

Comportamiento de integradores estructurales y Runge-Kutta implícitos en la dinámica en tiempo real de sistemas multicuerpo

Daniel Dopico, Urbano Lugrís, Javier Cuadrado

*Escuela Politécnica Superior, Universidad de La Coruña
Mendizábal s/n, 15403 Ferrol*

Tel: 981337400, Fax: 981337410, E-mail: ddopico@mail2.udc.es

Resumen

En este trabajo, se parte de una formulación semi-recursiva de penalización para la dinámica en tiempo real de sistemas multicuerpo, y se compara la eficiencia de los distintos métodos a que dicha formulación da lugar al combinarse con diversos tipos de integradores numéricos. En concreto, se estudian aquéllos indicados en la bibliografía como más adecuados para su uso en aplicaciones de tiempo real: estructurales (Newmark disipativo, HHT, α -Generalizado), y Runge-Kutta implícitos (SDIRK). El objetivo final es proporcionar criterios prácticos a aquéllos interesados en conseguir tiempo real en sistemas multicuerpo complejos y realistas, de interés industrial.

Palabras Clave: sistemas multicuerpo, simulación dinámica, tiempo real, integradores estructurales, integradores implícitos de Runge-Kutta.

Abstract

In this work, a semi-recursive penalty formulation for the real-time dynamics of multibody systems is combined with different types of numerical integrators, and the efficiency of the corresponding resulting methods is compared. The numerical integrators selected are those which have been considered in the literature as more suited for real-time applications: structural (Newmark dissipative, HHT, Generalized- α), and implicit Runge-Kutta (SDIRK). The final objective of the work is to provide some practical criteria for those interested in achieving real-time performance for large and complex multibody systems.

Keywords: multibody systems, dynamic simulation, real-time, structural integrators, implicit Runge-Kutta integrators.

1. Introducción

Hoy en día, gracias a la espectacular mejora de las prestaciones de los computadores, tanto en cálculo como en gráficos, sistemas multicuerpo complejos como, por ejemplo, un vehículo automóvil, pueden ser simulados en tiempo real en ordenadores personales de bajo coste. Sin embargo, el campo de la dinámica de sistemas multicuerpo avanza sin cesar y, si hace sólo algunos años el objetivo era simular el movimiento de sistemas compuestos por unos cuantos sólidos rígidos, hoy la meta se ha puesto más lejos, y se pretende considerar también sólidos flexibles, fenómenos de contacto, o impactos, por

mencionar sólo algunos ejemplos. Por otra parte, los nuevos entornos immersivos con human- o hardware-in-the-loop, que exigen cálculo en tiempo real de los programas en que se apoyan, resultan cada vez más populares, ya que suponen una gran ayuda para acortar el ciclo de diseño de cualquier producto. En consecuencia, se necesita desarrollar nuevos algoritmos de altísima eficiencia, capaces de reducir al mínimo el tiempo de cálculo requerido, de manera que puedan ser una realidad las mencionadas simulaciones de sistemas complejos modelados de forma realista.

Recientemente, nuestro grupo ha desarrollado un método para la dinámica en tiempo real de sistemas multicuerpo, que ha demostrado un excelente comportamiento, tanto desde el punto de vista de la eficiencia, como de la robustez y la precisión [1]. El método combina una formulación recursiva, que permite plantear las ecuaciones dinámicas en coordenadas relativas, dependientes en el caso general, esto es, cuando existen cadenas cerradas en el mecanismo, y una formulación aumentada de Lagrange, que sirve para imponer las condiciones de cierre de lazo. Las ecuaciones del movimiento así obtenidas se combinan con las del integrador. Dependiendo de qué integrador se utilice, el método muestra un comportamiento diferente.

En este trabajo se presenta el estudio del comportamiento de la formulación dinámica comentada cuando se combina con diversos integradores, habiéndose escogido aquéllos que parecen más adecuados para el cálculo de la dinámica de sistemas multicuerpo en tiempo real [2]. Por un lado, se encuentran los integradores que se suelen llamar estructurales [3], por proceder del campo de la dinámica estructural. Entre ellos se hallan la familia de Newmark con disipación, el algoritmo de Hughes, Hilbert y Taylor (HHT), y el método α -Generalizado. Por otro lado, está la familia de los métodos implícitos de Runge-Kutta (IRK) [4], y entre ellos un subconjunto conocido como Singly-Diagonally Implicit Runge-Kutta (SDIRK), cuya mayor simplicidad respecto al resto de métodos IRK, lo hace más acorde a los requerimientos del análisis en tiempo real. Se ha llevado a cabo la simulación del modelo completo de un vehículo automóvil durante la ejecución de una maniobra muy violenta, utilizando la formulación dinámica con cada uno de los integradores, extrayéndose las conclusiones en función de los resultados de eficiencia, robustez y precisión obtenidos para cada combinación.

