los dos desplazamientos en el plano y el giro perpendicular al mismo. Dado que el primer nudo es fijo, pero puede girar, el número de variables asciende en este caso a 31.

La integración se lleva a cabo con un paso de tiempo de 0.001 segundos en ambos procedimientos. Como medida del movimiento obtenido en cada caso, la figura 3 muestra la historia de la coordenada *y* del extremo libre de la barra.

En cuanto al estado tensional, la figura 4 presenta la historia de la tensión normal en la fibra superior (según figura 1) de la sección media de la barra, obtenida por ambos procedimientos.

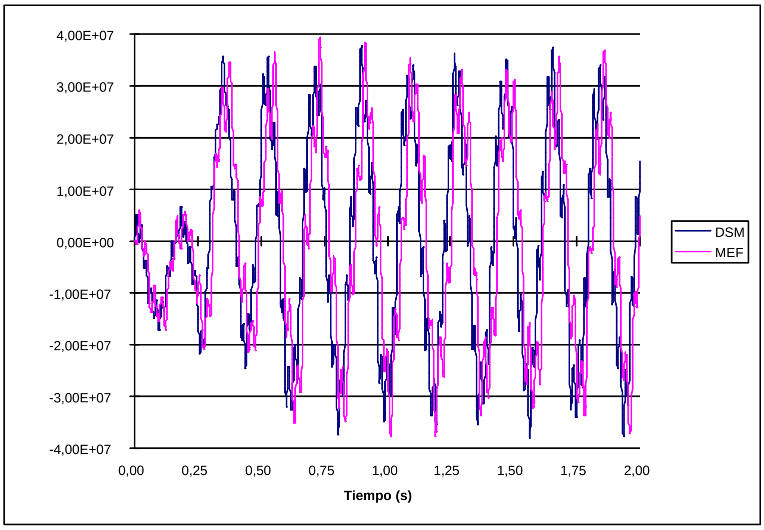

Fig. 4. Historia de la tensión normal máxima en la sección media de la barra con DSM y MEF.

Los tiempos invertidos en el cálculo por cada método se muestran en la tabla 1.

Tabla 1. Tiempos de cálculo para la barra articulada sometida a par variable.

Método	**Tiempo de CPU (s)**
DSM	5
MEF	220

3. Conclusiones

A la vista de los resultados obtenidos pueden establecerse las siguientes conclusiones:

• Para un nivel de precisión similar, el procedimiento DSM propuesto por los autores es mucho más rápido que el procedimiento MEF, acercándose incluso al tiempo real.

• Dicho efecto es más acusado cuantos más elementos tiene el sistema mecánico en estudio, ya que la diferencia en el tamaño del problema se acentúa al aumentar el número y complejidad de los elementos.

4. Referencias

AVELLO, A., GARCIA DE JALON, J. y BAYO, E. (1991) “Dynamics of Flexible Multibody Systems using Cartesian Co-ordinates and Large Displacement Theory”, *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, vol. 32, pp 1543-1563.

AVELLO, A. (1995) “Simulación Dinámica Interactiva de Mecanismos Flexibles con Pequeñas Deformaciones”, Tesis Doctoral, Universidad de Navarra, España.

BAYO, E. y LEDESMA, R. (1996) “Augmented Lagrangian and Mass-Orthogonal Projection Methods for Constrained Multibody Dynamics”, *Nonlinear Dynamics*, vol. 9, pp 113-130.

CARDONA, A. (1989) “An Integrated Approach to Mechanism Analysis”, Tesis Doctoral, Universidad de Lieja, Bélgica.

COSMOS/M Manuals (1998) *Structural Research and Analysis Corporation (SRAC)* .

CUADRADO, J., CARDENAL, J. y GARCIA DE JALON, J. (1996) “Flexible Mechanisms through Natural Coordinates and Component Synthesis: An Approach Fully Compatible with the Rigid Case”, *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, vol. 39, pp 3535-3551.

CUADRADO, J., CARDENAL, J. y BAYO, E. (1997) “Modeling and Solution Methods for Efficient Real-Time Simulation of Multibody Dynamics”, *Multibody System Dynamics*, vol. 1, pp 259-280.

GARCIA DE JALON, J. y BAYO, E. (1994) *Kinematic and Dynamic Simulation of Multibody Systems*, Springer-Verlag, Berlin.