2. Ensayos

Para estudiar la influencia del integrador en el comportamiento de la formulación dinámica propuesta, se ha elegido un ejemplo de sistema mecánico multicuerpo complejo y realista: el modelo completo del vehículo todo-terreno Iltis [5], ilustrado en la Figura 1, utilizado por la industria europea del automóvil para la comparación y verificación de programas comerciales de dinámica de sistemas multicuerpo. La simulación considerada consiste en 8 segundos de movimiento durante los cuales el vehículo asciende por una rampa de un 20% de inclinación y, posteriormente, desciende por unas escaleras, comenzando la maniobra con una velocidad horizontal de 5 m/s. El perfil del terreno se muestra también en la Figura 1. El automóvil sufre un movimiento muy violento, alcanzando picos de aceleración de hasta 5g.

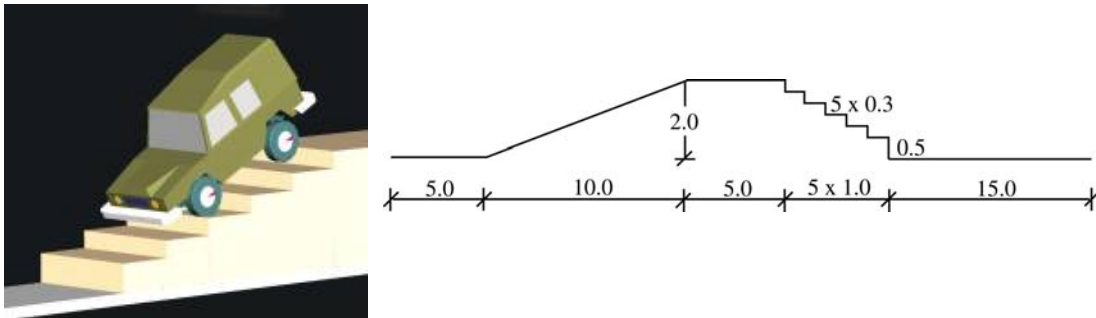


Figura 1. Vehículo Iltis y perfil del terreno.

Se han realizado programas en Fortran, implementando la formulación dinámica mencionada con los distintos integradores a comparar. Es importante destacar que, en todos los casos, se trata de familias de integradores, existiendo ciertos parámetros a los que debe asignarse valor para obtener un integrador concreto. No obstante, gracias a los estudios de estabilidad disponibles en la bibliografía [3,4], es posible reducir el número de parámetros a ajustar en cada familia a tan sólo uno, siendo el resto función de éste. Además de los ya comentados en la Introducción (estructurales: Newmark con disipación, HHT, y α -Generalizado; IRK: SDIRK), se ha utilizado la regla trapezoidal como integrador simple de referencia, que no requiere el ajuste de parámetro alguno, y que, de hecho, es un caso particular de todas las familias de integradores contempladas.

Para cada método resultante de combinar la formulación dinámica propuesta con uno de los integradores a estudio, se han realizado numerosas ejecuciones de la simulación del vehículo Iltis descrita, variando en cada una el parámetro del integrador (salvo en la

regla trapezoidal) y/o el paso de tiempo, hasta obtener la simulación más rápida alcanzable con ese método. La única condición impuesta ha sido la convergencia del método a lo largo de toda la simulación, no habiéndose limitado el error. El paso máximo admisible se ha fijado en 0.05 segundos para todos los métodos.

Tabla 1. Eficiencia de los distintos integradores.

| | Δt (s) | Tiempo de CPU (s) | $\frac{\text{Tiempo real}}{\text{Tiempo de CPU}}$ |
|------------------------|----------------|-------------------|---------------------------------------------------|
| Regla trapezoidal | 0.035 | 0.37 | 21.62 |
| Newmark disipativo | 0.05 | 0.25 | 32.00 |
| HHT | 0.0425 | 0.33 | 24.24 |
| α -Generalizado | 0.05 | 0.28 | 28.57 |
| SDIRK | 0.0075 | 2.81 | 2.85 |

La Tabla 1 recoge, para cada método empleado, el mínimo tiempo de CPU requerido para ejecutar la simulación, así como el paso de tiempo de integración (Δt) que ha permitido conseguirlo, y el cociente entre el tiempo real de simulación (8 segundos) y el tiempo de CPU, que expresa cuántas veces más rápido es el método que el tiempo real, proporcionando una información clara y simple sobre la eficiencia del mismo.

3. Discusión

En este apartado, se van a discutir los comportamientos observados en los distintos métodos, tomando siempre como elemento de comparación el método que emplea la regla trapezoidal.

La tendencia mostrada por Newmark disipativo es que un mayor amortiguamiento (introducido a través del parámetro sintonizable) produce una mejor convergencia pero una menor precisión. Un ajuste cuidadoso del parámetro permite alcanzar pasos de tiempo superiores a los que alcanza la regla trapezoidal, manteniendo un nivel aceptable de precisión, y logrando por tanto una altísima eficiencia.

En cuanto al algoritmo HHT, se observa que, para pasos pequeños de integración, la regla trapezoidal es más eficiente y precisa. Sin embargo, para pasos grandes dicha tendencia se invierte, alcanzándose buenos niveles de eficiencia junto con valores moderados del error si se selecciona un valor adecuado del parámetro.

Respecto al método α -Generalizado, se comprueba que la regla trapezoidal es claramente superior en pasos de tiempo pequeños. Sin embargo, la tendencia es justamente opuesta para pasos de tiempo grandes, si se selecciona bien el valor del radio espectral. Tal selección debe hacerse con sumo cuidado, ya que el algoritmo es altamente sensible a pequeños cambios en dicho parámetro: un valor demasiado alto del radio espectral conduce a un comportamiento inestable, mientras que un valor demasiado bajo elimina una parte excesiva de la solución.

Como resumen, puede afirmarse que la formulación dinámica propuesta se beneficia claramente del uso de un integrador estructural que introduzca cierto amortiguamiento numérico, obteniendo mejoras en eficiencia y robustez respecto al empleo de la regla trapezoidal. Los mejores resultados se logran con la familia de Newmark disipativo.

Pasando ahora al integrador SDIRK, se ha ido a un integrador de dos etapas, para no aumentar en exceso el coste computacional del mismo. Se ha comprobado que la combinación de este integrador con la formulación dinámica propuesta, conduce a un método con un coste por iteración superior al de los métodos basados en integradores estructurales. Las razones para ello son el mayor número de sistemas de ecuaciones lineales que se han de resolver (cuatro frente a uno), y el carácter no simétrico de dos de dichos sistemas. Además, la estabilidad del método se muestra también inferior, como se ve claramente por el menor paso de tiempo máximo alcanzado por el método SDIRK. Ello se debe a que, mientras la formulación dinámica propuesta utiliza su forma de índice-3 con los integradores estructurales, ha de emplear su forma de índice-1 con los Runge-Kutta implícitos, que se ha demostrado como mucho menos robusta en trabajos anteriores [6].

En resumen, puede decirse que la formulación propuesta no logra beneficio alguno al combinarse con un integrador implícito de Runge-Kutta, en vez de hacerlo con la regla trapezoidal, antes al contrario, el método resultante es menos eficiente y estable.

4. Conclusiones

A la vista de los resultados obtenidos, se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- a) Los autores han propuesto una formulación semi-recursiva de penalización para la dinámica en tiempo real de sistemas multicuerpo.
- b) Se ha estudiado el comportamiento de los métodos que resultan al combinar dicha formulación dinámica con las siguientes familias de integradores: estructurales (Newmark disipativo, HHT, α -Generalizado), y Runge-Kutta implícitos (SDIRK).
- c) Se ha comprobado que los métodos basados en integradores estructurales alcanzan una eficiencia superior en un orden de magnitud a los métodos basados en integradores implícitos de Runge-Kutta, en el caso de la simulación del modelo completo de un vehículo automóvil.

5. Referencias

1. J. Cuadrado, D. Dopico, M. Gonzalez and M.A. Naya, A Combined Penalty and Semi-Recursive Real-Time Formulation for Multibody Dynamics, *J. of Mech. Design*, to appear, (2004).
2. J. Garcia de Jalon and E. Bayo, *Kinematic and Dynamic Simulation of Multibody Systems –The Real-Time Challenge–*, Springer-Verlag, New York, (1994).
3. M. Geradin and A. Cardona, *Flexible Multibody Dynamics. A Finite Element Approach*, Wiley, Chichester, (2001).
4. E. Hairer and G. Wanner, *Solving Ordinary Differential Equations II: Stiff and Differential-Algebraic Problems*, Springer-Verlag, Berlin, (1996).
5. Iltis Data Package, *IAVSD Workshop*, Herbertov, Czechoslovakia, (1990).
6. J. Cuadrado, J. Cardenal and E. Bayo, Modeling and Solution Methods for Efficient Real-Time Simulation of Multibody Dynamics, *Multibody System Dynamics*, **1** (3) (1997), 259-280.

6. Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia (Proyecto DPI2003-05547-C02-01) y la Dirección General de Investigación y Desarrollo de la Junta de Galicia (Proyecto PGIDT04PXIC16601PN).
